

▽<sup>2</sup>G 연산자를 사용한 임의의 공간주파수의 밝기변화 추출

이 우 영 관 융 김 재 창 박 의 열  
부 산 대 앙 고 전 작 공 학 과

Detection of change of intensity corresponding to arbitrary spatial frequency using ▽<sup>2</sup>G operator

Woo Hyung Lee, Youl Kwon, Jae Chang Kim, Ui Yul Park  
Dept. of Electronics Eng. Pusan National University

Abstract

Laplacian of Gaussian, ▽<sup>2</sup>G operator proposed by Marr and Hildreth is known as a rough band-pass filter. This paper shows how to detect the change of intensity corresponding to an arbitrary spatial frequency in an image using ▽<sup>2</sup>G operator.

1. 서 론

컴퓨터비전(Computer Vision)의 궁극적 목표는 인간이 어떤 영상을 보고 의미를 짜악하는 것과 같은 기능을 디지털 컴퓨터에 구현하는 것이다.<sup>1)</sup> 이러한 목표를 달성하기 위하여 고등동물의 시각작용, 또는 인간의 시각을 통한 인식작용에 관한 연구결과를 컴퓨터비전에 이용하는 노력이 활발히 진행되고 있다.<sup>2)</sup> 고등동물의 초기시각작용(Early visual processing)은 주로 영상에서 발생하는 밝기변화(Change of intensity)를 추출하는 작업이다. 컴퓨터비전에 있어서도 밝기변화 혹은 윤곽선의 추출은 매우 중요하다. 이것은 대부분의 비전시스템의 성능이 윤곽선추출기(Edge detector)의 성능에 직접, 또는 간접적으로 의존하고 있다는 사실에서도 알 수 있다.<sup>3)</sup> 1980년 MIT의 D.Marr 와 E.Hildreth는 고등동물의 초기시각작용에 관한 신경생리학(Neurophysiology)과 정신물리학(Psychophysics)적 연구에 이론적 바탕을 둔, 밝기변화를 추출할 수 있는 연산자를 제안하였다.<sup>4)</sup> 자연영상(Natural image)과 같이 밝기변화가 다양하게 발생하는 영상에서는 다양한 크기를 갖는 연산자가 필요하다고 알리지 않으면서<sup>5)6)7)</sup>, Marr가 제안한 연산자는 가우스 분포함수(Gaussian distribution)를 두번 미분한 ▽<sup>2</sup>G의 형태로 서 이간은 요구를 만족시키고 있다. 본논문에서는 ▽<sup>2</sup>G 연산자의 밝기변화 추출 기호의 성격을 규명하고 주파수특성을 분석한 다음, 이 연산자를 사용하여 상이한 공간주파수의 밝기변화들로 영성된 영상에서 연산자의 크기를 변화시킴으로써 특정한 공간주파수 성분의 밝기변화만을 추출할 수 있음을 보이고자 한다.

2. ▽<sup>2</sup>G 연산자

▽<sup>2</sup>G 연산자는 다양한 크기의 밝기변화로 구성된 영상에서 가우스함수를 이용하여 특정한 크기의 밝기변화만을 두드러지게 한 다음 이 밝기변화를 ▽<sup>2</sup>로 2차 미분하여 밝기변화가 있는 위치에 제로-크로싱을 출력시킨다.

1차원, 2차원 ▽<sup>2</sup>G 연산자

$$\nabla^2G(x) = \frac{1}{\sqrt{2}\pi\sigma^2} \left( \frac{x^2}{\sigma^2} - 1 \right) \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right) \quad (1)$$

$$\nabla^2G(x,y) = \frac{1}{2\pi\sigma^4} \left( \frac{x^2+y^2}{\sigma^2} - 2 \right) \exp\left(-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}\right) \quad (2)$$

와 같이 표시되어 이 것을 퓨리어변환하면

$$F(W_x) = K_1 W_x^2 \exp\left(-\frac{W_x^2 \sigma^2}{2}\right) \quad (3)$$

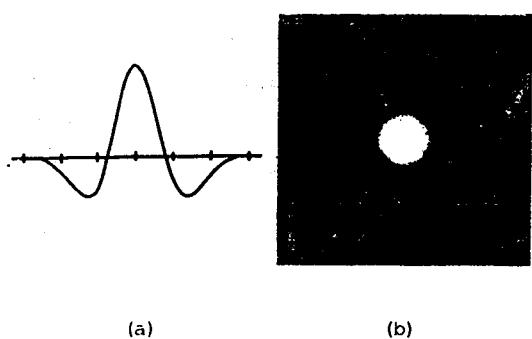
$$F(W_x, W_y) = K_2 (W_x^2 + W_y^2) \exp\left(-\frac{W_x^2 \sigma^2 + W_y^2 \sigma^2}{2}\right) \quad (4)$$

로 표시되어 이의 중심주파수는

$$W_c = \frac{\sqrt{2}}{\sigma} \quad (5)$$

가 된다.

1차원, 2차원 ▽<sup>2</sup>G 연산자와 이들의 퓨리어변환을 그림 1에 도시하였다. 이 그림에서 알 수 있듯이 ▽<sup>2</sup>G 연산자는 중심부의 자극영역(Excitatory region)과 주변부의 억제영역(Inhibition region)으로 나누어 진다. 그리고 ▽<sup>2</sup>G 연산자의 주파수특성은 대략적으로 대역통과인 것을 알 수 있다.



(a)

(b)

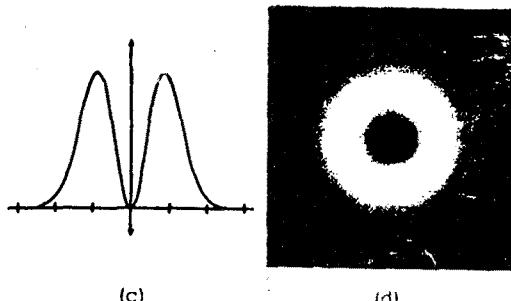


그림 1. (a) 1차원  $\nabla^2 G$  연산자 (b) 2차원  $\nabla^2 G$  연산자  
(c) 1차원  $\nabla^2 G$  연산자의 푸리에 변환 (d) 2차원  $\nabla^2 G$  연산자의 푸리에 변환

Fig. 1  $\nabla^2 G$  operator for (a) one-dimension and (b) two-dimension,Fourier transform of  $\nabla^2 G$  operator for (c) one - dimension (d) two - dimension .

2차원  $\nabla^2 G$  연산자가 제로가 되는 두 점 간의 거리를 중심적극 영역의 폭 W 라 하면

$$W = 2\sqrt{2}\sigma \quad (6)$$

가 된다. 그러므로  $\nabla^2 G$  연산자의 크기는 가우스 암수의 표준편차  $\sigma$  의 값에 따라 결정된다. 즉 추출하고자 하는 밝기변화에 대응하는 주파수를 식(5)의  $\nabla^2 G$  연산자의 중심주파수와 같다고 두면 원하는  $\sigma$  를 얻을 수 있고 따라서 특정주파수에서 발생하는 밝기변화를 추출할 수 있으므로  $\nabla^2 G$  연산자의 크기를 구할 수 있다.

### 3. 실험 및 결과

시영영상은 3개의 주파수 성분이 혼합된 이연(cosine)암수에 의해 세로 방향으로만 밝기변화가 발생하는 32x32 영상과 Gonzalez 의 디지털 이미지 프로세싱 부록에 수록된 5비트로 코딩된 사람의 직면영상을 사용하였다. 본 실험에서는  $\nabla^2 G$  연산자의 폭을 3 W 즉 8.5로 하였다. 실험에 사용된 연산자중  $\sigma = 1.8$ 인 연산자의  $\frac{1}{4}$ 만 그림 2에 도시하였다. 영상에  $\nabla^2 G$  를 적용시 밝기변화가 있는 위치에 발생하는 제로-크로싱을 추출하기 위해 A.Huertas 와 D.King 이 제안한 방법<sup>⑨</sup>을 사용하였다. 밝기변화의 크기가 상당히 큰 경우 이 변화를 추출하기 위해서는  $\nabla^2 G$  연산자의 크기가 커져야 하므로 처리시간이 아주 많이 요구된다. A.Huertas 와 G.M-edioni 는 이와 같은 경우 처리시간을 줄일 수 있는 방법<sup>⑩</sup>을 제시하였으며 본 실험에서도 이 방법을 사용하였다. 주파수가 1,4,16인 이연암수에 의해 만들 어진 영상을 그림 3(a)에 도시하였으며 이영상의 세로 방향(Y축)에 대한 FFT 결과를 그림 3(b)에 도시하였다. 그림 3(a)의 영상에서 공간주파수 f가 1,4,16인 밝기변화에 의한 제로-크로싱들을 그림 3(c),(d) 와 (e) 에도 도시하였다.

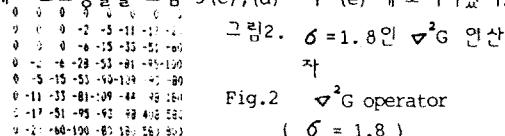


그림 2.  $\sigma = 1.8$ 인  $\nabla^2 G$  연산자

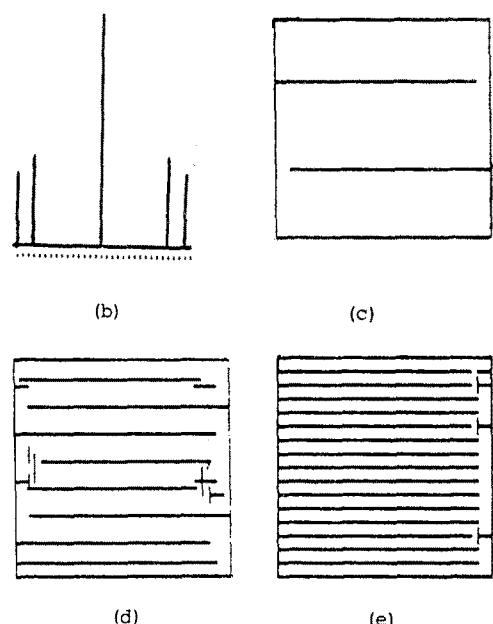
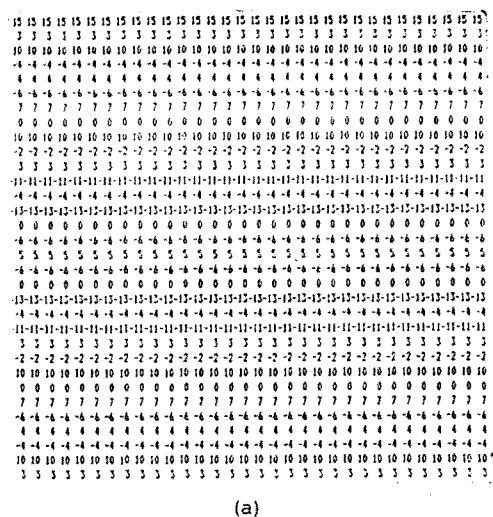


그림 3. (a) 주파수가 1,4,16인 여현암수에 의한 영상 (32x32) (b) 이 영상의 세로축 주파수 스펙트럼 (c) - (e) 주파수가 1,4,16인 밝기변화에 의한 제로-크로싱

Fig.3. (a)32 X32 image formed by summation of cosine functions whose frequencies are 1,4 and 16  
(b) Frequency spectrum of the image. (c) - (e) zero-crossings of the change of intensity.  
사람의 직면영상(64x64)은 그림 4의 (a)에 도시하였다.  
주파수가 각각 1,4,16인 밝기변화에 의한 제로-크로싱을  
(b) 영상에 도시하였으며 영상 (a)에  $\nabla^2 G$  를 컨볼류션시킨

결과값들 중에서 제로 이상되는 값만을 (c) 열에 도시하였다.

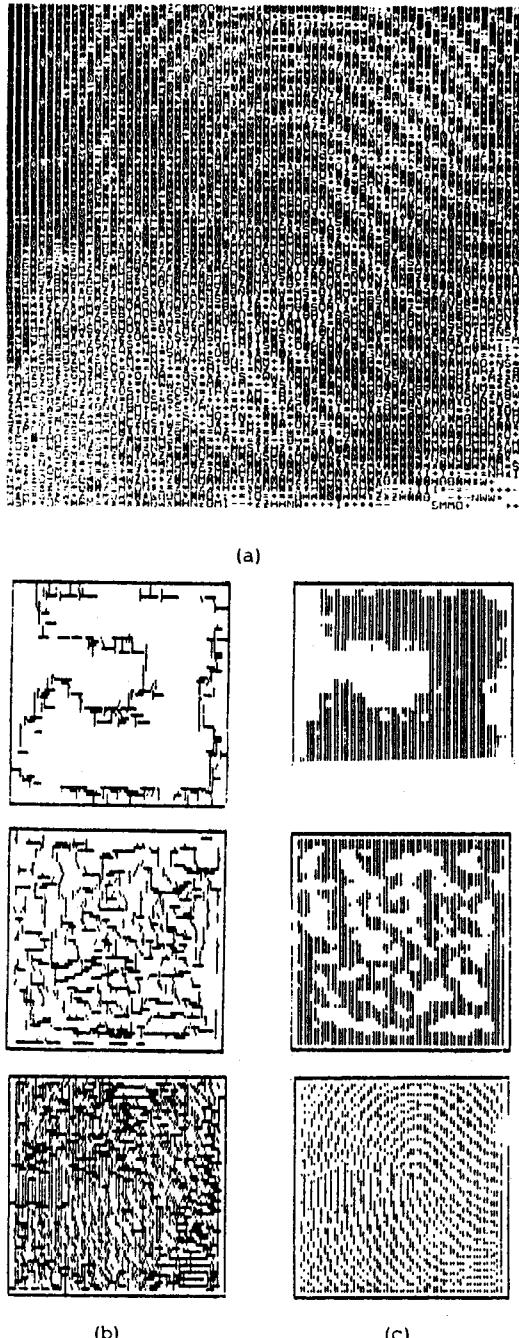


그림 4. (a) 사람의 지문영상(64x64) (b) 주파수 1, 4, 16인 밝기변화의 의안 제로-크로싱 (c) 컨볼류션 결과에서 제로 이상 되는 값

Fig. 4 (a) 64x64 Finger Print Image (b) Zero-crossings of the change of intensity for the spatial frequencies of 1, 4 and 16 (c) Convolution results

#### 4. 결 론

$\nabla^2 G$  연산자에서 가우스 암수의 표준편차 6를 변화시킴으로써 특정한 주파수 성분에서 발생하는 밝기변화만을 추출할 수 있었다. 그리고 윤곽선은 제로-크로싱이 발생하는 점들의 궤적으로 이루어지기 때문에 그 폭은 하나의 핵소의 크기로만 나타났다. 일반적으로 사용되는 3x3크기의 윤곽선추출연산자(Sobel, Kirsch 연산자)의 경우에는 적절한 임계값을 정하야야 하며, 추출된 윤곽선도 굵게 나타나기 때문에 세선화(Thinning) 작업을 하여야 하나  $\nabla^2 G$  연산자에서는 이러한 작업이 필요하지 않다. 그러나  $\nabla^2 G$  연산자를 사용하여 양상을 처리할 경우 크기가 다양한 연산자의 출력을 종합하여 영상을 총체적으로 묘사할 수 있는 완전한 방법이 현재까지는 없는데 이 점을 해결하는 것이 앞으로 남은 과제로 생각된다.

#### 참 고 문 안

1. Martin D. Levine, *Vision in Man and Machine*, pp.4, McGraw-Hill, 1985
2. David Marr, *Vision, A Computational Investigation into the Human Representation and Processing of Visual Information*, Freeman, 1982
3. Vishvijits. Nalwa and Thomas. O. Binford, "On Detecting edges", *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol.8, No.6, pp.699-714, 1986, November
4. D. Marr and E. Hildreth, "Theory of edge detection", *Proc. Roy. Soc. London*, Vol.B207, pp.187-217, 1980
5. Rosenfeld, A. and M. Thurston "Edge and curve Detection for Visual Scene Analysis", *IEEE Trans. on Computers*, Vol.c-20, No.5, pp.562-569, 1970, May
6. A. Rosenfeld, M. Thruston, and Y. Lee, "Edge and curve detection;further experiments", *IEEE Trans. on Computers*, Vol.c-21, No.7, pp.677-715, 1972, July
7. D. Marr, "Early processing of visual information", *philos. Trans. R. Soc. London Ser. B*.275, pp.483-524, 1976
8. King D., "Implementation of the Marr-Hildreth Theory of Edge Detection," *Tech-report ISG 102*, University of Sourthern California, 1982, October
9. A. Huertas and G. Medioni, "Detection of intensity Changes with Subpixel Accuracy Using Laplacian-Gaussian Masks", *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol.8, No.5, pp.651-664, 1986, September