

다치 직교 PRS 신호에 대한 잡음과 간섭 및 캐리어 오프셋의 영향

이 광렬* 조성준*

* 한국항공대학 통신정보공학과

The Effects of Noise, Interference, and Carrier Offset
on Multi-Level QPRS Signals

Guang Ryel Lee* Sung Joon Cho*

* Dept. of Telecomm. & Info. Eng., Hankuk Aviation College.

ABSTRACT : In this study, we have examined the multi-level QPRS system in point of error rate, which requires narrow bandwidth and has little ISI. The generalized error rate equations of multi-level QPRS signal have been derived in the presence of Gaussian noise and co-channel interference. And the error rate performance of 9, 49, 225 QPRS system is investigated as parameters of carrier power-to-noise power, carrier power-to-interference power. Also, we have investigated the effect of carrier offset.

도입하여 PRS 시스템의 특성을 알아보고 가우시성 잡음과 동일 채널 CW 간섭과 및 캐리어 오프셋의 영향에 의한 QPRS 시스템의 성능을 오음의 관점에서 살펴 본다.

2. 해석 모델

(1) 다치화 QPRS 시스템

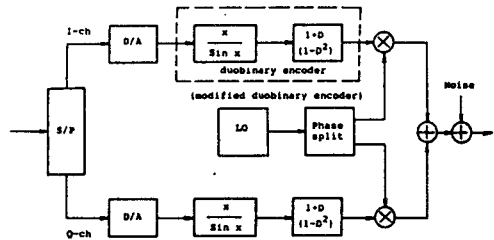


그림 1. QPRS의 변조기 블록도

Figs. 1 QPRS modulator block diagram.

1. 서론

1969년 디지털 무선 통신 방식이 실용화된 이후 디지털 통신 방식은 주파수 이용 효율이 높고, 변조 신호의 다치화에 의해서 전송 용량을 크게 할 수 있는 장점 때문에 이의 개발과 실용화에 대한 연구가 활발히 진행되고 있다.

디지털 전송 방식에서 전송로가 나이퀴스트(Nyquist)의 무왜 전송 조건을 만족시키지 못하면 부호간 간섭(ISI: Inter-Symbol Interference)이 발생한다. 기저 대역 전송에서는 이 부호간 간섭이 전송 효율에 큰 영향을 미친다[1].

본 연구에서는 부호간 간섭이 거의 없으며, 필요 전송 대역이 좁고, 필스의 규칙성을 이용한 여러 검출이 가능한 PRS (Partial Response Signaling) 방식은

그림1.에 다치 QPRS의 변조기 블록도를 나타내었다[2]. 2진 정보원 입력 신호는 직렬-병렬 변환기에 의해서 입력 비트율이 1/2 인 정보 신호가 되어 동상 채널 (I-ch)과 역상 채널(Q-ch)로 Demultiplexing 된 다음 D/A 변환기를 거쳐서 M 레벨의 PAM파를 형성한다. 이 다치 PAM 파는 전송 필터를 통과하면 임펄스 열로 변환되고, 이 임펄스 신호를 변조 신호로 하여 주파수 f_c 인 반송파를 변조한다. (I-ch에서는 $\cos \omega t$ 인 반송파, Q-ch에서는 $\sin \omega t$ 인 반송파)[3], [4].

3. 전송 에러 특성 및 해석

본 해석에서는 가우시안 잡음과 동일 채널 CW 간섭 및 캐리어 오프셋 (Carrier Offset) 에 의한 시스템의 특성을 살펴본다.

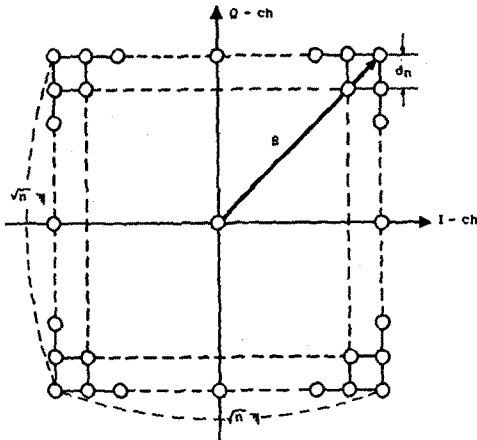


그림 2. n차 QPRS 신호의 신호공간상 표현

Fig. 2 Signal space diagram of the n-ary QPRS signal.

격자상 부호점 배치를 갖는 n차 QPRS 신호를 신호 공간상에 표시하면 그림 2.와 같다. 그림 2.에서 수신 신호의 최대 진폭을 S라 하면 최소 부호점 간의 거리 d_n 은 다음과 같다.

$$d_n = \frac{\sqrt{2}S}{\sqrt{n}-1} \quad (1)$$

(1) 잡음에 의한 영향

QPRS 신호가 잡음의 영향을 받았을 때의 합성 신호 페이저도를 그림 3.에 나타냈다.

그림 3.에서 잡음의 영향에 의한 최소 부호점 간의 부호 오율 P_{eo} 는

$$P_{eo} = P_{\text{prob}} \left\{ \text{Ncos} \epsilon > \frac{d_n}{2} \right\} = P_{\text{prob}} \left\{ \text{Ncos} \epsilon < -\frac{d_n}{2} \right\} \quad (2)$$

$x = \text{Ncos} \epsilon$ 라 하면 x에 대한 확률 밀도 함수는

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right) \quad (3)$$

따라서 P_{eo} 는

$$P_{eo} = \int_{\frac{d_n}{2}}^{\infty} p(x) dx = \frac{1}{2} \text{erfc}\left(\frac{d_n}{\sqrt{2}\sigma}\right) \quad (4)$$

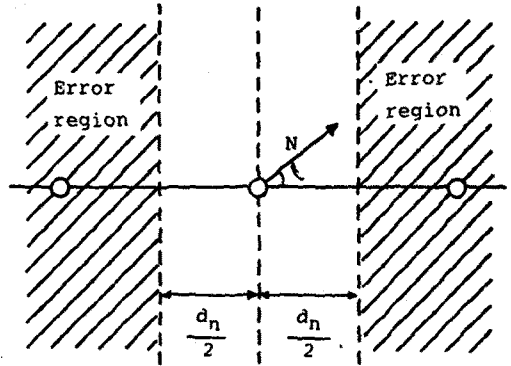


그림 3. 수신 신호의 페이저도

Fig. 3 Phasor diagram of the received signal.

n차 QPRS 신호는 각 부호점의 위치에 따라 거리 d_n 인 곳에 있는 인접 부호점의 수가 다르고, 각 부호점의 발생 확율이 다르게 되므로 평균 오율 P_e 를 구하면

$$P_e = \frac{4(\sqrt{n}+3)(\sqrt{n}-1)}{(\sqrt{n}+1)^2} P_{eo} \\ = \frac{2(\sqrt{n}+3)(\sqrt{n}-1)}{(\sqrt{n}+1)^2} \text{erfc}\left(\frac{\sqrt{3}}{(\sqrt{n}+3)(\sqrt{n}-1)} \rho\right) \quad (5)$$

I-ch과 Q-ch의 중복 에러를 고려한 최종 오율 PE는

$$PE = P_e - \frac{1}{4} P_e^2 \quad (6)$$

9, 49, 225 QPRS의 오율식은 식 (5)에 $n=9, 49, 225$ 를 각각 대입하면

- ① 9QPRS : $P_e = 3/2 \text{erfc}(\rho/2)$
 $PE = P_e - P_e^2/4$
- ② 49QPRS : $P_e = 15/8 \text{erfc}(\rho/2\sqrt{5})$
 $PE = P_e - P_e^2/4$
- ③ 225QPRS : $P_e = 63/32 \text{erfc}(\rho/2\sqrt{21})$
 $PE = P_e - P_e^2/4$

(2) 잡음과 간섭에 의한 영향

QPRS 신호가 잡음과 간섭의 영향을 받았을 때의 합성 신호의 페이저도를 그림 4.에 나타내었다. 여기서 간섭파는 동일 채널 CW 간섭을 고려하여 다음 식과 같이 표현된다.

$$i(t) = I \cos(\omega_c t + \phi) \quad (7)$$

여기서,

- I : 간섭파의 순시 진폭
- ϕ : 간섭파의 위상각

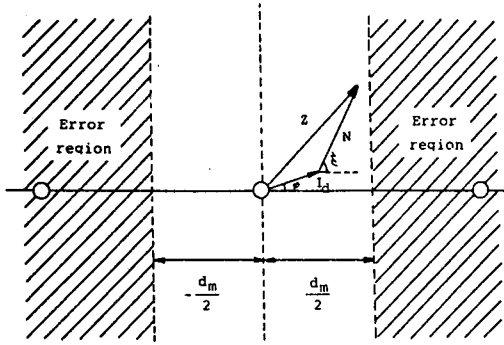


그림 4. 합성 신호의 페이저도

Fig. 4 Phasor diagram of the composed signal.

잡음과 간섭 성분에 의한 합성 신호 $Z(t)$ 가 여러 영역에 들어가면 에러가 발생한다. 그러므로 부호점 간의 오율 Pe_o 는

$$Pe_o = \text{Prob} \{ N \cos \xi + Id \cos \phi > dn/2 \}$$

$$= \text{Prob} \{ N \cos \xi + Id \cos \phi > -dn/2 \} \quad (8)$$

식 (8)에 있어서 간섭 성분을 고정하고 살펴보면 잡음 성분 $N \cos \xi$ 는 평균 0, 분산 σ^2 의 가우스 분포를 하고 있으므로 $-N \cos \xi - Id \cos \phi - dn/2$ 은 평균이 $-Id \cos \phi - dn/2$, 분산은 σ^2 의 가우스 분포로 된다. $N \cos \xi$ 를 변수 x 로 치환하면 x 의 확률 밀도 함수는 다음과 같다.

$$P(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp \left\{ -\frac{(\alpha + Id \cos \phi + \frac{dn}{2})^2}{2\sigma^2} \right\} \quad (9)$$

식 (8), (9)로부터 다음과 같은 조건부 오율식을 얻을 수 있다.

$$Pe_o | \phi = \int_0^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp \left\{ -\frac{(\alpha + Id \cos \phi + \frac{dn}{2})^2}{2\sigma^2} \right\} dx$$

$$= \frac{1}{2} \text{erfc} \left(\frac{dn}{2\sqrt{2}\sigma} + \frac{Id \cos \phi}{\sqrt{2}\sigma} \right) \quad (10)$$

여기서, $Id = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{m-1}} I$

$$\text{erfc}(x+y) = \text{erfc}(x) + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \exp(-x^2) \cdot \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k H_{k-1}(x) \cdot \frac{y^k}{k!}$$

식 (10)은 식 (11)를 이용해서 정리하고 ϕ 에 대해서 평균을 취하면

$$Pe_o = \frac{1}{2} \text{erfc} \left(\frac{3}{\sqrt{(m+3)(m-1)}} e \right) + \frac{1}{\sqrt{\pi}} \exp \left\{ \frac{-3\rho^2}{(m+3)(m-1)} \right\}$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} H_{2k+1} \left\{ \frac{3}{\sqrt{(m+3)(m-1)}} e \right\} \cdot \frac{3\rho^2}{(m+3)(m-1)\beta^2} \cdot \frac{1}{(k+1)!}$$

단, $\rho^2 = \frac{P}{\sigma^2}$: 평균 전력 대 잡음 전력비 (CNR).

$\beta^2 = \frac{S^2}{I^2}$: 반송파 대 간섭과 평균 전력비 (CIR).

$H_{2k+1}(\cdot)$: Hermite 의 다항식.

식 (5), (6)로부터

$$Pe = \frac{4(\sqrt{m+3})(\sqrt{m-1})}{(\sqrt{m+1})^2} Pe_o \quad (12)$$

$$PE = Pe - \frac{1}{4} Pe^2 \quad (13)$$

(3) 캐리어 옵셋(Carrier Offset)에 의한 영향

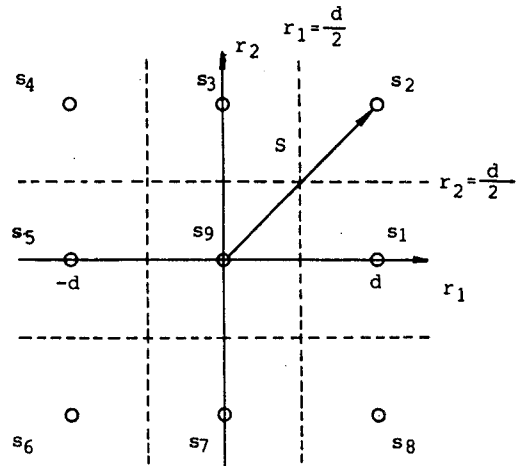


그림 5. 9QPRS의 신호점 배치

Fig. 5 The signal constroction of 9QPRS.

그림 5에 9QPRS의 신호점 배치를 나타내었다. 수신 신호의 최대 진폭을 S, 부호점간의 최소 거리를 d라 하면 판정 태벨은 $\pm d/2$ 가 된다.

위상 에러 (Phase error)를 θ 라하면, 이것은 각 θ 에서 신호 벡터의 회전 (Rotation)으로 볼 수 있으므로 회전 이동을 나타내는 행렬 R을 도입하여 수신 신호를 표시하면

$$R = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \quad (14)$$

수신 신호 r 은

$$r = RS_1 + n + i(t) \quad (15)$$

따라서 다음과 같은 조건부 오율식을 얻을 수가 있다 [5].

$$Pe | \theta = 1 - \sum_{k=1}^q P_k \int_{S_k} P_m(r - S_k) dr$$

$$= 1 - \sum_{k=1}^q P_k \int_{P_{m1}(r_1 - S_{k1})} P_{m2}(r_2 - S_{k2}) dr_1 dr_2 \quad (16)$$

식 (16)을 θ 에 대해서 평균을 취하면

$$\begin{aligned}
 P_e = & \frac{1}{8} \left[4 \operatorname{erfc} \left(\frac{c}{2} \right) + 2 \operatorname{erfc} \left(\frac{c}{2} (1+2\sin\theta) \right) + 2 \operatorname{erfc} \right. \\
 & \left. \left(\frac{c}{2} (1-2\sin\theta) \right) + 2 \operatorname{erfc} \left(\frac{c}{2} (2\cos\theta-1) \right) + \operatorname{erfc} \left(\frac{c}{2} (2\cos\theta \right. \right. \\
 & \left. \left. -2\sin\theta-1) \right) + \operatorname{erfc} \left(\frac{c}{2} (2\cos\theta+2\sin\theta-1) \right) \right] + \\
 & \frac{1}{8} \left[\frac{8}{\sqrt{\pi}} \exp \left(-\frac{c^2}{4} \right) \sum_{k=0}^{\infty} H_{2k+1} \left(\frac{c}{2} \right) \left(\frac{c^2}{4\beta^2} \right)^{k+1} \frac{1}{\Gamma(k+1)!} + \right. \\
 & \frac{4}{\sqrt{\pi}} \exp \left(-\frac{c^2}{4} (1+2\sin\theta)^2 \right) \sum_{k=0}^{\infty} H_{2k+1} \left(\frac{c}{2} (1+2\sin\theta) \right) \left(\frac{c^2}{4\beta^2} \right)^{k+1} \frac{1}{\Gamma(k+1)!} \\
 & + \frac{4}{\sqrt{\pi}} \exp \left(-\frac{c^2}{4} (1-2\sin\theta)^2 \right) \sum_{k=0}^{\infty} H_{2k+1} \left(\frac{c}{2} (1-2\sin\theta) \right) \left(\frac{c^2}{4\beta^2} \right)^{k+1} \frac{1}{\Gamma(k+1)!} \\
 & + \frac{4}{\sqrt{\pi}} \exp \left(-\frac{c^2}{4} (2\cos\theta-1)^2 \right) \sum_{k=0}^{\infty} H_{2k+1} \left(\frac{c}{2} (2\cos\theta-1) \right) \left(\frac{c^2}{4\beta^2} \right)^{k+1} \frac{1}{\Gamma(k+1)!} \\
 & + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \exp \left(-\frac{c^2}{4} (2\cos\theta-2\sin\theta-1)^2 \right) \sum_{k=0}^{\infty} H_{2k+1} \left(\frac{c}{2} (2\cos\theta-2\sin\theta-1) \right) \\
 & \cdot \left(\frac{c^2}{4\beta^2} \right)^{k+1} \frac{1}{\Gamma(k+1)!} + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \exp \left(-\frac{c^2}{4} (2\cos\theta+2\sin\theta-1)^2 \right) \\
 & \left. \cdot \sum_{k=0}^{\infty} H_{2k+1} \left(\frac{c}{2} (2\cos\theta+2\sin\theta-1) \right) \left(\frac{c^2}{4\beta^2} \right)^{k+1} \frac{1}{\Gamma(k+1)!} \right] \quad (17)
 \end{aligned}$$

4. 오율 특성 비교 및 검토

앞 장에서 잡음과 간섭의 영향을 받은 다치 QPRS 신호의 일반 오율식을 유도하여 반송파 대 잡음 전력비 (CNR), 반송파 대 간섭과 잡음 전력비 (CIR)를 파라미터로 하여 9, 49, 225 QPRS 에 대한 수치 계산 결과와 잡음과 간섭 및 캐리어 음셋에 대한 9QPRS 신호의 오율 특성을 그림 6. - 그림 10.에 나타냈다. 그림 9. 에서 10^{-6} 의 오율에 있어서 캐리어 음셋에 대한 CNR의 열하를 캐리어 음셋이 없는 경우와 비교하여 2° 의 경우 0.4dB, 4° 의 경우 0.8dB, 6° 의 경우 1.5 dB 등으로 되는 것을 알 수 있다.

그림 10은 CIR을 파라미터로 한 것의 오율을 나타냈다. 10^{-6} 의 오율에 있어서 CIR = 40dB를 기준으로 한 CNR의 열하량은 CIR이 30dB, 25dB, 20dB의 경우 각각 0.2dB, 0.4dB, 1.5dB가 됨을 알 수 있었다.

5. 결론

본 연구에서는 다치 QPRS에 있어서 가우스성 잡음, 동일 채널 CW 간섭 및 캐리어 음셋이 존재하는 경우의 오율 특성을 살펴 보았다.

급후의 연구에서는 캐리어 음셋의 영향 (즉, static phase error)을 확장한 위상 지터 (Phase Jitter)의 영향에 대한 연구가 필요하다.

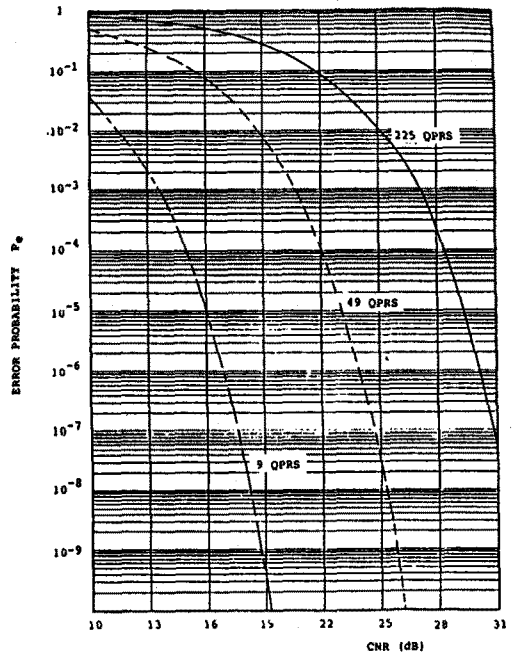


그림 6. 가우스성 잡음하에서 9,49,225 QPRS의 오율

Fig. 6) The error rate of 9,49,225 QPRS signals in the environment of Gaussian noise.

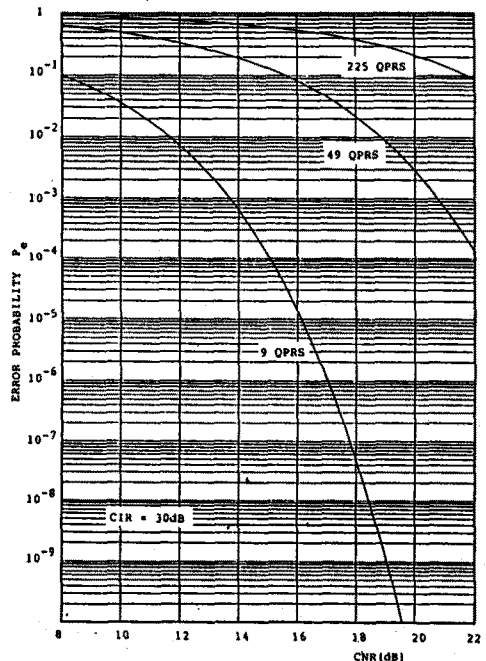


그림 7. 가우스성 잡음과 동일 채널 간섭하에서 9,49,225 QPRS의 오율 (CIR=30dB)

Fig. 7 The error rate of 9,49,225 QPRS signals with Gaussian noise and co-channel CW interference (CIR=30dB).

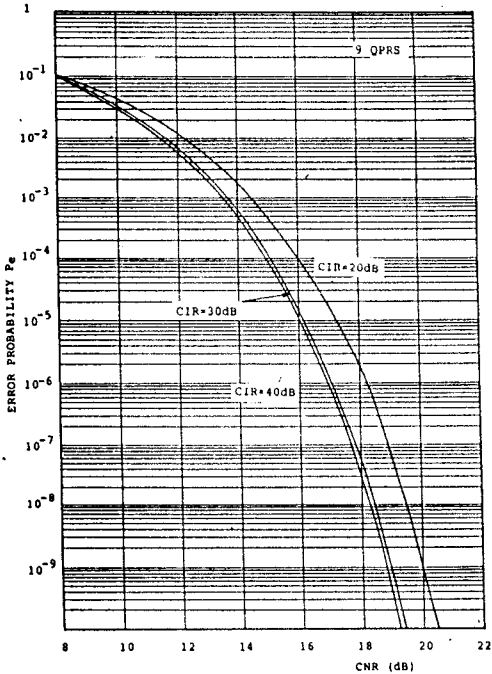


그림 8. CIR의 변화에 따른 9QPRS의 오율 특성
Fig. 8 The error rate of 9QPRS signal with CIR.

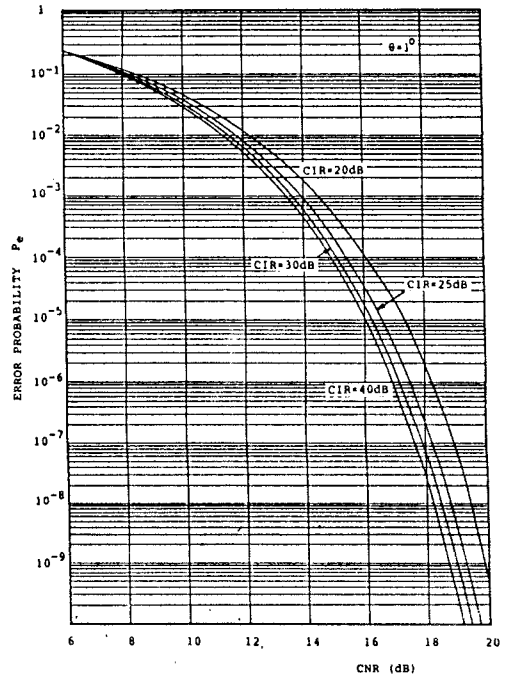


그림 10. 캐리어 옵셋하에서 CIR의 변화에 따른 9QPRS 신호의 오율 특성
Fig. 10 The error rate of 9QPRS signal with CNR in a static phase error.

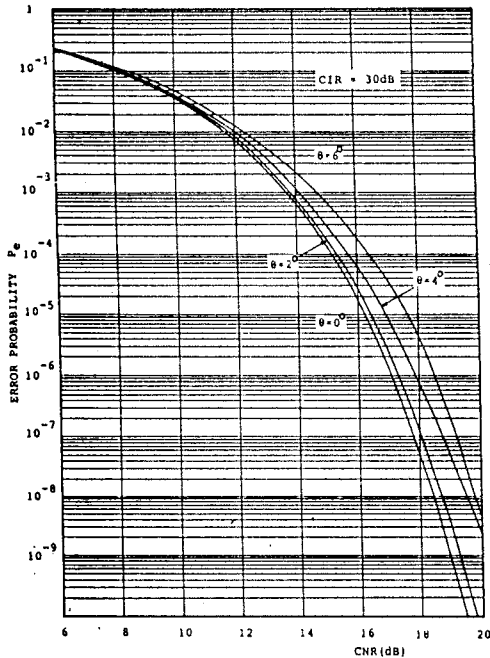


그림 9. 캐리어 옵셋에 따른 9QPRS의 오율 특성
Fig. 9 The error rate of 9QPRS signal with carrier offset.

참 고 문 헌

- [1] 조 성 준 역, 데이터 전송, 한국항공대학 출판부, pp.60-71, 1984.
- [2] Kuang-Tsan Wu, K. Feher, "Multilevel PRS/QPRS above the Nyquist rate," IEEE Trans. on Commu., vol.com-33, pp.735-739, July 1985.
- [3] P. Kabal, S. Pasupathy, "Partial Response Signaling," IEEE Trans. on Commu., vol.com-23, pp 921-934, Sept. 1975.
- [4] K. Feher, Digital Communications : Microwave Applications, Englewood Cliffs, NJ : Prentice-Hall, ch.7, 1981.
- [5] G. J.Sundal, "Error rate of QPRS evaluated in amplitude - phase space," IEEE Trans. on Commu., vol.com-27, pp.1802-1805, Dec. 1979