

광대역 초음파 장 응답의 해석과
 집중된 Annular Array 영상 시스템 설계에의 응용

° 노 경태*, 송 태경*, 박 승배*

*한국 과학 기술원 전기및 전자공학과

Analysis of Broadband Ultrasonic Field Response and its
 Application to the Design of Focused Annular Array System

Gyoung-tae Rho*, Tae-kyung Song*, Song-bae Park*

Dept. of Electrical Engineering, KAIST

ABSTRACT

In this paper an approach for the analysis of the transient field response of radially symmetric transducer due to a wideband ultrasonic pulse is presented, which is based on a development of Green's function and applies the linear system theory to obtain an analytic expression for the impulse response of an annulus with a planar or spherical geometry. For the focused annular array, the impulse responses of the individual annuli are convolved with the delayed excitation pulse, and then summed to obtain the resultant response of the array. This process is very effective in the study of the various focusing abilities of the annular array. For illustration, the field distribution of a five element annular array is treated in detail for several focusing system.

I. 서론

초음파 B-모우드 영상에서 가장 중요한 측방향 해상도는 트랜스듀서의 집중 능력, 빔폭, apodizing 효과에 의해 좌우된다. 본 논문은 annular array 시스템의 측방향 해상도를 개선하기 위한 최적 집중에 관한 것이며, 이를 위해 우선 annular array 에 적합한 유효 빔 시뮬레이션 기법을 전개시킨다.

측 방향 해상도는 집중영역을 희생시켜 개선시킬 수 있는 반면 전체의 상태는 수신 모우드에서 동적 집중에 의해 개선시킬 수 있다. 동시에 전송 집중은 전체적인 측 방향 해상도의 설계에 중요한 역할을 한다.

현재 사용되는 초음파 펄스 영상 시스템의 대부분이 짧은 펄스를 이용하며 그동안 광역 과도 장 폐단의 많은 연구가 진행되었다[1,2, 3,5,8,9]. Stepanishen은 고전적 극소 관찰자 방법에 의해 baffled 피스톤 방사체에 대한 해석적 장 폐단을 구했다[1]. Linzer등은 Norton과 Macovski가 1976년에 제안한[5,9] 초음파 렌즈에의 선형 시스템 접근 방법을 이용하여 annular array 의 광역 응답을 계산했다. 최근에는 Foster등과 Fink가 순간적 접근 방식을 사용하여 방사상 대칭 방사체의 과도 장 응답을 해석했다. 모든 연구는 Green 함수[4]의 시간 영역 접근 방법에 근거하며 연속 aperture에 관련된다. 따라서 phased annular array에 적용할 때 annulus의 안쪽, 바깥쪽 반경으로부터 비롯되는 복잡한 시간 구간을 다루어야 했다[3].

이 논문에서는 annulus나 disk인 방사 대칭 aperture에의 Norton 접근 방식에 근거하여 전체 장 관점에서 과도 장 응답에 대한 해석적 표현을 유도한다. 이 결과는 apodizing 효과를 포함한 phased annular array 시스템의 동작연구에 유용하다. 유도된 장 표현식은 몇가지 집중 방법의 computer 시뮬레이션에 의한 장 응답을 구하기 위해 적용한다.

II. 광 대역 장 응답

기본 이론

광대역의 경우 시간 영역 접근 방법이 바람직하므로 이 방법을 택한다. 해석은 Rayleigh-Sommerfeld 스텔라 회절 공식[4]으로 시작한다.

$$U_z(\rho) = \frac{1}{i\lambda} \int U_0(r) e^{ikR} \frac{z}{R^2} dS_0 \quad (1)$$

여기서 λ 는 파장, k 는 파 수, R 은 source와 관찰점 간의 거리, S_0 는 source평면이며 $U_0(r)$ 은 $p(r)$ 이 pupil 함수일 때 다음 식으로 표시되는 source 분포이다.

근축 근사 가정과 단색 여기에 대한 Norton의 유도식에 의해 다음을 얻는다.

$$U_z(\rho, \tau) = \frac{\nu}{iz} e^{i2\pi\nu(x + \frac{\rho^2}{2z})} H[P'(r)] \frac{\rho\nu}{z} e^{-i2\pi\nu\tau} \quad (2)$$

여기서 $H[]$ 는 Hankel 변환을 나타내며

$$P'(r) = P(r) e^{-\frac{i2\pi\nu r^2}{2F}} \quad (3)$$

$$\nu = \frac{1}{\lambda}, \quad \tau = ct, \quad e^{-i2\pi\nu f_0 t} = e^{-i2\pi\nu\tau}$$

c : 초음파 속도
 F : 곡률 반경(즉 초점거리)

단색파가 다음의 선형시스템에 가해지면[9]

$$L[e^{-i2\pi\nu\tau}] = H_z(\rho, \nu) e^{-i2\pi\nu\tau} \quad (4)$$

시스템의 임펄스 응답은

$$h_z(\rho, \tau) = F^{-1}[H_z(\rho, \nu)]_\tau \quad (5)$$

여기서

$$F^{-1}\{f(x)\} = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \exp(-i2\pi xs) dx. \quad (6)$$

식 (5)로 부터 임의의 여기 펄스 $f(t)$ 에 대한 장 응답을 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$U_z(\rho, \tau) = f(\tau) * h_z(\rho, \tau) \quad (7)$$

근본적으로 우리의 일은 Norton이 연구한 렌즈의 초점평면 응답을 전 영상 평면에서 평면 또는 구형 표면을 가진 임의의 annulus의 장 응답 해석으로 일반화 하는 것이다. 식 (2)와 (5)로 부터 임펄스 응답은 다음과 같이 표현된다.

$$h_z(\rho, \tau) = F^{-1}\left[\frac{\nu}{iz} e^{i2\pi\nu u} H[P'(r)] \frac{\rho\nu}{z}\right]_\tau \quad (8)$$

아래의 관계식을 이용하면

$$\int_0^\infty J_0(2\pi x) \exp(\pm i2\pi xs) dx = \text{rect}(s/2) / [\pi(1-s^2)]^{1/2}$$

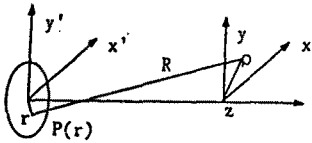
여기서 $J_0(\cdot)$ = 제 1종 0차 베셀 함수

$$F(w) = F(f(t)),$$

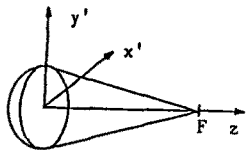
$$\text{rect}(s/2) = \begin{cases} 1 & \text{for } |s| \leq 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

식 (8)은 식 (9)가 된다.

$$h_z(\rho, \tilde{\epsilon}) = 1/(2\pi z) \frac{\partial}{\partial \tilde{\epsilon}} I \quad (9)$$



(a) 균일 aperture



(b) 오목 방사체

그림 1. 방사상 대칭 aperture

여기서

$$I = 2 \int P(r) \text{rect}\left(\frac{\tau_2 z}{2pr}\right) dr / \sqrt{\left(\frac{pr}{z}\right)^2 - \tau_2^2} \quad (10)$$

$$\tau_2 = \tau_1 - \beta r^2$$

$$\tau_1 = \tau - z - \frac{p^2}{2z}$$

$$\beta = \frac{1}{2z} - \frac{1}{2F}$$

$$f(t) * \frac{d}{dt} h(t) = \frac{d}{dt} f(t) * h(t) \text{ 이므로}$$

식 (7)은 식 (11)이 된다.

$$U_z(\rho, \tau) = \frac{d}{dt} f(\tau) * h(z, \rho, \tau) \quad (11)$$

여기서

$$h(z, \rho, \tau) = \frac{I}{2\pi z}$$

식 (10)의 I를 다른 시간 구간에서 다시 표현하면

$$I = \begin{cases} 0, & |\tau_2| > \frac{pr}{z} \\ \int 2P(r)r dr / \sqrt{\left(\frac{pr}{z}\right)^2 - \tau_2^2}, & |\tau_2| \leq \frac{pr}{z} \end{cases} \quad (12)$$

균일 aperture

첫째로 다음과 같은 균일 aperture를 생각해 보자.

$$P(r) = \begin{cases} 1, & R_0 \leq r \leq R_1 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

경우 1) $\beta=0$ ($z=F$): 초점 평면

$$h(z, \rho, \tau) = 1/(2\pi p) \int_{R_0}^{R_1} 2r \text{rect}\left(\frac{z}{2pr} \tau\right) dr / (r^2 - (z\tilde{\epsilon}_1/\rho)^2)^{1/2} \\ = 1/(2\pi p) \left[(r^2 - (z\tilde{\epsilon}_1/\rho)^2)^{1/2} U_r(r, \rho, z) \Big|_{R_0}^{R_1} + U_r(R_0, R_1) \Big|_{r_0}^{r_1} \right] \quad (13)$$

$$= \frac{1}{2\pi p} \left[\sqrt{R_1^2 - \left(\frac{z\tilde{\epsilon}_1}{\rho}\right)^2} - \frac{pR_0}{z} \right] \text{for } |z\tilde{\epsilon}_1| \leq \frac{pR_1}{z} \\ = \frac{1}{2\pi p} \left[\sqrt{R_1^2 - \left(\frac{z\tilde{\epsilon}_1}{\rho}\right)^2} - \sqrt{R_0^2 - \left(\frac{z\tilde{\epsilon}_1}{\rho}\right)^2} \right], |z\tilde{\epsilon}_1| \leq \frac{pR_0}{z} \quad (14)$$

$$\text{여기서 } U_r(x, y) = \begin{cases} 1, & x \leq r \leq y \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

경우 2) $\beta \neq 0$ ($z \neq F$): 비초점 평면 (평판 disk에 대해 $\beta=1/2z$).

$$h(z, \rho, \tau) = \frac{W(r)}{2\pi z} \left[U_r(r_0, r_1) \Big|_{R_0}^{R_1} + U_r(R_0, R_1) \Big|_{r_0}^{r_1} \right] \quad (15)$$

여기서

$$W(r) = \frac{1}{|\beta|} \sin^{-1} \left[\frac{2\beta r_1^2 r^2 - 2\beta r_1^2 z^2 - p^2 y \rho \sqrt{\rho^2 + 4\beta r_1^2 z^2}}{p \sqrt{\rho^2 + 4\beta z^2 r_1^2}} \right]$$

$$r_0 = \left| \frac{p \sqrt{\rho^2 + 4\beta z^2 r_1^2}}{2\beta z} \right|, \quad r_1 = \left| \frac{p \sqrt{\rho^2 + 4\beta z^2 r_1^2}}{2\beta z} \right|$$

$$\tau_1 \geq - \left| \frac{p^2}{4\beta z^2} \right| (\beta > 0), \quad \tau_1 \leq \left| \frac{p^2}{4\beta z^2} \right| (\beta < 0)$$

식 (15)를 (14)의 형태로 다시 쓸 수 있으나 computer 시뮬레이션을 고려하면 식 (13)과 (15)가 더 바람직하다.

경우 3) $\beta = 0$: 축상

초점 평면 ($z=F$)에서 식 (8)의 임펄스 응답은 다음과 같이 된다.

$$h(z, 0, \tau) = \frac{(R_1^2 - R_0^2)}{2z} \delta(\tau - z) \quad : z = F \quad (16)$$

비초점 평면 ($z \neq F$)에서는 다음을 얻는다.

$$h(z, 0, \tau) = \frac{1}{2z |\beta|} \quad : z \neq F \quad (17)$$

$$I = 2\pi \int_0^\infty P(r)r \delta(\tilde{\epsilon} - z - \beta r^2) dr$$

$$\text{for } -\beta R_0^2 < \tau - z < \beta R_1^2 \quad (\beta > 0)$$

$$\beta R_1^2 < \tau - z < \beta R_0^2 \quad (\beta < 0)$$

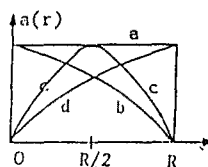
위에서 R을 0으로 놓으면 연속 평판 또는 연속 오목 방사체의 경우가 된다.

비균일 aperture

다음의 apodizing 패턴을 갖는 비균일 aperture를 생각하자.

$$P(r) = a_i(|r|) \text{rect}(r/2R), \quad i=1,2,3,4 \quad (18)$$

그림 2는 다른 a_i 에 대한 패턴을 나타낸 것이다. 식 (2)가 이 경우에도 적용되므로 이 패턴들에 대한 apodizing 효과를 알 수 있다. 초점 평면에서의 비균일 aperture의 응답은 다음과 같이 주어진다.



- (a) $a_1(r) = 1$
- (b) $a_2(r) = R^2 - r^2$
- (c) $a_3(r) = R^2/4 - (r - R/2)^2$
- (d) $a_4(r) = R^2 - (r - R)^2$

그림 2. 몇 개의 apodizing 패턴들

$$\begin{aligned}
 h(z, p, r) &= \frac{1}{\pi p} [-A(r) + R^2 [R^2 - (z\tau_1/p)^2]] : a_2(r) \\
 &= \frac{1}{\pi p} [-A(r) + 2RB(r)] : a_4(r) \\
 &= \frac{1}{\pi p^2} [-A(r) + RB(r)] : a_3(r)
 \end{aligned} \tag{19}$$

여기서

$$\begin{aligned}
 A(r) &= \frac{[R^2 - (\frac{z\tau_1}{p})^2]^{\frac{3}{2}}}{3} + (\frac{z\tau_1}{p})^2 \sqrt{R^2 - (\frac{z\tau_1}{p})^2} \\
 B(r) &= R [R^2 - (\frac{z\tau_1}{p})^2] \ln \left[\frac{p(R + \sqrt{R^2 - (\frac{z\tau_1}{p})^2})}{z\tau_1} \right]
 \end{aligned}$$

III. 빔 시뮬레이션

이 절에서는 오목, 원추형과 볼형 전송체에 의한 진속방법들의 특성을 알기 위해 유도된 수식을 가지고 computer 시뮬레이션을 한다. computer 시뮬레이션에서는 다음의 광역 펄스폭 가정했다.

$$f(t) = e^{-\frac{t^2}{\tau_0^2}} \sin 2\pi f_0 t \tag{20}$$

여기서 f_0 는 carrier 중심주파수, 펄스의 퍼센트 대역폭은 $1/\tau_0 f_0$ 로 정의한다. annular array는 지름이 0.95cm 이고 번적이 같은 다섯 요소로 구성되어 있다고 가정 했다.

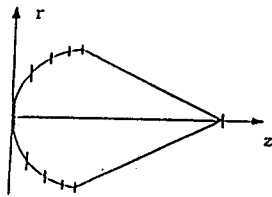
해석적 해를 가지고 오목 방사체의 응답을 annular array로 근사화하여 시뮬레이션한 결과는 그림 3이다. 중심 요소에 상지연을 하지 않은 것[그림 3.(a)]이 상지연을 약간 한 것[그림 3.(b)]에 비해 오목 방사체의 응답에서 더 빛어났음을 알 수 있다. 이는 오목형 트랜스듀서를 근사화할 때 상오차가 전자의 경우에서 더 크기 때문이다.



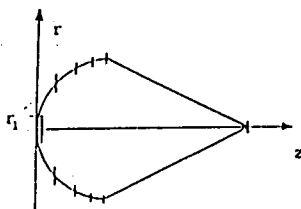
다섯 요소의 annular array



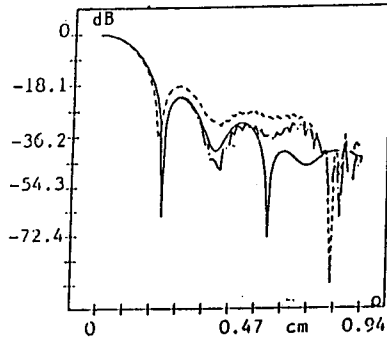
연속 오목 방사체



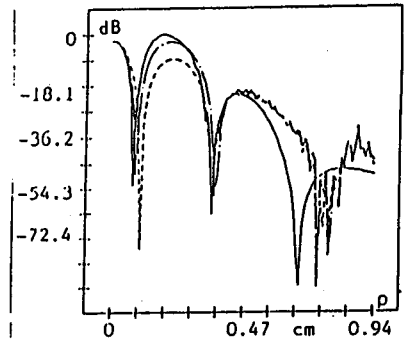
(a) 중심 요소 지연 = 0 그림 3.



(b) 중심 요소 지연 = τ_1/BF 그림 3.



(c) $z=F=8$ cm 에서

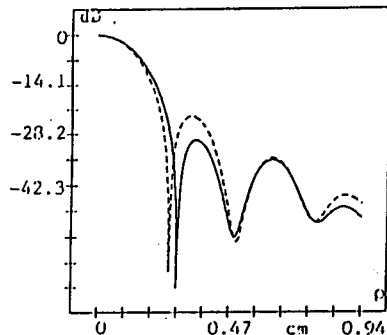


(d) $z=5$ cm, $F=8$ cm

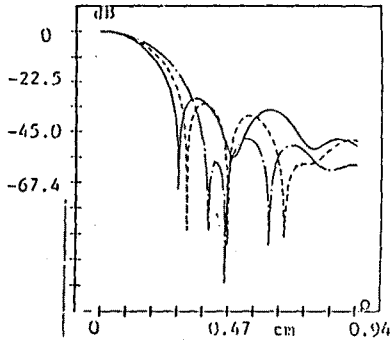
그림 3. annular array로 시뮬레이션한 오목 방사체 ($f_0 = 3.5\text{Mhz}$, %BW = 50)

- 오목 방사체
- - - - - (a)의 응답
- · - · - (b)의 응답

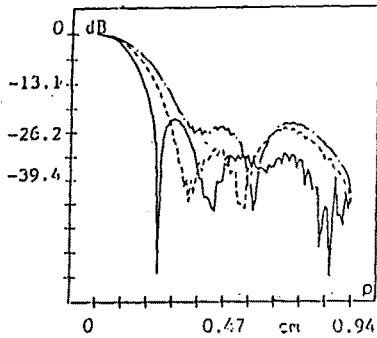
그림 4는 그림 2.페턴의 축방향 해상도에 대한 apodizing 효과를 시뮬레이션한 결과인데 이로부터 main lobe폭을 희생함으로써 side lobe를 줄일 수 있음을 알 수 있다. Apodizing 효과는 이산적인 경우(그림 4.(c))와 연속적인 경우(그림 4.(b))가 다르다. 이는 양자화 오차가 진폭과 상에서 모두 나타나기 때문이다.



(a) 연속 apodized 응답, $z=F=5$ cm



(b) $z=F=10\text{cm}$



(c) annular array의 이산 apodize 된 응답, $z=F=8\text{cm}$

그림 4. 축집 평면에서의 비균일 aperture 응답 ($f_0 = 3.5\text{MHz}$, $\%BW = 50$)

IV. 결론

방사상 대칭인 요소를 가진 광대역 annular array에 대한 장 응답의 해석적 표현을 유도했다. 본 논문의 임펄스 응답 접근 방법은 array들의 집속 능력을 분석하는 데 유용하다.

유도된 표현식을 이용해 몇가지 집속 시스템의 집속 특성에 대한 비교를 computer 시뮬레이션하면 annular array로 근사화 된 비 구형 전송계가 같은 크기의 구형 전송계에 비해 장 깊숙히 좋은 축방향 해상도를 제공할 수 있음을 보여 준다.

유도된 해석적 표현을 이용해 전송 지연 profile을 지정된 side lobe 억압하에 최선의 빔폭에 대해 최적화 할 수 있다.

REFERENCES

- [1] Peter R. Sthepanishen: "transient radiation from pistons in an infinite planar baffle", J.acoust. Soc. Am., 49, 1971, pp1629-1638.
- [2] J. C. Lockwood, J. G. Willette: "High speed method for computing the exact solution for the pressure variation in the near field of a baffled piston", J. Acoust. Soc. Am., 53, 1973, pp735-741.
- [3] M. Arditi, F. S. Foster: "Transient fields of concave annular arrays", Ultrasonic imaging, 3, 1981, pp37-61.
- [4] J. W. Goodman: "Introduction to Fourier Optics", McGraw-Hill, New York, 1968, ch.4.
- [5] D. R. Dietz et al.: "Wideband annular response", IEEE. cat. #78CH., 1344-1 SU, 1978, pp206-211.
- [6] M. H. Lee, S. B. Park: "New continuous dynamic focusing technique in ultrasound imaging", Electronics letter, vol.21, No.17, 1985, pp749-751.
- [7] J. H. Kim, T. K. Song, S. B. Park: "A pipelined sampled delay focusing in ultrasound imaging systems", submitted to Ultrasonic imaging.
- [8] M. Fink, J. F. Cardoso, Pascal Laugier: "Diffraction effect anaysis in medical echography", Acta Electronica, 26, 1-2, 1984, pp59-80.
- [9] S. J. Norton, A. Macovski: "Broadband through a lens: A Linear system approach", J. Acoust. Soc. Am. 64, Oct, 1978, pp1059-1063.