다원 트래픽의 호손율 계산

°* 김 승 환, ** 성 단 근, * 김 대 영

* 충남대학교 전자공학과 **과학기술대학 전자전산학부

Calculation of Blocking Probabilities in the Multi-slot Connection Traffic

* SEUNG HWAN KIM, ** DAN KEUN SUNG, * DAE YOUNG KIM

* Dept. of Electronics Engr., Chungnam National University
** Korea Institute of Technology

ABSTRACT

Four computational algorithms are discussed and compared which calculate the blocking probabilities in the multi-slot connection traffic for the wide-band services.
The computational complexity and time can be significantly reduced , and the overflow and underflow problem can be circumvented as well , by a newly proposed algorithm , the last one .

1. 서론

종합 정보 통신망 (ISDN ; Integrated Services Digital Network) 의 개념이 점차 정립되어 가고, 이의 구축을 적극 추진해 나감에 따라 디지탈망의 주 서비스인 음성 뿐만 아니라, 데이타등의 중대역(Wide-band), 또는 화상등의 광대역(Broadband) 서비스 제공이 점차 대두되고 있으며, 64kb/s를 기본 단위로 하는 기존 디지탈 교환기 구조에서의 중대역 서비스(Wide-band Services) 수용에 따라 전송속도가 다른 호가 동일 선군에 가해지는데, 이를 수용할 수 있는 다원 트래픽 모델의 호 종별 호손율 계산이 필요하다.

일반적으로, 다원 트래픽 모델에서 호 종류별 호손율은 크게 달라지는데, 전송속도가 다른 두 종류의 호(64kb/s, 384kb/s)가 가해진 경우의 호 종류별 호손율을 본 논문에서 효율적으로 계산해 본다.

2. 다원 트래픽 호손율

다양한 서비스의 요구에 따라, 종합 정보 통신망(ISDN)에는 동일 교환선군에 두 종류 이상의 트래픽이 가해질수 있는데, 일반적으로 교환선군에 호의 성질, 처리 방법, 전송속도 등의 성격이 다른 두 종류 이상의 트래픽을 교환 또는 전송계에서 수용 처리 하는것을 다원 트래픽 처리라 할 수 있다[1].

64kb/s 를 회선 기본 단위로 하는 중대역 스위칭망(Wide-band Switching Network) 에서 nx64kb/s 의 multi-slot 호를 처리함에 따른 호손율을 계산하는데 있어서 먼저 이원 트래픽에 대하여 논하여 본다.

일반적으로 호량이 X 이고 호당 점유 대역수가 Y 인 랜덤 호를 (X,Y) 로 나타낼수 있는데, 호량이 a_1, a_2 이고 호당 점유 대역수, 즉 64kb/s 로 환산된 타임 스롯수가 1, m 인 두 종류의 호 $(a_1,1)$, (a_2,m) 가 전 회선수가 s 인 회선에 가해질 때의 이원 트래픽 모델은 그림1 과 같은데 하나의 타임스위치나 트렁크 그룹으로 볼수 있다. 여기서 전송 속도가 384kb/s인 경우, m 은 6(384/64)이 된다.

호가 Poisson 과정에 따라 λ_1, λ_2 율로 발생한다고 가정하고, 서비스 시간이 평균 서비스시간 $1/\mu_1$, $1/\mu_2$ 로 지수 분포(exponetial distribution) 할때 도착 과정과 지수적으로 분포된 서비스시간은 서로 모두 독립적이며, 각 호의 서비스는 Δt 사이에 2개의 호가 발생하지 않는 가정에서 통계적 평형 상태 분포 P(X=i,Y=j)= P(i,j) 는 통계적 평형 상태의 동시 접속확률이 된다[2]. 평형 상태 분포에서 상태 천이도로 부터 상태 평형식을 얻을수 있으며, 통계적 평형 상태에서 호$(a_1,1)$, (a_2,m)의 접속 대역수를 X와 Y에 대한 동시 접속확률 P(i,j)는 (1) 식과 같다.

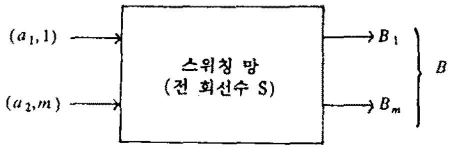

그림1. 이원 트래픽 모델

$$p(i,j) = \frac{a_1^i}{i!} \cdot \frac{a_2^j}{j!} \cdot p(0,0) \tag{1}$$

여기서 $a_1 = \lambda_1/\mu_1$, $a_2 = \lambda_2/\mu_2$ 이다.

호 $(a_1,1)$, (a_2,m) 의 접속 대역수 X, Y 에 대한 전 접속 대역수 S=X+mY 가 되며, k 개의 대역 점유확률 Q(k)=P{S=k} 는 (2) 식과 같다[3].

$$Q(k) = \sum_{i=0}^{[k/m]} \frac{a_1^{(k-mi)}}{(k-mi)!} \cdot \frac{a_2^i}{i!} \cdot p(0,0) \tag{2}$$

여기서 [ ] 는 Gauss 기호로 정수값을 갖는다. 이러한 호가 Poisson 과정으로 발생할 때 도착 시점의 상태 확률을 구하면 Q(k)와 같다. $(a_1,1)$, (a_2,m)의 호 종별 호손율 B_1, B_m 을 구하면 다음과 같다.

$$B_1 = Q(s) = p(0,0) \sum_{i=0}^{[s/m]} \frac{a_1^{(s-mi)}}{(s-mi)!} \cdot \frac{a_2^i}{i!} \tag{3}$$

$$\begin{aligned} B_m &= \sum_{j=s-m+1}^{s} Q(s) \\ &= p(0,0) \sum_{j=s-m+1}^{s} \sum_{i=0}^{[j/m]} \frac{a_1^{(j-mi)}}{(j-mi)!} \cdot \frac{a_2^i}{i!} \end{aligned} \tag{4}$$

여기서 P(0,0) 는 정규화 조건 $\sum_{k=0}^{s} Q(k)=1$ 에서 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$p(0,0)^{-1} = \sum_{j=0}^{[s/m]} \sum_{i=0}^{s-mj} \frac{a_1^i}{i!} \cdot \frac{a_2^j}{j!} \tag{5}$$

$a=a_1+ma_2$ 일때 s 회선에 가한 합성 호량 , 즉 64kb/s 호로 환산된 평균 호손율 B 는 (6) 식과 같다.

$$B = (a_1 B_1 + m a_2 B_m)/a \tag{6}$$

일반화된 다원 트래픽 모델은 그림2 와 같은데, 호당 요구되는 스롯수에 따라 r 형태(type) 의 호로 구분할때 i 형태의 호는 d_i 타임 스롯을 필요로 하며, a_i 만큼 호량이 적용 될때 multi-slot 호에 대한 타임 스롯 위치의 제한이 없다(Independent Routing) 면 i 형태(i=1,2,....,r) 의 k_i 에 의하여 링크 또는 중계선 그룹이 점유될 확률은 (7) 식과 같다[4].

$$p(k_1,k_2,\ldots,k_r)=\frac{1}{G}\cdot\prod_{i=1}^{r}\frac{a_i^{k_i}}{k_i} \qquad (7)$$

여기서 G 는 정규화에 따른 상수로 모든 가능한 상태의 $P(k_1, \ldots, k_r)$ 의 합이 1 이 되도록하여 구할 수 있다.

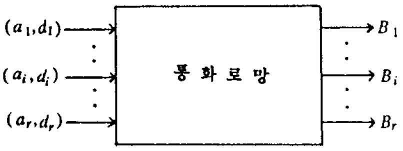

그림2. 일반화된 다원 트래픽 모델

또, n 개의 채널이 점유될 점유 분포식은 (8) 식과 같다.

$$Q(n)=Pr\{n\ Channels\ \ busy\}$$
$$=\sum_{0\le k_id_i\le n} p(k_1,\ldots,k_r) \qquad (8)$$

(8) 식은 반복적인 관계에 의하여 (9) 식을 만족한다[4,5].

$$Q(n)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{r}a_id_iQ(n-d_i) \qquad (9)$$

전 접속 대역수가 s 일때 i 형태의 호에 대한 호손율은 (10)

$$B_i=\sum_{n=s-d_i+1}^{s}Q(n) \qquad (10)$$

지금까지 언급된 계산식에 의하여 호손율을 계산하려면 초기값을 계산해야 하는데 이것을 위하여 가정된 초기치를 가지고 각 채널이 점유될 확률을 계산하여 다시 정규화시켜 초기치를 정한다. 이 과정에서 채널수 n가 큰 경우 Overflow 나 Underflow 문제가 야기되어 컴퓨터로 계산하는데 한계가 있다. 그리하여 여기서는 이러한 문제를 해결하면서 호손율을 계산하는 방법을 새로 제안한다.

Q(n) 과 Q(n-1) 의 비를 X(n)이라 할때 X(n)은 Q(n-1)/Q(n)으로 (11)식과 같이 계산 된다.

$$X(n)=n/(a_1+6a_2\prod_{i=1}^{5}X(n-i)) \qquad (11)$$

여기서, Y(n)을 $Y(n)=\prod_{i=1}^{n}(\frac{1}{X(i)})$로 놓을때 Q(n)은 (12)식과 같이 나타내진다.

$$Q(n)=\frac{Q(n-1)}{X(n)}=Y(n)Q(0) \qquad (12)$$

따라서, 전 회선수가 s일때 $\sum_{n=0}^{s}Q(n)=1$ 이므로 Q(o)는 (13)식과 같다.

$$Q(0)=(\sum_{n=1}^{s}Y(n))^{-1} \qquad (13)$$

$B_1=Q(s)=Y(s)Q(0)$, $B_6=Q(0)\sum_{n=s-5}^{s}Y(n)$ 이므로 다음식과 같이 나타낼수 있다.

$$B_1=\frac{Y(s)}{\sum_{n=1}^{s}Y(n)} \qquad (14)$$

$$B_6=\frac{\sum_{n=s-5}^{s}Y(n)}{\sum_{n=1}^{s}Y(n)} \qquad (15)$$

다시 (14)식을 정리하면 (16)식과 같이 쓸수 있다.

$$B_1^{-1}=1+\sum_{n=1}^{s}\prod_{i=1}^{n}X(s-i+1) \qquad (16)$$

(14), (15)식에서 B_1과 B_6의 비를 계산해보면 다음 (17)식과 같다.

$$B_6/B_1=1+\sum_{n=1}^{5}\prod_{i=1}^{n}X(s-i+1) \qquad (17)$$

따라서, B_6는 (16)식에서 계산된 B_1에 (17)식에서 구한 B_1과 B_6의 비를 적용하면 쉽게 구할수 있다.

3. 호 종별 호손율 계산

본 논문에서는 독립적 경로선택(Independent Routing)인 경우에 대하여 두 종류의 호(64kb/s 와 384kb/s)에 대한 호손율을 몇가지 방법으로 계산해 본다.

방법1) (2),(3),(4) 식에 의하여 B_1,B_6를 계산하는 경우.

[스텝1] (2) 식에서 $p'(0,0)=\alpha$ 로 놓으면 $Q'(k)$는 (18)식과 같다.

$$Q'(k)=\sum_{i=0}^{[k/m]}\frac{a_1^{(k-mi)}}{(k-mi)!}\frac{a_2^i}{i!}.\alpha \qquad (18)$$

(18)식에 의하여 k=1에서 k=s까지 $Q'(k)$의 값을 계산하여 기억시킨다.

[스텝2] $\Sigma_{n=0}^{s}Q'(k)=\beta$ 에서 β를 계산한다. 여기서 $p(0,0)=\alpha/\beta$가 된다.

[스텝3] $B_1=Q'(s)/\beta$ 를 계산한다.

[스텝4] $B_6=\sum_{n=s-5}^{s}Q'(n)/\beta$ 를 계산한다.

방법2) (1) 식에서 i,j 에 따른 각 p(i,j) 값을 기억시켜 B_1, B_6 을 구하는 경우.

[스텝1] $p'(0,0)=\alpha$ 로 놓으면 $p'(0,0)$는 (19)식과 같다.

$$p'(i,j)=\frac{a_1^i}{i!}\cdot\frac{a_2^j}{j!}.\alpha \qquad (19)$$

여기서 $p'(i,j)=(a_1/i)*p(i-1,j)$ 또는 $p'(i,j)=(a_2/j)*p'(i,j-1)$ 의 식으로 $p'(i,j)$를 계산하여 기억시킨다.

[스텝2] [스텝1]을 행하면서 각 $p'(i,j)$값의 모든 경우의 수의 합을 β로 놓는다. 여기서 $p'(0,0)=\alpha/\beta$가 된다.

[스텝3] $\Sigma_{j=0}^{[s/m]}p'(s-mj,\ j)=\gamma$ 의 식에서 γ를 계산하여 B_1을 $B_1=\gamma/\beta$ 로 계산한다.

[스텝4] $\Sigma_{i=0}^{5}\Sigma_{j=0}^{[(s-i)/m]}p'(s-mj-i,j)=\delta$ 의 식에서 δ를 계산하고 B_6를 $B_6=\delta/\beta$ 로 계산한다.

방법3) (9),(10) 식에 의하여 두 종류의 호손율 B_1,B_6를 계산하는 경우.

[스텝1] $Q'(0)=\alpha$ 로 놓고 (20)식과 같이 $Q'(n)$를 계산하여 기억시킨다.

$$Q'(n)=\frac{a_1}{n}Q'(n-1)\ ,\ n\le 5$$
$$Q'(n)=\frac{1}{n}[a_1Q'(n-1)+6a_2Q'(n-6)]\ ,\ n\ge 6 \qquad (20)$$

[스텝2] $\Sigma_{n=0}^{s}Q'(n)=\beta$ 식에서 β를 계산한다. 여기서 $Q(0)=\alpha/\beta$가 된다.

[스텝3] B_1을 $B_1=Q'(n)/\beta$ 로 계산한다.

[스텝4] B_6를 $B_6=\Sigma_{n=s-5}^{s}Q'(n)/\beta$ 로 계산한다.

방법4) (16), (17)식에 의한 호손율 계산.

[스텝1] $X(n)=Q(n-1)/Q(n)$ 으로 정할때 (21)식을 이용하여 n=s 까지 X(n)을 계산하여 기억시킨다.

$$X(n)=\frac{n}{a_1}\ ,\ n\le 5$$
$$X(n)=\frac{n}{[a_1+6a_2\prod_{i=1}^{5}X(n-i)]}\ ,\ n\ge 6 \qquad (21)$$

[스텝2] [스텝1] 에서 계산한 X(n)값을 가지고 (16) 식으로 B_1 을 계산한다.
[스텝3] (17)식을 이용하여 B_6를 계산한다.

4. 호손율 계산에 대한 분석

앞에서 제시한 4가지 방법에 대한 각 호손율 계산에 대하여 분석해보면, 컴퓨터로 계산할때 방법1)은 계산상 Overflow 또는 Underflow문제 때문에 s값이 작을때에만 계산 가능하다. 또, 알고리즘에서 승제 계산의 복잡성도 $O(s^3)$으로 계산 시간이 다른 3가지 방법보다 가장 많이 걸린다.
방법2)를 가지고 호손율을 계산할 경우 방법1)보다는 알고리즘 계산의 복잡성이 $O(s^2)$로 개선 되었고 방법1)보다는 좀더 더 큰 s값에 대하여 계산 가능하다. 그러나, 이 방법도 계산상 Overflow 또는 Underflow문제 때문에 s값이 클때에는 계산이 불가능하다.
방법3)에 의한 계산은 알고리즘의 복잡성이 O(s)가 되므로 방법1), 방법2)보다는 계산 시간이 상당히 개선된다. 그러나 s값이 큰 경우 Q'(n)을 계산하면 n가 증가함에 따라 Q'(n)값이 매우 크게 되기 때문에 Overflow 문제가 발생한다.
이것을 해결하기 위해서는, n가 증가하여 Overflow 가 발생하기 바로 전의 Q'(n)값에 아주 작은 임의의 상수를 곱하여 Q'(n)값을 작게 만들어 다시 (20)식을 이용하여 n+1 부터 Overflow 가 발생하기 전 까지 Q'(n)값을 계산한다. n=s 까지 이와 같은 방법을 되풀이하여 Q'(n)값을 계산하며, n=s 까지의 합을 계산하기 위해서는 앞에서 설정된 상수들을 고려하여 계산한다. 이러한 방법으로 계산하면 프로그램이 복잡해지는 단점이 있으나, 방법1) 과 방법2)보다는 보다 큰 s값에 대해서도 호손율을 계산할 수 있다.
방법4)에 의한 계산은 (21)식을 이용하여 X(n)을 계산 하는데 s값이 아주 커져도 X(n)값은 트렁크 또는 링크 점유도가 1 일때 거의 0에서 1사이의 값을 갖게 된다. 이러한 X(n)값을 가지고 (16), (17) 식에 의하여 B_1, B_6의 호손율을 Overflow 나 Underflow 문제를 야기 시키지않고 구할수가 있다. 앞의 3가지 방법에서는 정규화에 의한 초기값 설정이 필요하여, Overflow 또는 Underflow문제가 야기 되었으나 방법4)에서는 Overflow 또는 Underflow문제가 전혀 발생하지 않으며, 정규화 조건에 의하여 구해지는 초기값 설정이 필요 없게 된다. 따라서, (16)식과 (17)식을 이용한 방법4)의 계산은 4가지 계산 방법중 가장 간단하고 계산 시간도 가장 적게 걸리며, B_1과 B_6에 대한 호손율 계산도 s=4096 정도까지도 계산가능하다.

5. 시뮬레이션 결과

HP-1000 컴퓨터를 사용하여 호손율을 계산했는데, 10^{40} 이상의 수치에 대한 계산은 Overflow문제가 발생 하였다. 1스롯호의 호량을 90%, 6스롯호의 호량을 10%로 적용했을 경우에, 방법1)의 계산은 (2)식에서 s=35일때 35!를 계산해야하는데 35!의 계산값은 10^{40}보다 크므로 Overflow가 발생하여 s=34 까지 계산 가능하다. 방법3) 에 의한 계산에서는 s=1024 까지 가능하였으며, 방법4)에서는 그림3 와 같이 s값에 관계없이 링크 또는 트렁크 점유도(ζ)가 1 일때 거의 0에서 1사이의 값을 갖으므로 Overflow문제가 발생하지 않으며, 초기값 설정이 필요 없으로 s=4096 까지도 계산가능 하였고, 계산 시간도 s=1024에 대한 호손율을 계산 하는데 방법3) 에서는 36 분정도 걸렸고, 방법4) 에서는 1분정도 시간이 필요 했다.
방법3) 과 방법4) 에 의해 계산된 호손율 B_1을 보면 그림4 에서 볼 수 있듯이 각 계산 값의 차이가 거의 없음을 알수 있다.
그림5 는 B_6 의 계산값을 나타낸 것인데, B_1에서와 같이 방법3)과 방법4)의 계산값 차이가 거의 없음을 알수 있다.

5. 결론

다원 트래픽에 대한 호손율을 네가지 방법으로 계산해 보았는데, 방법4)에 의한 계산은 정규화에 의하여 구할수 있는 초기값 계산이 필요없으며 계산 알고리즘도 매우 간단하다.
그리고 계산 알고리즘 상 Overflow, Underflow 문제가 전혀 발생하지 않으므로 빠르고 정확한 호손율을 계산할 수 있다.
앞으로 이러한 알고리즘을 사용하여 다원 트래픽의 호손율을 계산한다면 도움이 될수 있을것이다.

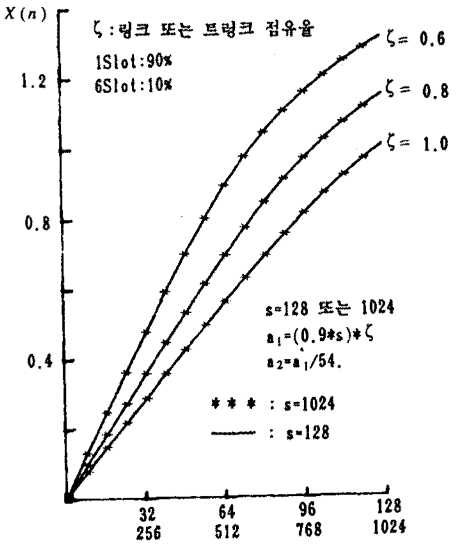

그림3. X(n) 의 계산값

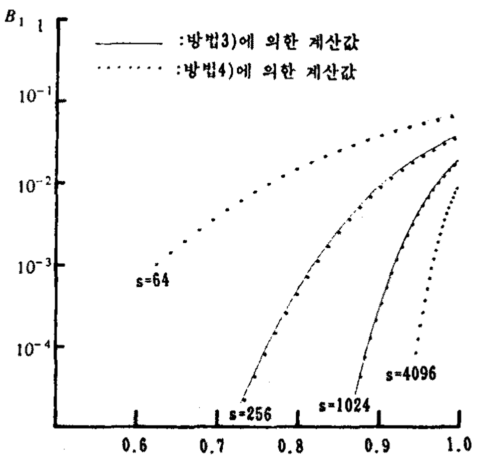

그림4. B1 의 계산값

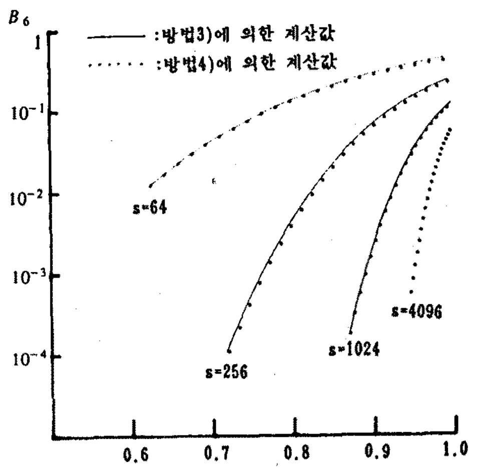

그림5. B6 의 계산값

참 고 문 헌

[1] 추산 넘, 근대 통신 공학 , 전기 서원 , 1973
[2] Cooper. R B, Introduction to Queuing Theory , Second Edition, North Holland, 1977
[3] Haruhisa TAKAHASHI, Tetsuo TSUNEIZUMI, Haruo AKIMARU ,"Individual Call Losses for Multi-Dimension Traffic ," Paper of the Tech. Group, IECE Japan, SE83-138, 1983
[4] J.L Lutton, J.W Roberts, "Traffic Performance of Multi-slot Call Routing Strategies in an Integrated Services Digital Network," Sesson 22 B Paper6, ISS'84 Florence, 7-11 May. 1984
[5] Joseph S. Kaufman, "Blocking in a Shared Resource Environment," IEEE Trans, Comm, Vol.Com-29, No.10, October, 1981
[6] Yasushi WAKAHARA, "FAST ALGORITHMS FOR A VARIETY OF SPEED TRAFFIC," Paper of the Tech. Group, IECE Japan , SE79-97, 1979