

시간 영역에서의 성능 사양 만족을 위한 스위칭
직류 변환기의 제어기 설계

고정호, 권봉환, 윤명중
한국과학기술원 전기 및 전자공학과

A Controller Design Method of Switching Regulator
Satisfying Time-Domain Specifications

Jung-Ho Ko, Bong-Hwan Kwon, and Myung-Joong Youn
Department of Electrical Engineering, KAIST

Abstract

In this paper, a design method of an optimal output PIM(Proportional-Integral-Measurable) controller is presented so that the closed-loop output response of the switching regulator closely match to that of ideal model system satisfying the time domain specifications. The computer simulation for a design example is given to show the usefulness of the proposed technique.

I. 서 론

지난 수년간 스위칭 직류 변환기의 수요는 산업계 여러 분야에서 날로 증가되어 왔으며 이에 발맞추어 시스템의 모델링[1]-[2], 주파수 영역에서의 전달특성 분석 [3]-[4] 및 이를 통한 성능개선 등에 관한 연구들이 계속되어 왔다. 이들 연구들중 대부분은 주파수 영역에서의 해석 방법에 입각한 연구들로서 시간 영역에서의 과도 현상에 대한 성능 사양이 주어졌을때 이를 직접 만족하는 제어기의 설계에 어려움이 있어 왔다. 제어기의 형태에 있어서는 출력 오차의 비례 제어 [5]-[6] 또는 전류 모드 제어방식 [7]-[8] 등이 사용되어 왔으나 과도 성능의 만족 및 전류 측정 등에서의 문제점들이 있어 왔다. 최근에는 스위칭 직류 변환기의 제어기 설계에 있어서 극히 소수이나마 현대 제어이론의 적용 가능성에 대한 제안[9]이 된 바 있으나, 변환기의 출력이 시간 영역에서의 과도 성능에 대한 사양을 직접 만족토록 하는 제어기의 설계 방법에 대한 구체적인 연구결과는 제시되지 않은 실정이다.

본 논문에서는 제어기 실현의 편의성 및 과도 성능 사양의 직접적인 만족을 위해, 출력 오차의 비례 적분 제어에 측정

가능 상태 변수의 궤환 제어를 첨가한 PIM 제어기를 적용한 스위칭 직류 변환기의 출력과 과도 성능 사양을 만족하는 이상 모델 시스템 출력과의 오차를 최소화 하는 제어기 설계 방법이 제시된다. 제시된 설계방법의 유용성을 보이기 위해 수치적인 예가 주어진다.

II. 제어기 설계

II.1 모델링

연속도통 모드에서 운전되는 스위칭 직류 변환기를 상태공간 평균 개념 [1]-[2]에 의해 다음의 상태 방정식으로 표현할 수 있다. (그림.1과 2 참조)

$$\dot{x}(t) = A x(t) + B u(t) \tag{1-a}$$

$$\begin{bmatrix} y(t) \\ y_{me}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c \\ c_{me} \end{bmatrix} \cdot x(t) \tag{1-b}$$

단,

$$x(t) = [v_{me}(t), v_o(t), i_{L1}(t), i_{L2}(t)]^T$$

$$A = \begin{bmatrix} \frac{-R_3}{(1/L_1+1/L_2)}, \frac{R_3}{L_2}, \frac{1}{C_2} - \frac{R_1 R_3}{L_1}, \frac{R_2 R_3}{L_2} - \frac{1}{C_1} \\ \frac{R R_4}{L_2(R+R_4)}, \frac{-R(R_4/L_2+1/RC_2)}{R+R_4}, 0, \frac{R(1/C_2 - R_2 R_4/L_2)}{R+R_4} \\ -\frac{1}{L_1}, 0, -\frac{R_1}{L_1}, 0 \\ \frac{1}{L_2}, -\frac{1}{L_2}, 0, -\frac{R_2}{L_2} \end{bmatrix}$$

$$B = [R_3/L_1 \quad 0 \quad 1/L_1 \quad 0]^T$$

$$C = [0 \quad 1 \quad 0 \quad 0]$$

$$C_{me} = [1 \quad 0 \quad 0 \quad 0].$$

여기에서 $y_{me}(t)$ 및 $y(t)$ 는 측정가능 출력과 원하는 출력을 각각 의미한다.

II.2 제어문제 형성

스위칭 직류 변환기의 출력에 대한 과도 성능 사양이 스텝 입력 인가시 5% 안정 시간 및 오버 슈우트 등으로서 주어졌을 때, 제한된 입력조건 하에서 이를 직접 만족시키는 제어기의 설계를 위해 먼저 다음과 같은 제어 법칙을 생각한다.

$$u(t) = -K_i z(t) - K_p (y(t) - y_s) - K_{me} y_{me}(t) \quad (2)$$

$$\text{단, } \dot{z}(t) = y(t) - y_s, \quad z(0) = 0$$

여기서 K_i , K_p , K_{me} 는 결정하여야 할 상수 이득이며 첨자 s는 정상 상태를 의미한다. 주어진 성능 사양을 직접 만족시키는 최적 상수 이득을 구하기 위하여 다음과 같은 성능 지수를 선정한다.

$$J = \int_0^{\infty} [(y_m - y)^T Q (y_m - y) + (u - u_s)^T R (u - u_s)] dt \quad (3)$$

여기에서 y_m 은 시간영역에서의 과도 성능 사양을 직접 만족하는 이상 모델 시스템의 출력이며 이때 모델 시스템은 다음 식으로 표현할 수 있다.

$$\dot{X}_m(t) = A_m X_m(t) + B_m u_m(t), \quad X_m(0) = 0 \quad (4-a)$$

$$y_m(t) = C X_m(t) \quad (4-b)$$

$$\text{단, } u_m(t) = u_s,$$

$$A_m = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -W_n^2 & -2\zeta W_n \end{bmatrix}, \quad B_m = \begin{bmatrix} 0 \\ W_n^2 \end{bmatrix}$$

$$C_m = [1 \quad 0].$$

따라서 제어문제는 성능지수 J를 최소화하는 상수 이득을 구하는 것으로 형성되며 이를 통하여 이상 모델 출력을 추적할 수 있게 된다. 그림. 2는 시스템의 블록 선도이다.

II.3 최적 상수이득 결정

상수 이득 결정 방법의 보편화를 위하여 다음과 같이 임의의 차수를 가진 선형 시불변 시스템을 생각하자.

$$\dot{x}(t) = A x(t) + B u(t), \quad x(0) = 0 \quad (5-a)$$

$$y(t) = C x(t) \quad (5-b)$$

$$y_{me}(t) = C_{me} x(t) \quad (5-c)$$

여기서 x , u , y 및 y_{me} 는 각각 n , r , r 및 p 디멘전 벡터

이며 A , B , C 및 C_{me} 는 적합한 디멘전을 가진다. 모델 시스템과 성능지수는 각각 (4) 및 (3)식으로 주어진 것으로 생각한다. 단, x_m , u_m 및 y_m 은 각각 m , r 및 r 디멘전 벡터이다. 정상 상태에서의 x_s 및 u_s 값은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} x_s \\ u_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ y_s \end{bmatrix} \quad (6)$$

단, $u_s = -K_i z_s - K_{me} y_{mes}$ 이며 새로운 상태 변수를 다음과 같이 잡으면, 즉 $\bar{x} = x - x_s$, $\bar{u} = u - u_s$, $\bar{y} = y - y_s$, $\bar{y}_{me} = y_{me} - y_{mes}$, 이때 다음 식과 같은 상태 방정식을 얻는다.

$$\dot{\bar{x}} = A \bar{x} + B \bar{u}, \quad \bar{x}(0) = -x_s \quad (7-a)$$

$$\bar{y} = C \bar{x} \quad (7-b)$$

$$\bar{y}_{me} = C_{me} \bar{x} \quad (7-c)$$

$$\bar{u} = -K_i \bar{z} - K_p \bar{y} - K_{me} \bar{y}_{me} \quad (7-d)$$

$$\dot{\bar{z}} = C \bar{x}, \quad \bar{z}(0) = -z_s \quad (7-e)$$

동일한 방법을 모델 시스템에 적용하면,

$$\dot{\bar{x}}_m = A_m \bar{x}_m + B_m \bar{u}_m, \quad \bar{x}_m(0) = -x_{ms} \quad (8-a)$$

$$\bar{y}_m = C_m \bar{x}_m \quad (8-b)$$

여기에서 $\bar{x}_m = x_m - x_{ms}$, $\bar{u}_m = u_m - u_{ms}$,

$\bar{y}_m = y_m - y_{ms}$ 로 정의된 변수이며 $y_{ms} = y_s$, $u_{ms} = u_s$ 이다. 모델 시스템을 포함하는 확장된(Augmented) 새로운

상태변수와 입력을 다음과 같이 정의하면,

$$W = \begin{bmatrix} \bar{z}^T & \bar{x}^T & \bar{x}_m^T \end{bmatrix}^T, \quad v = \bar{u} \quad (9)$$

다음의 확장된 시스템 방정식을 얻는다.

$$\dot{W} = \bar{A} w + \bar{B} v, \quad (10)$$

단,

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} 0 & C & 0 \\ 0 & A & 0 \\ 0 & 0 & A_m \end{bmatrix}, \quad \bar{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ B \\ B_m \end{bmatrix}.$$

또 제어 입력 v 는 다음과 같이 표현된다.

$$v = \bar{u} = -K_i \bar{z} - K_p \bar{y} - K_{me} \bar{y}_{me} \quad (11)$$

$$= -K \bar{C} w,$$

단,

$$\bar{C} = \begin{bmatrix} I & 0 & 0 \\ 0 & C & 0 \\ 0 & C_{me} & 0 \end{bmatrix}, \quad K = [k_i \quad k_p \quad k_{me}]$$

이때 성능지수 (3)은,

$$J = \int_0^{\infty} [w^T(\bar{Q} + \bar{C}^T K^T R K \bar{C})w] dt, \quad (12)$$

단,

$$\bar{Q} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_{QC}^T & -C_{QCm}^T \\ 0 & -C_{mQC}^T & C_{mQCm}^T \end{bmatrix}$$

(12)식을 (10)식에 대입하면,

$$\dot{w} = F w \quad (13)$$

단, $F = \bar{A} - \bar{B}K\bar{C}$.

성능 지수 J 는 다음과 같이 표현된다. [10]

$$J = \text{tr} (P W_0), \quad W_0 = w(0)w(0)^T \quad (14)$$

단, P 는 다음의 Lyapunov 행렬 방정식을 만족한다.

$$F^T P + P F + \bar{Q} + \bar{C}^T K^T R K \bar{C} = 0. \quad (15)$$

Lagrangian Multiplier 방법 [11]을 이용하여, 상수이득 행렬 K 가 (15)의 제약하의 성능지수 (14)를 최소화 하는 필요조건을 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \partial H / \partial K &= [-2\bar{B}^T P_L + 2 K \bar{C} L] \bar{C}^T \\ -2 K_1^{-T} [P_{10} W_{01}, \phi_{rxr}, P_{10} W_{02} [C_{me}, \phi_{rxm}]^T] &= 0 \end{aligned} \quad (16)$$

단, P 와 L 은 다음 행렬식을 만족한다.

$$F^T P + P F + \bar{Q} + \bar{C}^T K^T R K \bar{C} = 0 \quad (17)$$

$$F L + L F^T + W_0 = 0 \quad (18)$$

여기에서 H 는 Hamiltonian 으로서 다음 (19)식으로 표현된 것이며 L 은 Lagrangian Multiplier 대칭 행렬이다.

$$H(K, P, L^T) = \text{tr}(P W_0) + \text{tr}[L^T \{F^T P + P F + \bar{Q} + \bar{C}^T K^T R K \bar{C}\}] \quad (19)$$

또, P_{10} , W_{01} 및 W_{02} 는 다음과 같이 정의된 행렬이다.

$$P = \begin{bmatrix} \overbrace{P_{10}}^{r+(n+m)} \\ \vdots \\ \underbrace{P_{20}}_{n+m} \end{bmatrix} \begin{matrix} r \\ n+m \end{matrix}, \quad W_0 = \begin{bmatrix} \underbrace{W_{01}}_r & \vdots & \underbrace{W_{02}}_{n+m} \end{bmatrix} \begin{matrix} r+n+m \\ r \\ n+m \end{matrix}$$

III. 설계 예

전력단 변수 값이 다음과 같이 주어졌을때, 5% 안정시간 및 ζ 값을 각각 9 msec 및 0.707 로 설계하고자 한다.

$$L_1 = L_2 = 250 \text{ uH}$$

$$C_1 = C_2 = 300 \text{ uF}$$

$$R_1 = R_2 = 0.015$$

$$R_3 = R_4 = 0.077$$

$$\zeta = 0.707, \quad t_s = 9 \text{ msec} \quad \text{이므로} \quad W_n \approx \frac{3}{\zeta t_s} = 471.4$$

이며 이 값을 (4)식에 대입하면 모델 시스템이 결정되고 제시된 필요 조건에 의해 상수이득을 구하면,

$$K = [0.1424 \quad 4371 \quad 11.24]$$

을 얻을 수 있다. 그림.3에서 이상 모델 시스템을 추적하는 실제 시스템의 출력 파형을 보였으며, 5% 안정시간이 9.6 msec 로서 비교적 잘 일치하고 있음을 알 수 있다.

IV. 결 론

본 논문에서는 스위칭 직류 변환기의 출력에 대한 과도 성능 사양이 주어졌을 때 이를 직접 만족하는 제어기의 설계 방법이 기술되었다. 제어기 실현의 편이성 및 도 성능의 만족을 위하여 출력 오차의 비례 적분 제어에 측정가능 상태변수의 개관 제어를 포함한 제어기 형태를 대상으로 하였으며, 성능 사양을 만족하는 이상 모델 시스템의 출력을 실제 시스템의 출력이 추적토록 하는 최적상수 이득의 결정 방법이 제시되었다. 설계 예와 시뮬레이션을 통해 제시된 방법의 타당성을 보였다.

참 고 문 헌

- [1] R. D. Middlebrook and S. Cuk, " A General Uniried Approach to Switching Converter Powerstages," IEEE PESC Record, 76CHO 1084-3AES, pp.18-34, 1976
- [2] W. M. Polivka, P. R. K Chetty, and R. D. Middlebrook, " State Space Average Modelling of Converters with Parastics and Storage Time Modulation," IEEE PESC Record, pp.98-104, 1980
- [3] Y. Yu, F. C. Lee and Joseph Kolecki, " Modeling and Analysis of Power Processing System," IEEE PESC Record, 79CH 1461-3, pp.11-24, 1979
- [4] F. Barzegar, S. Cuk and R. D. Middlebrook, " Using Small Computers to Model and Measure Magnitude and Phase of Regulator Transfer Functions and Loop Gain," Proceedings of Powercon 8, 1981

- [5] S. Cuk, " General Topological Properties of Switching Structures," IEEE PESC Record, 79CH 1461-3, pp.109-130, 1979
- [6] K. Harada and T. Nabeshima, " Large-signal Transient Response of Switching Regulator," IEEE PESC Record, 81CH 1652-7, pp.388-394, 1981
- [7] B. E. Andersen, et.al, " Analysis of the Static Characteristics and Dynamic Response of Push-pull Switching Converters Operating in the Current Programmed Mode," IEEE PESC Record, pp.29-38, 1981
- [8] Richard Redl and Istvan Novak, " Instabilities in Current-mode Controlled Switching Regulator," IEEE PESC Record, 81CH 1652-7, pp.17-28, 1981
- [9] Patric W. Clarke, " A New Switched Mode Power Conversion Topology Provides Inherently Stable Response," Proceedings of POWERCON 10, E-2, 1983
- [10] A. G. J. MacFarlane, " The Calculation of Functionals of the Time and Frequency Response of a Linear Constant Coefficient Dynamical System," Quart. J. Mech. & Appl. 16, pp.259-271, 1963
- [11] J. Bernussou and J. C. Geromel, " An Easy Way to find Gradient Matrix of Composite Matrical Functions," IEEE Trans. Auto. Cont., vol AC-26, pp.538-540, 1981

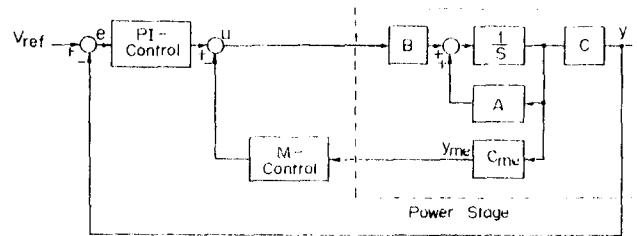


그림 2. 스위칭 직류 변환기의 블록선도.

Fig. 2. Block Diagram of Switching Regulator.

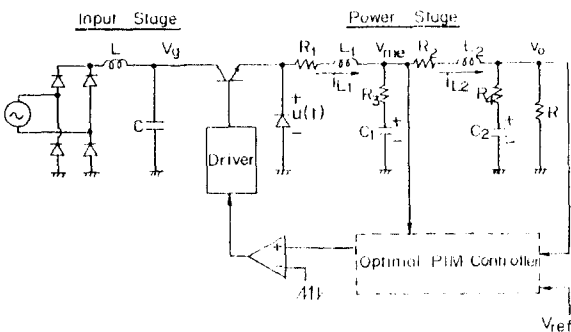
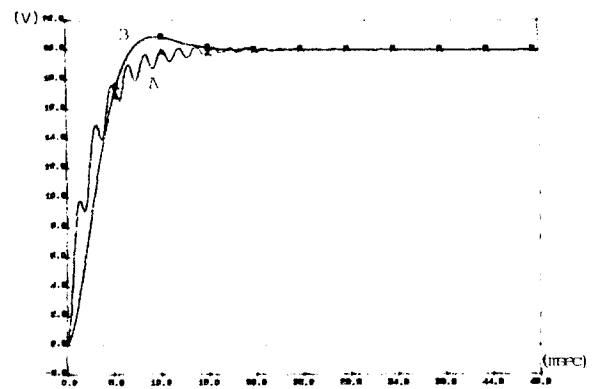


그림 1. 스위칭 직류 변환기의 개략 회로도.

Fig. 1. Circuit diagram of Switching Regulator.



A : Output response of the real system (ts = 9.6 msec)
B : Output response of the model system (ts = 9 msec).

그림 3. 설계 예에 대한 출력의 과도 응답과 모델 시스템의 출력 응답.

Fig. 3. Output transient response for a design example and Model system output response.