Walsh 함수에 의한 PLR System 에서의 의사잡음발생기 해석에 관한 연구

A Study on Analysis of Pseudo Noise Generator in Position Location Reporting System by W.F

안 두 수 성대 전기공학과
이 재 춘 성대 전기공학과
°박 준 훈 삼성전자 종합연구소

ABSTRACT

In general, pseudo noise generator(PNG) used for PLR System consists of linear feedback shift register. Based on a W.F. representation of shift registers, a method for analyzing operational characters & sequence of PNG are studied. PNG is characterized by the time-recursive equation & PNG sequence is analyzed by the output state variable equation.

Methods stuied in this paper are illustrated by appropriate example.

1. 서 론

통신제어 시스템에서 이용되는 대역확산기법중에는 고정밀 거리측정 기능이 있으며 이 기능은 고정밀의 원거리 RADAR, 야전선 고장위치 판단기능에 활용되고 있다. 그중 특히주목할 만한 것으로서 미육군에서 80년대 중반부터 실전배치를 시작한 PLR System 을 들 수 있다.

PLR System 에서는 두 지점 사이에서 송수신측 신호간에 신호지연기를 이용하여 전송신호의 최대 correlation을 취함으로써 전송시간차 τ를 측정 할 수 있으며 따라서 시간차 τ에의한 정확한 거리측정이 가능해진다.[3] linear feedback shift registers (LFSR)에 의한 PNG sequence는 이러한 correlation 특성을 충분히 만족시키는 동시에 sequence 발생 방법의 용이성 등으로 인해 대역확산 통신제어 시스템에서 널이 이용되고 있다.[7,8]

본 연구에서는 LFSR에 의한 PNG의 구성과 동작 특성 해석 및 PN sequence 계산을 위해 time-recursive equation 및 output state variable equation등을 Walsh 함수를 적용하여 해석, 고찰했으며 3-stage PNG에 대한 본 연구결과의 실적용을 보였다.

2. Walsh 함수 적용에 의한 PNG 해석

PLR System을위한 대역확산 기법에는 직접확산법(Direct Sequence:DS), 주파수 도약(Frequency Hopping;FH) 기법 등이 있다.

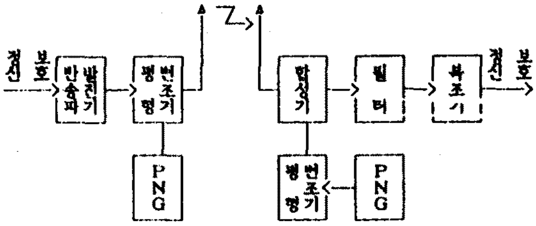
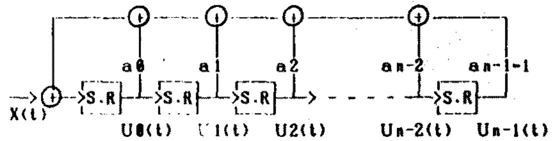


그림 (2-1) DS 방식 계통도

위의 계통도에서 보인바와 같이 대역확산 통신제어 시스템에는 여러요소가 요구되나 특히 송.수신측의 변복조 과정에서 공통적으로 필요로 하는 요소는 의사잡음 발생 장치로 정보신호는 평형 변조기에서 PN sequence에 의해 변조되어 송신된후 이신호는 수신기에서 송신때와 같은 PN sequence로 혼합되어 다시 원래의 정보 신호를 얻게 되며 고정밀 거리측정을 위해 PN sequence를 이용하여 거리에 따른 시간차 τ를 측정한후 3점법을 활용해서 알고자하는 지점의 정확한 위치를 파악한다.[3,7]

2 - 1. LFSR에 의한 PNG의 일반적 구현

PN sequence는 인위적으로 발생시킬 수 있는 일정주기를 가진 2진부호(binary code)로 백색가우스 잡음(white Gaussian noise)과 유사한 특성으로 가지며 random 하면서도 간편한 방법이 요구되므로 일반적으로 이러한 PN sequence를 발생시키기 위해 LFSR를 이용하여 의사잡음 발생기 PNG를 구성한다. 그림(2-2)는 이의 구성을 보인것이다.

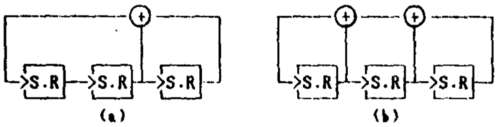


그림(2-2) LFSR 의한 n-stage PNG구성도(S.R-shift register)

여기서 a_0, a_1, ---- a_{n-1}은 0또는 1을 갖는 궤환 계수 (feedback coefficients)이며 $X(t)$는 stochastic 입력신호로 일반적으로 고려치 않는다. 또한 $\oplus$ 및 $*\Sigma$ 기호는 modulo-2 가산(addition)을 의미한다. 이 때 LFSR은 식(2-1) 및 (2-2)로 표현된다.[5]

$$U_0(t)=X(t-1)\oplus \overset{*}{\sum_{k=0}^{n-1}} a_k U_k(t-1) \text{------}(2\text{-}1)$$

$$U_r(t)=U_{r-1}(t-1),\quad 0< r < n \text{--------}(2\text{-}2)$$



그림(2-3) LFSR에 의한 3단 PNG구성

2 - 2. Walsh 함수에 의한 PNG 해석

$\mathbf{i}$, $\mathbf{x}$를 식(2-3), (2-4), (2-5) 및 식(2-6)으로 둘때

$$\mathbf{i}=\sum_{r=0}^{n-1} 2^r\cdot \mathbf{i}_r \text{--------------------}(2\text{-}3)$$

$$\mathbf{x}=\sum_{r=0}^{n-1} 2^r\cdot \mathbf{x}_r \text{--------------------}(2\text{-}4)$$

$$\hat{\mathbf{i}}=(i_{n-1}, i_{n-2}, \text{---}\, i_1, i_0),\quad i \in (0,1)\text{---}(2\text{-}5)$$

$$\hat{\mathbf{x}}=(x_{n-1}, x_{n-2}, \text{---}\, x_1, x_0),\quad x \in (0,1)\text{---}(2\text{-}6)$$

2진 n-tuples 영역에서 Walsh함수는 식(2-7)로 표현 할 수 있다.[1]

$$W[\mathbf{i}, \hat{\mathbf{x}}]=(-1)^{\overset{*}{\sum}_{r=0}^{n-1} \mathbf{i}_r\cdot \mathbf{x}_r} \text{-------------}(2\text{-}7)$$

$$=(-1)^{\sum_{r=0}^{n-1} \mathbf{i}_r\cdot \mathbf{x}_r} \text{------------}(2\text{-}8)$$

여기서 W는 Walsh함수를, $\mathbf{i}$ 는 i번째 order를 의미한다. 식(2-1) 및 (2-2)의 modulo-2 가산을 취해, 합성된 PNG의 일반적인 time-recursive식을 구하면 식(2-9)와 같다.[5]

$$\sum_{r=0}^{n-1} \mathbf{i}_r U_r(t)= i_0\, x(t-1) \oplus \overset{*}{\sum_{r=0}^{n-1}}(\mathbf{i}_{r+1}\oplus i_0 a_r) \times U_r(t-1) \text{------------------------}(2\text{-}9)$$

이제 식(2-7), (2-8)을 이용하여 식(2-9)에서 구한 PNG를 Walsh로 표현하면 식(2-10)으로 된다.[5,6]

$$W[i, \hat{U}(t)]=W[i_0, x(t-1)]\cdot W[i_0 a \oplus (i/2), \hat{U}(t-1)] \text{--------}(2\text{-}10)$$

$$(i/2)=(0,\ i_{n-1}, \text{-------}\ i_2,\ i_1),\quad \mathbf{i} \text{ 는 정수} \text{------}(2\text{-}11))$$

$$\hat{U}(t)=(U_{n-1}(t), U_{n-2}(t), \text{---}, U_1(t), U_0(t)) \text{---}(2\text{-}12)$$

$W[i, \hat{U}(t)]=U_i(t)$로 두면 ------------------(2-13)

식(2-10),(2-13)으로 부터

$$U_i(t)=U(t-1)[U_a(t-1)X(t-1)]^{i_0} \text{----------}(2\text{-}14)$$

여기서

$\overline{\mathbf{U}}(t)=[U_1(t), U_2(t),$ --- $U_N(t)]^T$, $N=2^n-1$로 두면 ------(2-15)

결과적으로 PNG의 time-resursive 식은 식(2-16)과 같이 W.F.에 의한 행렬식으로 해석된다.[2,4]

$$\overline{\mathbf{U}}[X(t-1)]=\mathbf{R}_{ij}[X(t-1)]\cdot \mathbf{U}(t-1)\text{--------}(2\text{-}16)$$

$$\mathbf{R}_{ij}[X(t-1)]=\begin{cases} X(t-1), & i=\text{기정수 } \& \ j=a\ (i-1)/2 \\ 1, & i=\text{우정수 } \& \ j=i/2 \\ 0, & \text{기타} \end{cases} \text{----------}(2\text{-}17)$$

$X(t-1)\neq 0$ 에서 $\mathbf{R}$은 NxN의 sparse 행렬식이 된다.[5]

2 - 3. Walsh함수에 의한 PN sequence 해석

LFSR에 의한 PNG 구성으로부터 각 unit delay인 S.R의 PN sequence의 출력 상태 변수식은 식(2-19)로 구해진다.

$$U(t)=\overset{*}{\sum} \mathbf{A}\, U(t-1) \oplus \mathbf{B}(t-1) \text{-------}(2\text{-}18)$$

여기서 $\mathbf{A}$는 nxn의 선형정칙연산자(nonsingular linear operator)로써 단위행렬 $\mathbf{I}_{n-1}$을 포함한다.[2]

$$\mathbf{A}=\left|\begin{array}{c:cccc} 0 & & & & \\ 0 & & \mathbf{I}_{n-1} & & \\ \vdots & & & & \\ \hdashline a_{n-1} & a_{n-2} & \text{--------} & a_1 & a_0 \end{array}\right| \quad (2\text{-}19)$$

$$\mathbf{B}=\left|\begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{array}\right|,\quad \mathbf{B}\text{는 1xn 행렬} \text{-------}(2\text{-}20)$$

일반적인 PNG에선 입력신호 $X(t)$를 고려치 않으므로 식(2-19)는 식(2-22)로 간략화 할 수 있다.

$$U(t)=\overset{*}{\sum} \mathbf{A}\, U(t-1) \text{------------------}(2\text{-}21)$$

또한 각 궤환 동작 단계별(shift & feedback) n-1 stage unite delay 의 sequence출력 집단을 C_{n-1}라 하면

$$C_{n-1}=\{\, U_{mq}(t)\,\} \text{------------------------}(2\text{-}22)$$

$= W\,[\,i,\ \hat{U}(t)\,]$ 가된다 ----------(2-23)

$m=[i/2]$; PNG stage를 의미, i=우정수

$q=(n-1, n-2$ ----$2, 1)$; PNG의 궤환동작 단계를 의미. -----------(2-24)

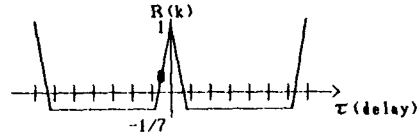
2 - 4. PN sequence의 자기상관 함수(Autocorrelation Function)특성

PN sequence는 여러특성을 지니나 PLR System과 관련하여 자기상관함수 $R(k)$의 특성을 살펴보면 $R(k)$는 식 (2-25)으로 표현된다.[3,8]

$$R(k)=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{n} g_i\cdot g_{i+k},\quad g_i\in(1,-1) \text{---}(2\text{-}26)$$

여기서 g_i는 i번째 궤환동작 단계에서 PNG 최종stage가 갖는 출력sequence를, k는 지연의 수를, N은 PN sequence의 반복주기를 각각 의미하며 0 값은 -1로 대치된다. 따라서 k=0일때 correlation값 $R(k)$가 가장크며, 주기가 클 경우 그 이외의 k값에선 $R(k)$가 0로 수렴하게 되므로 이러한 PN sequence의 2레벨 자기상관함수 특성을 이용하면 지연시간 결정에 따른 PLR System에서의 거리측정이 용이해진다.

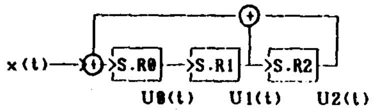
$$R(k)=\begin{cases} 1, & k=0 \\ -1/N, & 0<|k|<N \end{cases} \text{------------------}(2\text{-}26)$$



그림(2-4) N=7인 PN sequence correlation 함수

3. 고 찰

그림(3-1)과 같이 구성된 3 stage PNG에 대해를 본연구의 결과를 적용, 고찰 해보기로 한다.



그림(3-1) 3stage PNG

먼저 초기치로 궤환계수 $\hat{a}=(1,1,0)$,

출력값 $\hat{U}=(1,1,1)$로 두면 ------- (3-1)

식(2-16)으로부터 그림(3-1)의 PNG는 식(3-2)로 표현됨을 알 수 있다.

$$\begin{vmatrix} U1(t) \\ U2(t) \\ U3(t) \\ U4(t) \\ U5(t) \\ U6(t) \\ U7(t) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & X(t-1) & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & X(t-1) \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & X(t-1) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X(t-1) & 0 & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} U1(t-1) \\ U2(t-1) \\ U3(t-1) \\ U4(t-1) \\ U5(t-1) \\ U6(t-1) \\ U7(t-1) \end{vmatrix} \quad \text{------(3-2)}$$

또한 식(2-18)로부터 PN sequence 출력식 U(t)를 구하면

$$A = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}, \quad B = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{vmatrix} \quad \text{----------------(3-3)}$$

$$U(t) = \begin{vmatrix} U2(t) \\ U1(t) \\ U0(t) \end{vmatrix} = \sum \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} U2(t-1) \\ U1(t-1) \\ U0(t-1) \end{vmatrix} \oplus \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{vmatrix} x(t-1) \quad \text{----(3-4)}$$

따라서 $U(t) = \begin{vmatrix} U2(t) \\ U1(t) \\ U0(t) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} U2(t-1) \\ U1(t-1) \\ U2(t-1)+U1(t-1) \end{vmatrix} \oplus \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ x(t-1) \end{vmatrix}$ ----(3-5)

여기서 $x(t-1)=0$로 두면 $m=1$에서

$$U_m(t) = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{vmatrix}$$

, $m=1$로 얻어지며 (3-6)

2번째 궤환동작 단계의 값은 식(3-7)으로 구해진다.

$$U_m(t) = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}, \quad m=2 \quad \text{------------(3-7)}$$

각 궤환동작 단계별로 이상과 같은 방법을 반복 시행한 결과를 표(3-1)에 보였다. 따라서 주기가 충분히 긴 PNG 에서도 용이하게 PN sequence 출력을 계산해 낼수 있음을 알 수 있다.

궤환 단계	PN sequence			
	SR0	SR1	SR2	최종출력
start	1	1	1	-
1	0	1	1	1
2	0	0	1	1
3	1	0	0	1
4	0	1	0	0
5	1	0	1	0
6	1	1	0	1
7	1	1	1	0

표(3-1) N=7인 PN sequence 출력

또한 여기서의 자기상관 함수 R(k)값을 구하면 식(2-24)으로부터

$$R(0) = \frac{1}{7}\{1^2+1^2+1^2+(-1)^2+1^2+(-1)^2+(-1)^2\}=1$$

$$R(1) = \frac{1}{7}\{1\times1+1\times1+1\times(-1)+(-1)\times1+1\times(-1)+(-1)\times(-1)+(-1)\times1\} = -1/7 \quad \text{-------(3-7)}$$

로 얻어진다. 따라서 지연의수가 0일 때 최대 correlation 값을 가짐을 알 수 있으며 이와 같은 결과로 시간차 τ를 측정할 수 있다.

4. 결 론

본 연구에서는 Walsh 함수를 이용하여 LFSR로 구성되는 PNG의 동작및 PN sequence해석에 대해 고찰했다.
본 연구에서 고찰된 적용기법이 PN sequence의 해석 및 계산에 매우 용이함을 보였으며 따라서 이러한 알고리즘이 고도의 복잡성과 정밀성을 요하는 PLR system 에서의 거리 측정시 correlation 특성과 관련하여 효과적으로 이용될 수 있을 것으로 기대된다.

참고문헌

1. K.G. Beauchamp, "Walsh Functions and Their Applications," by Academic Press.
2. S. Barnett, "Matrices in control Theory," by Van Nostrand Reinfold Co.
3. R.E. Ziemer & W.H. Tranter "Principles of communications," by Houghton Mifflin Company.
4. Irishid, "A simple Recursive Definition for Walsh Functions," IEEE Trans. EMC-28.(1979)
5. David K.cheng, "Error Analysis of LFSR" IEEE Trans. EMC-26.(1984)
6. Judea Pearl, "Application of Walsh Transform to Statistical Analysis, "IEEE Trans. SMC-1.(1971)
7. L. Couch, "Performance of DS spread spectrum systems," Proc. IEEE, vol.68.(1980)
8. G.F. Sage, "Serial Synchronization of Pseudonoise Systems," IEEE Trans. COM-12.(1964)