

DCT 영역에서의 조남 코딩과 벡터 양자화 기법

○ 김 동 식 이 상 욱

서울대학교 공과대학 제어계측공학과

Zonal / vector quantization technique in the DCT domain

Dong-Sik Kim Sang-Uk Lee

Dept. of Control and Instrumentation Eng., Seoul National University

Abstract

In this paper, we discussed the quantization technique in the DCT domain employing a vector quantizer (VQ), and described the relations between the DCT and the VQ. And, we introduced a zonal coding technique for the DCT coefficients based on the classified VQ technique proposed in [2]. We shall show that this technique reduced the coding complexity about 30 %, while maintaining the same image quality as shown in [2]. A result of simulation with a natural image is also presented.

1. 서론

영상 신호를 변환 영역에서 코딩함으로써 데이터량을 효율적으로 감축시킬 수가 있는데, 기본적인 개념은, 영상 신호간의 중복성을 최대한 줄이도록 변환시키고 이렇게 중복성이 줄어든 신호를 보다 낮은 전송률로 양자화시키는 것이다. 이러한 변환에는 가장 이상적인 변환인 K-L (Karhunen-Loeve) 변환과 그 외에 Hadamard, Cosine, Sine 변환등이 있다[1]. K-L 변환이 일반적인 고속화가 없는것에 반해서 DCT는 1차의 Markov 신호에 대해 K-L 변환에 근접하는 특성을 가지고 있으므로 영상 코딩에 많이 이용되고 있다.

본 논문에서는 DCT 계수를 벡터 양자기(VQ)를 사용하여 양자화 하는 것에 대해 논하였으며 DCT 와 VQ 간의 관계를 아울러 고찰하였다. 컴퓨터 시뮬레이션은, [2]에서 제안된 DCT 영역 분류 VQ에서 입력 벡터의 DCT 계수의 존(zone)을 각 부류별로 형성하여 벡터 양자화 하였으며, VQ의 코딩 복잡성(coding complexity)을 본래의 코딩 성능을 유지시키면서 줄일 수가 있었다.

2. Discrete Cosine 변환 (DCT)

DCT는 K. R. Rao 등에 의해 제안 되었으며[3], 식(1)에 DCT와 그의 역변환을 나타내었다.

$$DCT : G(0) = \frac{\sqrt{2}}{M} \sum_{m=0}^{M-1} X(m)$$

$$G(k) = \frac{2}{M} \sum_{m=0}^{M-1} X(m) \cos \frac{(2m+1)k\pi}{2M} \quad (k=1, 2, \dots, M-1)$$

$$IDCT : X(m) = \frac{1}{\sqrt{2}} G(0) + \sum_{k=1}^{M-1} G(k) \cos \frac{(2m+1)k\pi}{2M} \quad (m=0, 1, \dots, M-1) \quad (1)$$

DCT의 수직(orthogonal) 벡터는 Chebyshev 다항식으로써 우함수가 된다. 그러므로 DCT는 변환시키고자 하는 신호가 그림 1의 예와 같이 2M-point의 대칭되는 신호의 반복으로 배열되어 있다고 생각할 수가 있다. 그림 1에서 보듯이 각 샘플의 데이터가 연속적으로 연결되므로, 이런 신호를 변화시키면 Gibb의 현상을 줄일 수가 있으며, 경계 효과가 적은 변환을 얻을 수가 있다. 그림 2-(b)는 그림 2-(a)의 256x256의 원 영상을 16x16의 부영상으로 나누어 각각 DCT 한것을 도시한 것이다.



그림 1. 2M-point의 대칭되는 신호의 반복



그림 2. a) 원 영상 (Lim) 256x256 화소, 8bpp
b) 16x16의 부영상에 대한 DCT 계수

3. DCT 영역에서의 존(zone) 형성과 벡터 양자화

영상 신호의 DCT 계수들은 에너지가 한 곳에 몰린 형태를 가지고 있으므로 DCT 계수들의 에너지 분포의 형태에 따른 존(zone)을 형성해서 필요한 수만큼의 비트 수를 할당하여 양자화하거나 양자화를 하지 않으므로 데이터량을 줄일 수가 있다. 그러나 이러한 DCT 계수류 VQ로 양자화 하기 위해서는 기존의 방법 외에 더 고려되어야 할 사항들이 있다. 먼저 VQ로 양자화 되기 위해 입력되는 벡터의 구성에 대해서 고려했으면 그림 3에 도시한 바와 같이 DCT의 부영상의 크기에 대해서 새가지 형태로 벡터를 구성할 수가 있다.

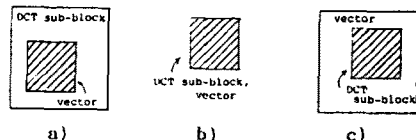


그림 3. DCT 계수로부터 벡터의 구성
a) DCT 부영상보다 벡터의 차수가 작은 경우
b) DCT 부영상과 벡터의 차수가 같은 경우
c) DCT 부영상보다 벡터의 차수가 큰 경우

DCT 부영상의 크기와 벡터의 차수는 높을 수록 코딩의 효율을 높일 수가 있는데, DCT는 비교적 복잡하지 않으며 고속 알고리즘이 존재하는 것에 반해서, VQ는 벡터의 차수가 증가함에 따라 코딩하는데 필요한 계산량이 기하급수적으로 증가하게 된다. 그러므로 실제의 코딩에서는 DCT의 부영상 크기는 충분히 크게 잡고 벡터의 차수는 그보다 낮은 형태로 구성하게 되는 그림 3에서 a) 형태가 일반적으로 사용되고 있다. 그림 4에는 이러한 예의 대표적인 두가지 형태를 도시하였다.

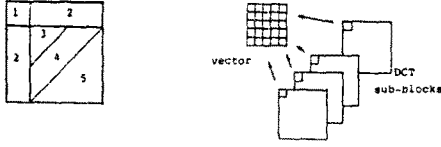


그림 4. a) 에너지의 분포에 따른 벡터의 구성
b) 같은 위치의 DCT 계수로 벡터를 구성

그림 4의 a)는 DCT 부영상의 에너지 분포에 따라 보내는 벡터의 갯수를 달리 함으로써 계산 시간과 전송률을 낮출 수가 있다. 그림 4의 b)와 같은 형태로 벡터를 구성하게 되면 이 벡터들은 자신이 속하는 DCT 계수의 성질을 가지게 된다. 즉 DC 성분으로 이루어진 벡터의 경우 그 벡터의 본산이 가장 크게 나타나며 높은 주파수 성분 방향으로 갈수록 벡터의 본산은 작아진다. 이렇게 각 DCT 계수에 따른 본산이 일정하게 나타나므로, 비트 할당에 의한 코딩과 같은 방법으로 VQ에 있어서도 코드북의 크기를 각 DCT 계수에 할당해 줄 것으로 효율적인 데이터 감축을 할 수가 있다. 이와 같이 DCT와 VQ의 전송률을 낮추는 것에 대한 관계를 묘사할 수가 있으며, 그림 3의 b), c)에 있어서는 이러한 관계보다는 VQ에 DCT를 도입함으로써, 양자화하는데 있어서의 계산량을 줄일 수가 있다. 앞에서 언급한 바와 같이 VQ의 차수를 크게 해 주는 것은 비현실적이므로 그림 3-(b)의 경우에 대해서만 논하기로 한다. 먼저 VQ에 차수 k의 벡터를 입력 되었을 때에 이 벡터와 가장 근접되는 코드북, 즉 각 코드와 비교해서 왜곡값이 가장 작은 코드북 코드북에서 찾아야 하는데 이때 각 코드와 비교할 때 벡터의 차수인 k만큼의 비교 횟수가 필요하게 된다. 그러나 입력 벡터를 DCT 해줌으로써 벡터의 에너지 분포를 반쪽으로 집중시켜 주게 되면, 에너지 분포가 낮은 부분은 비교해 줄 필요가 없기 때문에 실제 비교 횟수를 k보다 작게 할 수가 있다. 이렇게 비교해야 할 계수와 비교할 필요가 없는 계수로 존을 나누어 줌으로써 계산량을 줄일 수가 있다.

다음에는 그림 4-(b)에서의 각 DCT 계수에 대한 코드북의 크기 할당에 대해 설명하겠다. 먼저 DCT 계수를 VQ한다고 할때 그 계수와 코드워드(codeword)의 분포는 각각 식(2) a), b)와 같이 타블라시안 분포로 근사화 시킬 수가 있다[4,5].

$$P(x) = \pi \frac{\mu}{2} e^{-\mu |xi|} \quad (2) \quad a)$$

$$Q(x) = \pi \frac{\delta}{2} e^{-\delta |xi|} \quad b)$$

식(2)에서 벡터를 구성하고 있는 각 원소들은 서로 독립이고 $\sigma_{\mu}^2 = 2/\mu^2$, $\sigma_{\delta}^2 = 2/\delta^2$ 의 분산을 가지는 분포이다. 또한 VQ의 근사적 왜곡 최소값은 식(3)과 같이 나타낼 수가 있다[6,7]. 이때 거리 함수는 $d(x,y) = \sum |xi-yi|^2$ 이다.

$$D = \frac{k(V_k N)^{-2/k}}{k+2} E\{Q(x)\} \quad (3)$$

식(3)에 식(2)를 대입하면 식(3)은

$$D = \frac{k N^{-2/k}}{\pi (1+k/2)} \{ \gamma (1+k/2) \} \left(\frac{\sigma_{\mu}}{\sigma_{\delta}} \left(1 - \frac{\sigma_{\mu}}{\sigma_{\delta}} \frac{2}{k+2} \right) \right)^{-2} \quad (4)$$

이 된다. 여기에서 N은 코드북의 크기이다. 또한 코드북이 입력 신호에 대해 최적으로 작성되었다고 하면,

$$\sigma_{\mu} = \frac{k}{k+2} \sigma_{\delta} \quad (5)$$

의 관계를 만족시키게 되며 식(4)는 식(6)과 같이 단순화 된다.

$$D/\sigma_{\mu}^2 = K N \quad (6)$$

$$K = \frac{k}{\pi (1+k/2)} \left\{ \gamma (1+k/2) \right\} \left(\frac{2}{k+2} \right)^{-2} \left(\frac{k}{k+2} \right)^{-2}$$

식(6)에서 VQ의 최소 평균 왜곡 값은 입력 신호의 본산 σ_{μ}^2 에 비례함을 알 수 있다. 이러한 관계 식은 스키타의 양자기에서도 일할 수 있다. DCT 부영상의 k개의 계수들 $i: 1, 2, \dots, k$ 로 나타낸다면 각 계수에 대한 평균 왜곡은

$$D_i = K \sigma_{\mu}^2 N_i \quad (7)$$

이며 DCT 전체 계수에 대한 평균 왜곡은

$$D = \sum_{i=1}^k D_i = \sum_{i=1}^k \sigma_{\mu}^2 K N_i \quad (8)$$

이다.

식(8)을 $\sum N_i = N$ 이라는 조건에서 최소화 시키면

$$N_i = N \frac{k}{\sigma_{\mu}^2} \frac{1}{\sum_{i=1}^k \sigma_{\mu}^2} \quad (9)$$

의 관계식을 얻을 수 있다. 그러므로 주어진 전체의 코드북 크기 N에 대해서 식(9)에 의해 각 DCT 계수에 코드북의 크기를 할당해 줄 수가 있다.

다음에는 그림 3의 b)와 같은 경우에 있어서 존을 나누는 방법에 대해 설명한다. 먼저 m개의 부류로 입력 벡터를 특성화 따라 적용되게 나누어 존을 형성한다고 하고[2], 이때 각 부류들 $i: 1, 2, \dots, m$ 로 나타낸다고 할때 부류 i의 평균 왜곡은[6,7]

$$D_i = P(S_i) K_i / N_i \quad (10)$$

이며 여기서 K_i 는 부류 i에 있어서 분포의 벡터의 차수에 따르는 상수이며, $P(S_i)$ 는 부류 i에 속할 확률이고 N_i 는 부류 i의 코드북의 크기이다. 비례식에 의해서 왜곡값은 (11)과 같이 나타낼 수가 있다.

$$D_i' = D_i 2^{-(b_i' - b_i)/k} \quad (11)$$

여기에서 D_i 는 부류 i에서 전송률이 b_i bpp 일때 평균 왜곡이며, 전송률을 b_i' ($> b_i$)로 바꿀때 평균 왜곡은 D_i' 로 줄어들게 되며 DCT 계수를 두 존으로 나누어 한 영역만 코딩함으로써 실제의 전송률 b_i 를 그대로 유지시키면서 평균 왜곡치를 D_i' 로 낮출 수가 있다. 그러므로 D_i 를 구성하는 집합 $\{D_{ij}\}$ 에서 그 값이 가장 작은 왜곡치인 D_{ij} ($j=k$)로부터 선택하여서 식(12)를 만족시키는 임계값으로 존을 형성한다. 전송률 사이의 관계는 식(11)로 계산할 수가 있다.

$$D_i = (D_{i1}, \dots, D_{ik} : D_{i1} \geq \dots \geq D_{ik})$$

$$D_i' = \sum_{j \leq Th} D_{ij} \quad (12)$$

이렇게 해서 DCT 계수를 두 준으로 나누어서, 코딩할 필요가 없는 계수들은 버림으로 계산량을 줄일 수가 있다.

4. 시플레이션 및 결과

컴퓨터 시플레이션에서는 벡터의 차수와 DCT의 부영상의 크기가 $k=16$ 인 경우에 대해 3장에서 언급한, 두개의 준으로 나누어 코딩함으로써 VQ의 양자와 복잡성을 줄여 보았다. 영상 데이터로부터 구성된 입력 벡터들은 [2]에서 제안된 가장자리 분류기(edge-oriented classifier)에 의해 16개의 부류로 나뉘었으며, 이 16개의 부류에 각각 적용되도록 준을 형성하였다. 그림 5에는 준 형성의 과정을 도시하였다.

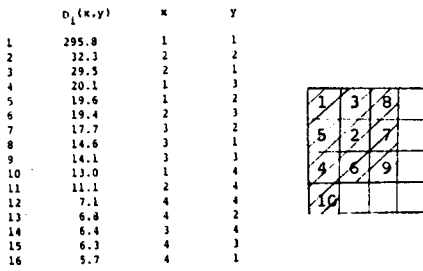


그림 5. a) 왜곡치 $D_i(x,y) : x,y=1,2,3,4$
b) DCT 계수의 준 형성

그림5-(a)는 $bi=5$ bpp 일때의 평균 왜곡 값이 되며 $bi'=6$ bpp 일때 식(12)에서 $Th=10$ 이며 그림5-(b)에서 빗금친 준이 코딩할때 계산량을 하게 되는 영역이다. 그림 6에 16개의 부류에 대한 준의 형태를 도시하였다. 그림 6에서 빗금친 부분은 $bi'=8$ 일때의 준이며, 숫자만 표시된 부분은 $bi'=6$ 일때의 준을 의미한다.

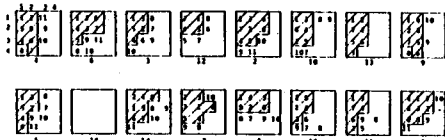


그림 6. 16개의 부류에 대한 준의 형성

부류 16의 경우 충분한 트레이닝(training) 벡터가 없어서 준을 형성하지 못하였다. 전체 영상 부호기의 구성은 [2]의 분류기와 결합되어 그림 7과 같이 구성된다. 그림8-(a)는 원 영상이며 (b)는 조날 코딩을 하지 않은 경우이고 (c)는 $bi'=6$ 에 0.56 bpp로 DCT 영역에서 조날 코딩한 결과이다.

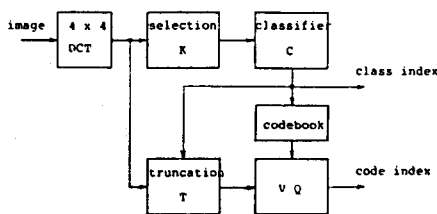


그림 7. DCT 영역에서의 조날 코딩과 분류 VQ

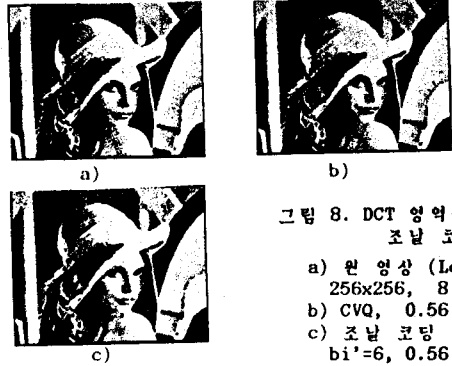


그림 8. DCT 영역에서의 조날 코딩
a) 원 영상 (Lenna) 256x256, 8 bpp
b) CVQ, 0.56 bpp
c) 조날 코딩 $bi'=6$, 0.56 bpp

분류 VQ에서 양자화하는데 필요한 계산량 즉 데이터의 비교 횟수는 식(13)과 같이 나타낼 수가 있는데

$$\sum_{i=1}^m n_i k_i \quad (13)$$

여기에서 m 은 부류의 갯수이며 n_i 는 부류 i 에 해당하는 입력 벡터의 갯수이고 k_i 는 하나의 입력 벡터에 필요한 비교 횟수이다. 코드북의 크기는 부류 i 에 대해 모두 같으므로 [2] 생략하였다. 표 1에 그림 7의 시플레이션에 대한 계산량을 비교해 놓았다.

	CVQ	zonal coding
$\sum n_i k_i$	65,536	43,875

표 1. 계산량의 비교

시플레이션 결과에서 보듯이 코딩된 영상의 질은 조날 코딩하지 않은 경우와 거의 같지만 코딩하는데 필요한 계산량은 약 30% 이상 감소됨을 알 수가 있다.

5. 결론

이상으로 DCT 영역에 벡터 양자기를 적용시키는 문제에 대해서 간단히 고찰해 보았다. 또한 컴퓨터 시플레이션을 통해서 [2]의 분류 벡터 양자기의 계산량을 30% 이상 줄일 수가 있었다. VQ의 DCT 영역에 대한 적용은 앞으로 계속해서 연구되어야 할 것이며 격자 벡터 양자기(Lattice VQ) 등의 방법을 도입함으로써 보다 단순한 코더 설계가 가능하리라 생각된다.

참고 문헌

- [1] A. Rosenfeld, and A. C. Kak, "Digital Picture Processing," 2nd edition, vol.1, Academic Press
- [2] S. U. Lee, and D. S. Kim, "Image Vector Quantizer based on a classification in the DCT domain," to be appeared on the IEEE TENCON '87 Conference Proceeding, Aug. 1987.
- [3] N. Ahmed, T. Natarajan, and K. R. Rao, "Discrete cosine transform," IEEE Trans. comput., C-23, pp.90-93, Jan. 1974.
- [4] H. C. Tseng, and T. R. Fischer, "Transform and Hybrid Transform / DPCM Coding of Images using Pyramid Vector Quantization," IEEE Trans. commun., COM-35, pp79-86, Jan. 1987.
- [5] Y. Yamada, S. Tazaki, M. Kasahara, and T. Namekawa, "Variance Mismatch of Vector Quantizer," IEEE Trans. Infor. Theory, IT-30, pp104-107, Jan. 1984.
- [6] A. Gersho, "Asymptotic optimal block quantization," Inform. Theory, IT-25, pp373-380, July 1979.
- [7] Y. Yamada, S. Tazaki, and R. M. Gray, "Asymptotic performance of block quantizers with difference distortion measure," IEEE Trans. Inform. Theory, IT-26, pp6-14, Jan. 1980.