매개변수 추정 방법 개선에 의한 적응제어 시스템의 견실성 향상

최 종 호　　　　°이 하 정
서울대학교　공과대학　제어계측공학과

A robustness enhancement of adaptive control system by improvement of parameter estimation method.

Chong-Ho Choi　　　　Ha-Jeong Lhe
Dept. of Control and Instrumentation Eng., Seoul National University

ABSTRACT

An adaptive control algorithm for a plant with unmodelled dynamics is proposed. The upper bounds of the output due to the unmodelled dynamics and measurement noise is assumed to be known. Linear programming is used in estimating the bounds of plant parameters. Projection type algorithm is used in estimating the plant parameter with these bounds. This algorithm is nearly the same as those proposed by Kreisselmeier or Middleton except that the bounds are computed by linear programming. The stability of the proposed algorithm can be proved in nearly the same way as that of Middleton. Simulation results show that the proposed algorithm gives better parameter convergence and smaller overshoot in the plant output than the algorithm without computing the bounds of plant parameters by linear programming.

1. 서 론

제어 대상 플랜트가 모델화 되지 않은 운동을 포함하고 있을때, 가정한 모델구조와 플랜트 구조는 일치하지 않게 되는데 이 경우 적응 제어 시스템을 불안정해 질 수 있다[1]. 실제 플랜트에 모델화 되지 않은 운동이 존재하더라도 그 안정성을 유지 할 수 있는 적응제어기를 견실한 적응제어기라고 하는데 최근 이러한 견실한 적응제어기의 실현 방법에 대해 많은연구가 행해지고 있다.

모델화 되지 않은 운동으로 부터 발생되는 신호가 유한한 경우 dead-zone을 사용하거나 [2], 매개변수 추정치의 norm이 어떤한계를 넘는 경우에만 적응법칙을 가동하는 방법 [3], 매개변수의 추정치를 일종의 저주파 필터를 통과 시키는 방법 [4] 등이 제시되어 적응제어 시스템을 보다 안정하게 할 수 있었다.

한편 모델화 되지 않은 운동으로 부터 발생되는 신호가 유한하지 않으나 그 상한을 입력이나 출력으로 표시 할 수 있는 경우에 대해 relative dead-zone을 사용하여 시스템을 안정시킬 수 있음이 보여졌다[5,6]. Kreisselmeier 등 [5] 은 매개변수의 상하한을 알때 relative dead-zone 과 projection type 의 매개변수 추정 방법을 사용하여 시스템의 안정성을 증명하였다. 반면 Middleton 등 [6] 은 최소자승법을 relative dead-zone 과 함께 사용했을때 Gronwall 의 Lemma [7] 를 사용하여 시스템의 안정성을 증명하였다. 이때, 매개변수의 상하한을 안다면 추정치들이 상하한 범위를 벗어날 경우 projection type의 매개변수 추정 방법을 사용할것을 제안하기도 했으나 이 경우의 안정성은 증명하지 못하였다.

본 논문에서는 모델화 되지 않는 운동으로 부터 발생되는 신호의 상하한을 알 경우 시스템은 어떤 부등식을 만족함을 이용하여 선형 계획법을 통하여 매개 변수의 상하한을 추정한 다음 Kreisselmier 가 사용한 projection type 의 매개 변수 추정방법[5] 을 사용하고, 적응구조로는 Middletion 등[6] 이 제시한 것을 사용하여 시스템의 안정성을 보이겠다.

이는 Kreisselmier [5]의 매개변수의 상하한을 안다는 가정을 없앤 것이며 매개변수에 대한 정보를 사용하는 경우의 증명이 없는 Middleton 등[6] 에 대한 보완이 되겠다.

2. 문제 제시

Middleton 등[6] 이 가정한 플랜트를 생각해 보자 먼저 δ와 ∂ 를 다음과 같이 정의하자.

δ :　$\delta \equiv \dfrac{q-1}{\Delta}$

여기 q 는 forward shift operator 이고 Δ는 샘플링 주기를 나타낸다.

∂ :　∂A는 다항식 A의 차수를 의미한다.

$u(t)$, $y(t)$ 와 $n(t)$를 각각 플랜트의 입력과 출력, 그리고 출력 잡음이라 할때 다음과 같은 플랜트를 생각하자.

$$y(t) = \frac{B(\delta)}{A(\delta)}\left(1 + \frac{B'(\delta)}{A'(\delta)}\right) u(t) + n(t)$$

$A(\delta)$: $a_o + a_1 + \dots + \delta^n$, (monic)

$B(\delta)$: $b_o + b_1 + \dots + b_m\delta^m$, $\partial A > \partial B$

$A'(\delta)$: stable하며 $\partial A' \geq \partial B'$ (2.1)

이 플랜트는 $\frac{B(\delta)}{A(\delta)}$ 의 모델화된 운동과 $\frac{B'(\delta)}{A'(\delta)}$ 의 모델화되지 않은 운동을 갖는다고 생각하자.

(2·1) 을 달리 쓰면,

$$Ay = Bu + (BB'/A')u + An$$
$$= Bu + \eta \qquad (2.2)$$
$$\eta \equiv (BB'/A') + An \qquad (2.3)$$

으로 쓸수 있고 (2·2)를

$$\frac{G(\delta)}{F(\delta)} \;;\; \partial F = \partial A + \partial G \;,\; F\text{와 } G\text{는 stable} \qquad (2.4)$$

와 같은 필터에 통과 시키면

$$Ay_f = Bu_f + \eta_f \qquad (2.5)$$

$$y_f \equiv \frac{G}{F}y \;,\quad u_f \equiv \frac{G}{F}u \;,\quad \eta_f \equiv \frac{G}{F}\eta \qquad (2.6)$$

이 된다. A가 monic임에 유의하여(2·4)를 reqression 벡터로 나타내면

$$\delta^n y = \phi^T(k-1)\theta_* + \eta_f \qquad (2.7)$$

$$\phi^T(k-1) \;\; [-y_f(k),\, -\delta y_f(k),\dots,\, -\delta^{n-1}y_f(k),\; u_f(k),\dots,\delta^m u_f(k)] \qquad (2.8)$$

$$n \qquad \theta_*^T \;\; [a_o, a_1, \dots, a_{n-1}, b_o \dots b_m] \qquad (2.9)$$

로 되는데 우선 η_f 는 u_f 와 y_f 로부터 결정되는 어떤 함수에 의해 한정 됨을 보이겠다.

보조정리 2·1[6] (2·1) - (2·6)을 따르는 플랜트에 대해 모든 k 에 대하여 다음을 만족하는 상수 $\sigma\varepsilon(0,1)$, ε, ε_o 그리고 상수벡터 v 가 존재한다.

$$|\eta_f| \leq \rho(k) \qquad (2.10)$$

$$\rho(k) \equiv \varepsilon \sup_{0\leq t\leq k} \left[\, |v^T X(k)|\, \sigma^{k-t} \right] + \varepsilon_o \qquad (2.11)$$

$$X^T(k) \equiv [\delta^{n+g-1} z'_f, \dots, z'_f, \delta^{n-1}u_f, \dots, u_f] \qquad (2.12)$$

$$z'_f \equiv (1/F)z \qquad (2.13)$$

$$z \equiv y - y^* \qquad (2.14)$$

3. 매개변수의 상한과 하한의 결정방법

(2·5)와 (2·10)으로 부터 모든 k에 대하여

$$|Ay_f - Bu_f| \leq \rho(k) \qquad (3.1)$$

가 얻어지는데 y 와 u 그리고 $\rho(k)$를 알고 있으므로 (3·1)로 부터 A와 B의 계수가 어떤 제한된 영역안에 있음을 알 수있다.

$$Ay_f - Bu_f \leq \rho(k)$$
$$-Ay_f + Bu_f \leq \rho(k) \qquad (3.2)$$

여기에 (2·1)을 대입하여 정리하면 다음 식이 얻어진다.

$$a_o y_f + \dots + a_{n-1}\delta^{n-1}y_f - b_o u_f - \dots - b_m\delta^m u_f \leq \rho(k) - \delta^n y_f$$
$$-a_o y_f - \dots - a_{n-1}\delta^{n-1}y_f + b_o u_f + \dots + b_m\delta^m u_f \leq \rho(k) + \delta^n y_f \qquad (3.3)$$

또 이식은 시간 구간 (k+1, K+j)에서는

$$\begin{bmatrix} y_f(k+1),\dots,\delta^{n-1}y_f(k+1), -u_f(k+1),\dots,-\delta^m u_f(k+1) \\ -y_f(k+1),\dots,-\delta^{n-1}y_f(k+1), u_f(k+1),\dots,\delta^m u(k+1) \\ \vdots \\ y_f(k+j),\dots,\delta^{n-1}y_f(k+j), -u_f(k+j),\dots,-\delta^m u_f(k+j) \\ -y_f(k+j),\dots,-\delta^{n-1}y_f(k+j), u_f(k+j),\dots,\delta^m u_f(k+j) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_o \\ a_1 \\ \cdot \\ a_{n-1} \\ b_o \\ \cdot \\ b_{m-1} \\ b_m \end{bmatrix}$$

$$\leq \begin{bmatrix} \rho(k+1) - \delta^n y_f(k+1) \\ \rho(k+1) + \delta^n y_f(k+1) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \rho(k+j) - \delta^n y_f(k+j) \\ \rho(k+j) + \delta^n y_f(k+j) \end{bmatrix} \qquad k = 0,1,2\dots \qquad (3.4)$$

이 되는데 이식은 다음과 같은 형태이다.

$$A_1(\;+1,k+j)\theta_* \leq B_1(k+1,K+j)$$

A_1 : $(2j) \times (n+m+1)$ 의 상수 행렬

B_1 : $(2j)\times 1$ 의 상수 벡터 (3.5)

$\theta(k)$ 의 각 요소에 대한 상한과 하한을 구하기 위해 다음과 같은 목적함수를 생각하고

$$\min \theta_i^* \;,\quad i=1,\dots,n+m+1$$
$$\max \theta_i^* \;,\quad i=1,\dots,n+m+1$$

(3·5)와 시간 k 에서 알고 있던 θ_i 의 상하한을 제한조건식으로 하여 선형계획법으로 풀면 모든 $\theta_i(j)$의 상한과 하한을 구할 수 있으며 $\theta_i(j)$의 상한은 j에 따라 증가하지는 않으며 $\theta_i(j)$의 하한은 j에따라 감소하지는 않는다.

4. 적응 알고리즘

4.1 매개 변수의 추정

(2·7)에 나타난 플랜트 $\delta^n y(k)=\phi^T(k-1)\theta^*+\eta_f$ 에서 θ^* 를 추정하기 위하여 다음과 같은 dead-zone 을 사용한 투영법 형태의 알고리즘을 생각해보자[6].

$$\tilde{\theta}(k)=\theta(k-1)+[\phi(k-1)f(\beta\ \rho(k),e(k))]$$
$$/[\gamma+\phi^T(k-1)\phi(k-1)]\ ,\ \gamma>0,\ \ \beta\ge 1 \qquad (4.1)$$

여기서

$$\tilde{\theta}_i(k)=\begin{cases}\theta_i(k)\ , & \theta_{i,min}<\theta_i(k)<\theta_{i,max}\\ \theta_{i,max}\ , & \theta_i(k)\ge\theta_{i,max}\\ \theta_{i,min}\ , & \theta(k)\le\theta_{i,min}\end{cases} \qquad (4.2)$$

$$f(g,e)\equiv\begin{cases}e-g\ , & e>g\\ 0\ , & e<g\\ e+g\ , & e<-g\end{cases} \qquad (4.3)$$

이다.

그리고 $\delta^n\ \hat{y}_f(k),\theta_e(k)$와 $e(k)$는 다음과 같이 정의한다.

$$\delta^n\hat{y}_f(k)\equiv\phi^T(k-1)\theta(k-1) \qquad (4.4)$$

$$\theta_e(k)\equiv\theta^*-\theta(k) \qquad (4.5)$$

$$\begin{aligned}e(k)&\equiv\delta^n y_f(k)-\delta^n\hat{y}_f(K)\\&=\phi^T(k-1)[\theta^*-\theta(k-1)]+\eta_f\\&=\phi^T(k-1)\theta_e(k-1)+\eta_f\end{aligned} \qquad (4.6)$$

보조정리 4.1: (4.1)-(4.6)에 제시한 알고리즘은 다음과 같은 성질을 갖는다.

1) $||\tilde{\theta}\ (k)||\ \epsilon\ l_2$ (4.7)

2) $[\ f(\beta.\rho(k),e(k)/(\gamma+\phi^T(k-1)\ \phi(k-1))]\ \epsilon\ l_2$ (4.8)

3) $||\tilde{\theta}\ (k)||\ \le||\tilde{\theta}\ (k-1)||$ (4.9)

이고 따라서 $\delta\theta\ \epsilon\ l_2$이다.

4.2 제어기의 구성

4.1에 제시한 방법으로 플랜트의 모델 H가 알려지면 원하는 특성을 갖는 제어기의 구성은 여러가지 방법이 있다.

여기서는 Middleton 등 [6] 이 사용한 구조를 사용한다.

전체 시스템의 특성방정식이 안정한 다항식 A*가 되기를 원하면서 (2.5)의 플랜트에 그림 4.1과 같은 구조를 취하면 플랜트의 입력u는

$$Lu_f=-Pz_f\ \ ,\ z_f=(1/F)z\ =\ (1/F)(y-y_*) \qquad (4.16)$$

로 주어지고 전체 시스템은

$$y=P\hat{B}/(P\hat{B}+LG\hat{A})y_*+[LG\hat{A}/(P\hat{B}+LG\hat{A})](1/\hat{A})e \qquad (4.17)$$

이 된다. 원하는 특성 방정식이 이므로

$$P\hat{B}\ +\ LG\hat{A}\ =\ A*$$

$$\partial A*\ =\ 2\partial A\ +\ \partial G\ ,\ \partial P\ =\ \partial A\ +\ \partial G\ -\ 1\ ,\ \partial L\ =\ \partial A \qquad (4.18)$$

이 되도록 P 와 L을 잡으면 된다.

여기서 P와 L이 유일하게 존재하기 위하여 $\hat{B}$ 와 $G\hat{A}$ 는 서로소이어야 한다. 또한 시변 시스템에 대한 다음의 보조정리를 사용한다.

보조정리 4.2: 다음과 같은 형태의 제차 (homogeneous) 선형 시변 시스템을 생각하자.

$$\delta X(k)=\bar{A}(k)X(k)$$

이 시스템이 모든 시간 k 에 대해

1) $\bar{A}(k)$가 유한하고
2) $\delta\bar{A}\ \epsilon\ l_2$
3) $\bar{A}$의 고유값이 안정한 영역 안에 있다면

이 시스템은 지수함수적으로 안정하다.

그러면 전체 적응 제어 시스템의 안정성에 대하여 다음 결과를 얻는다.

정리 4.1: 플랜트 (2.1)이 보조정리들을 만족하며 이 플랜트를 (4.1)-(4.6)과 (4.16)을 따라 제어한다면, (2.18)의 가 충분히 작고 y*와 모든 초기치가 유한할 때 y와 u는 유한하다.

(이 정리는 Middleton 등 [6] 이 제시한 정리와 거의 같으며 다른 점은 보조정리 4.1을 얻는데 최소 자승법 대신 투영법을 사용한 것이다.)

5. 컴퓨터 시뮬레이션 및 검토

다음과 같은 플랜트를 생각하자.

$$Q(s)\ =\ \frac{2}{s+10}\ \bullet\ \frac{100}{S+100} \qquad (5.1)$$

이를 Δ =0.1 초로 샘플링하면 $\delta=\frac{z-1}{\Delta}$로부터

$$Q'(\delta)=\frac{3.68}{\delta+6.32}\ [1+\frac{12.22}{\delta+10}\ ]=H(\delta)[1+H'(\delta)] \qquad (5.2)$$

가 얻어지는데 $H(\delta)$를 모델로 생각하고 $H'(\delta)$를 모델화 되지 않은 운동으로 보면

$$\theta^*\ =\ [\ 6.32\ ,\ \ 3.68]^T \qquad (5.3)$$

이 된다. 원하는 전체 시스템의 특성 방정식을

$$A^*(\delta)\ =\ (\ \delta+\ 10)^3 \qquad (5.4)$$

으로 하면 제어구조는 3차의 dead-beat control 이 된다.

y* 가 0.5Hz의 구형파이고 ±5의 크기를 가질때, 제시한 알고리즘의 동작상태를 그림 5.1과 그림 5.2에 보였다.

여기서, 초기조건은

$$\theta(0)\ =\ [\ 0\ ,\ 0]^T$$

$$P(0)\ =\ 1$$

$$L(0)\ =\ \delta\ +\ 1$$

으로 하였으며 출력 잡음으로는 $-0.005 \sim +0.005$ 사이의 랜덤 number를 하였다.

사용한 필터(2·4)는 다음과 같다.

$$\frac{G}{F} = \frac{4.48 \quad + 44.81}{s^2 + 19.00 + 90.29} \quad \left(\xleftrightarrow{\Delta = 0.1} \frac{900}{(s+30)^2} \right) \qquad (5.5)$$

그림 5·1을 보면 선형계획법을 사용한 경우에 파라미터가 빠른 수렴을 보이고 있으며 그림 5·2의 출력 파형은 의도한대로 3 step 정도 지연된 구형파가 되는데 선형계획법을 사용한 경우가 빨리 안정화 되고 오버 슈트(over shoot)도 작게 나타나고 있다.

구형파의 크기가 y_*와 달라지는 문제는 좀더 연구해야 할 문제로 남는다.

6. 결 론

Kreisselmeier 등[5] 이 제안한 적응법칙에서 매개변수 상하한을 안다는 가정을 없애고 선형계획법을 사용하여 매개변수의 상하한을 직접 구하는 방법을 사용한 경우의 안정성을 증명하였다. 이러한 결과는 Middleton 등이 안정성에 대한 증명없이 언급했던 상하한에 대한 사전 지식을 사용하는 방법에 대한 보완이 될 수 있다.

Tracking 문제에 본 논문에서 제시한 방법을 시뮬레이션 한 결과 선형 계획법을 사용하지 않는 경우 보다 플랜트 매개변수의 수렴 속도나 초기의 플랜트 출력의 오우버 슈트가 훨씬 줄었다. 따라서 선형계획법을 사용하므로써 적응 제어 시스템의 견실성이 향상 된다는것을 알 수 있다. 그런데 출력은 원하는 출력과 형태는 유사하나 그 크기를 조정할 수 없었는데 이러한 문제가 본 논문에서의 개선해야 될 과제로 남는다.

참 고 문 헌

[1] C. Rohrs, L. Valavani, M. Athans, and G. Stein, "Robustness of adaptive control algorithms in the presence of unmodelled dynamics," IEEE AC-30, No.9, 1985, pp.881-889.

[2] B.B. Peterson and K.S. Narendra, "Bounded error adaptive control." IEEE AC-27, 1982, pp.1161-1168.

[3] G. Kreisselmeier and K.S. Narendra, "Stable model reference adaptive control in the presence of bounded disturbances," IEEE AC-27, 1982, pp.1169-1175.

[4] P.A. Ioannou and P.V. Kokotovic, "Instability analysis and improvement of adaptive of control." Automatica, Vol.20, No.5, 1984, pp. 583-594.

[5] G. Kreisselmeier and B.D.O. Anderson, "Robust model reference adaptive control." IEEE AC-31, No.2, 1986, pp.127-133.

[6] R.H. Middleton, G.C. Goodwin, D.J. Hill and D.Q. Mayne, "Robust adaptive control (convergence, stability and performance.)," Technical Report EE8544, Dept. of Electrical and Computer Eng., Univ. of Newcastle, 1985.

[7] G.C. Goodwin and D.Q. Mayne, "A parameter estimation perspective of continuous time adaptive control." Automatica, Nov., 1986.

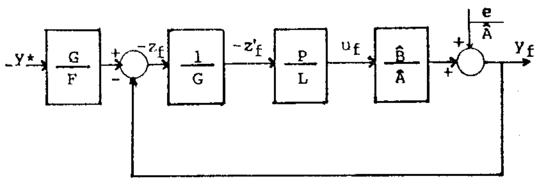

그림 4·1 (2·5)에 대한 제어 구조

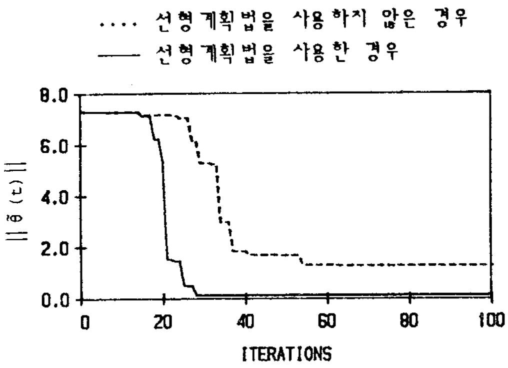

그림 5·1 $\|\tilde{\theta}(t)\|$ 의 비교

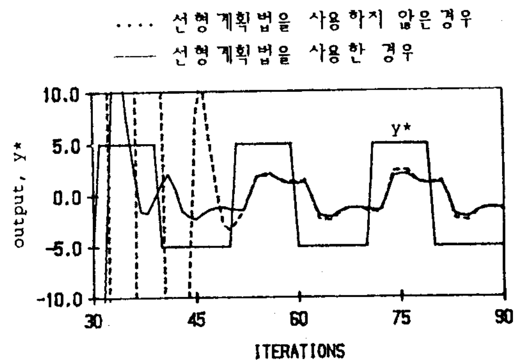

그림 5·2 출력의 비교