

유연성을 갖는 로봇 팔과 선형 제어기의 동적 시뮬레이션에 관한 연구

최 호선* 배 준경 박 증국
경희대학교 전자공학과

(A study on the dynamic simulation of flexible arm and linear controller)

Choi, Ho Sun* Bae, Jun Kyung Park, Chong Kug
Dept. of Electronic Eng., Kyung Hee University

< Abstract >

High performance requirements such as high speed operation, accuracy and versatility have led to the consideration of structural flexibility in robot arms. The purpose of this study is to investigate the inter-relationships between the robot structural flexibility and a linear controller for the rigid body motion. This paper employs an assumed modes method to model both the rigid and flexible motion of the robot arm. The simulation results illustrate the differences between leadscrew driven and unconstrained axes of the robot.

1. 서 론

거의 모든 산업 분야에서 광범위하게 사용되고 있는 로봇은 그 대부분이 아직은 동작속도가 느리고 목표점 위치에 대한 정확도가 떨어지기 때문에 오차 허용 범위가 큰 작업에만 사용되고 있다. 이런 저성능은 로봇의 동력 전달 장치가 본래 갖고 있는 문제(즉, 반동이나 마찰따위)와 시스템의 구조적 변형 그리고 동적 모델과 제어기를 설계하는 데 있어서 구조적 유연성에 의한 영향을 배제함으로써 생기는 문제들에 기인한다. 생산성을 향상시키기 위해서는 고속동작과 정확도 그리고 다양한 속도를 가진 고성능 로봇이 필요하게 되는데, 로봇이 고속으로 동작하면 진동이 생기고 정확도를 떨어뜨리는 관성력이 증가하게 된다. 따라서 본 논문에서는 로봇의 연결봉에 (link) 본포된 유연성에 의한 동적 영향을 고찰해본다. 먼저 강체운동과 유연성 운동을 결합한 일반 운동방정식을 구하고 이 방정식을 강체운동을 제어하기 위해 설계된 선형 제어기로 시뮬레이션 하므로써 로봇의 구조적 유연성과 선형제어기의 상호 관계를

연구한다. 본 논문의 시뮬레이션 결과물은 로봇 팔의 유연성에 관한 문제를 해결하기 위한 좀 더 발전된 제어기를 설계하는데 있어서 기초자료로 쓰일 수 있을 것이다

2. 본론

2-1 매니플레이터의 수학적 모델링

로봇 팔은 2개의 회전운동 연결부와 1개의 병진운동 연결부를 갖는 구조로 표시된다. 전체 로봇 팔은 중심점 A를 지나고 \hat{y} 에 평행한 수평축 둘레를 회전할 수 있다. 이것을 그림 1(a)에 보였다. 로봇 팔은 길이가 각각 L_1, L_2 인 2개의 Euler - Bernoulli 빔으로 되어 있으며, 팔의 끝에 걸리는 부하는 2차 빔의 끝에 질량 중심을 갖는다. 로봇 팔의 1차 빔은 각각 θ 와 $\dot{\theta}$ 의 각속도도 $\dot{\theta}$ 와 $\ddot{\theta}$ 속도를 0 점을 기준으로 회전할 수 있다.

(그림 1(b)) 2차 빔은 속방향으로 1차 빔을 따라 움직일 수 있게 해주는 1개의 추가 자유도를 갖는다. 빔의 강성은 $\dot{\theta}$ 나 $\dot{\phi}$ 방향에 비해 $\dot{\theta}$ 방향이 대단히 크다.

따라서 2개의 빔의, 중진동은 무시하고 중진동만을 강체운동과 함께 고찰하기로 한다. 본 논문에서는 동적 방정식에 유연성 운동을 모델화 하기 위해 1차 빔의 외부에 있는 2차 빔만이 유연성을 갖는 경우에 대한 매니플레이터를 모델화 한다.

1차 빔의 질량 중심의 위치 벡터는

$$R_1^* = \frac{L_1}{2} \hat{z} \quad \text{-----(2.1)}$$

이다. 속도량은 다음과 같이 주어진다.

$$\dot{R}_1^* = \int R_1^* / \delta t + \Omega \times R_1^* = \frac{L_1}{2} \dot{\theta} \hat{j} - \frac{L_1}{2} \dot{\theta} \cos \theta \hat{k} \quad \text{-----(2.2)}$$

1차 빔 내의 2차 빔의 질량 중심의 위치 벡터는 다음 식과 같다.

$$R_2^* = X^* \hat{z} \quad \text{-----(2.3)}$$

$R2^*$ 의 시변좌율은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{R}_2^* &= \delta R_2^* / \delta t + \Omega \times R_2^* \\ &= \dot{r} \hat{z} + \dot{\psi} \hat{x} \hat{z}' - \dot{\phi} \hat{x} \cos \psi \hat{z} \quad \text{-----(2.4)} \end{aligned}$$

1 차 빔 외부의 2 차 빔의 임의의 점에 대한 위치 벡터는 다음과 같다.

$$R_3 = V \hat{z} + V' \hat{j} + W \hat{x} \quad \text{-----(2.5)}$$

속도항은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{R}_3 &= \frac{\delta R_3}{\delta t} + \Omega \times R_3 = (\dot{r} + \dot{\phi} W' \cos \psi - \dot{\psi} V') \hat{z} \\ &+ (\dot{V} - \dot{\phi} W' \sin \psi + \dot{\psi} V') \hat{j} + (\dot{W} + V \dot{\phi} \sin \psi \\ &- \dot{y} \dot{\phi} \cos \psi) \hat{x} \quad \text{-----(2.6)} \end{aligned}$$

V 와 W 에 대한 식을 얻기 위해서 가정 모드 법칙을 이용하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$V = \sum_{i=1}^2 \Phi_i \beta_{1i}(t) = \Phi_1 \beta_{11}(t) + \Phi_2 \beta_{12}(t)$$

$$W = \sum_{j=1}^2 \Phi_j \beta_{2j}(t) = \Phi_1 \beta_{21}(t) + \Phi_2 \beta_{22}(t) \quad \text{-----(2.7)}$$

Φ_1 과 Φ_2 의 일반형은

$$\begin{aligned} \Phi_i &= \cosh \left[\frac{E_i \hat{t}}{r} \right] - \cos \left[\frac{E_i \hat{t}}{r} \right] - \alpha_i \\ & \left[\sinh \left[\frac{E_i \hat{t}}{r} \right] - \sin \left[\frac{E_i \hat{t}}{r} \right] \right] \quad \text{-----(2.8)} \end{aligned}$$

이다. $R3^*$ 의 완전한 식을 얻기 위해 식 (2.7) 과 식(2.8) 을 식(2.6) 에 대입한다.

1 차 빔의 운동 에너지는

$$T_1 = m L L / 6 (\dot{\phi}^2 \cos^2 \psi + \dot{\psi}^2) \quad \text{-----(2.9)}$$

이 된다. 1 차 빔 내의 2 차 빔의 운동 에너지는 다음과 같다.

$$T_2 = \frac{1}{2} m_2^* [\dot{R}_2^* \cdot \dot{R}_2^*] + \frac{1}{2} \Omega \cdot H^* \quad \text{---(2.10)}$$

1 차 빔 외부의 2 차 빔의 운동 에너지는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} T_3 &= \frac{1}{2} \int_{m_2^*} (\dot{R}_3 \cdot \dot{R}_3) d m_2^* = \frac{1}{2} \int_{m_2^*} \{ (\dot{r} + \dot{\phi} W \cos \psi - \\ & \dot{\psi} V)^2 + (\dot{V} + \dot{\psi} V' - W \dot{\phi} \sin \psi)^2 + \\ & (\dot{W} + V \dot{\phi} \sin \psi - \dot{y} \dot{\phi} \cos \psi)^2 \} d m_2^* \quad \text{-----(2.11)} \end{aligned}$$

부하의 운동 에너지는

$$\begin{aligned} T_p &= \frac{1}{2} m_p (\dot{R}_p \cdot \dot{R}_p) \\ &= \frac{1}{2} m_p \{ (\dot{r} + \dot{\phi} W \cos \psi - \dot{\psi} V)^2 \\ &+ [\dot{V} + \dot{\psi} (L_1 + r) - W \dot{\phi} \sin \psi]^2 \\ &+ [(\dot{W} + V \dot{\phi} \sin \psi - (L_1 + r) \dot{\phi} \cos \psi)^2]_{L_1 + r} \} \quad \text{-----(2.12)} \end{aligned}$$

이 된다. 총 운동 에너지는

$$T_t = \sum_{i=1}^3 T_i + T_p \quad \text{-----(2.13)}$$

이다. 총 위치 에너지는 2 개의 빔의 변형 에너지와 강제 운동과 연관된 위치 에너지로 이루어진다. 총 위치 에너지는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} V_t &= \left\{ m_1 \frac{L}{2} + m_2 [L_1 + r - \frac{L}{2}] + m_p (L_1 + r) \right\} g \sin \nu \\ &+ \left\{ m_2^* V \Big|_{L_1 + r} + m_p V \Big|_{L_1 + r} \right\} g \cos \nu + \frac{1}{2} \int_0^r E_L(y) \\ & \left[\frac{\partial^2 V(y,t)}{\partial y^2} \right]^2 dy + \frac{1}{2} \int_0^r E_L(y) \left[\frac{\partial^2 W(y,t)}{\partial y^2} \right]^2 dy + \frac{1}{2} \int_0^r \\ & T(y,t) \left[\frac{\partial^2 V(y,t)}{\partial y} \right]^2 dy + \frac{1}{2} \int_0^r T(y,t) \left[\frac{\partial^2 W(y,t)}{\partial y} \right]^2 dy \quad \text{-----(2.14)} \end{aligned}$$

여기서 첫번째항은 중력에 의한 위치 에너지를 나타내고, 두번째, 세번째, 네번째항은 유연성 운동과 연관된 위치 에너지를 나타낸다. 나머지항들은 강제 운동과 연관된 변형에너지 항이다. 일반화된 힘에 대한 식을 얻기 위해 가상 작업 원리를 수행한다.

총 가상 작업은 아래와 같이 된다.

$$\begin{aligned} \delta W_t &= \delta W_{e1} + \delta W_{e2} = \left\{ F_c - m_2^* g \cos \nu \left(\frac{0.7035}{r} \beta_{11}(t) \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{2.0314}{r} \beta_{12}(t) \right) \right\} \delta r + \left\{ T_{c\nu} + m_2^* g \sin \nu (0.68 \beta_{11}(t) \right. \\ & \left. + 1.43 \beta_{12}(t)) + 2 m_p g \sin \nu (\beta_{21}(t) - \beta_{22}(t)) \right\} \delta \nu \\ &+ \left\{ T_{c\phi} \right\} \delta \phi + \left\{ -0.68 m_2^* g \cos \nu - 2 m_p g \cos \nu \right. \\ & \left. + 1.14 P A_2 \dot{\psi} r^2 + P A_2 \dot{\phi}^2 \cos \nu \sin \nu (0.57 r^2 L_1 + 0.225 r^3) \right\} \delta \beta_{11}(t) \\ &+ \left\{ -1.43 m_2^* g \cos \nu + 2 m_p g \cos \nu + 0.182 P A_2 \dot{\psi} r^2 + P A_2 \dot{\phi}^2 \cos \nu \sin \nu \right. \\ & \left. (0.091 r^2 L_1 - 0.02 r^3) \right\} \delta \beta_{12}(t) \quad \text{-----(2.15)} \end{aligned}$$

그러므로, 일반화된 힘은 다음과 같다.

$$Q_r = F_c - m_2^* g \cos \nu \left(\frac{0.7035}{r} \beta_{11}(t) + \frac{2.0314}{r} \beta_{12}(t) \right) \quad \text{-----(2.16)}$$

$$Q_\nu = T_{c\nu} + m_2^* g \sin \nu (0.68 \beta_{11}(t) + 1.43 \beta_{12}(t)) + 2 m_p g \sin \nu (\beta_{21}(t) - \beta_{22}(t)) \quad \text{(2.17)}$$

$$Q_\phi = T_{c\phi} \quad \text{-----(2.18)}$$

$$Q_{\beta_{11}(t)} = -0.68 m_2^* g \cos \nu - 2 m_p g \cos \nu + 1.14 P A_2 \dot{\psi} r^2 + P A_2 \dot{\phi}^2 \cos \nu \sin \nu (0.57 r^2 L_1 + 0.225 r^3) \quad \text{-----(2.19)}$$

$$Q_{\beta_{12}(t)} = -1.43 m_2^* g \cos \nu + 2 m_p g \cos \nu + 0.182 P A_2 \dot{\psi} r^2 + P A_2 \dot{\phi}^2 \cos \nu \sin \nu (0.091 r^2 L_1 - 0.02 r^3) \quad \text{-----(2.20)}$$

$$Q_{\beta_{21}} = Q_{\beta_{22}} = 0 \quad \text{-----(2.21)}$$

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial T_t}{\partial \dot{\beta}_i} \right] - \frac{\partial T_t}{\partial \beta_i} + \frac{\partial V_t}{\partial \beta_i} = Q_i \quad \text{-----(2.22)}$$

제약이 가해지지 않은 운동 방정식들은 식(2.16) ~ 식(2.21)에서 얻어진 결과들을 식(2.22)의 Lagrange 방정식에 대입하여 얻을 수 있다. 결과적인 운동 방정식들은 7 개의

서보 결합된 매우 비선형적인 2 차 상미분 방정식이다.

$$r \text{ 방향의 제약 방정식은}$$

$$\ddot{r} = 0 \quad (F_c = 0) \quad \text{----(2.23)}$$

$$(m_2 + m_p)\ddot{r} = F_c \quad (F_c \neq 0) \quad \text{----(2.24)}$$

이 된다. v 방향의 제약 방정식은

$$\dot{v} = 0 \quad (T_{cv} = 0) \quad \text{----(2.25)}$$

$$\left\{ \frac{m_1 L_1^2}{3} + \frac{m_2 L_1^2}{12} + m_2 \left[L_1 + r - \frac{L_2}{2} \right]^2 + m_p (L_1 + r)^2 \right\} \ddot{\theta} = T_{cv} \quad \text{----(2.26)}$$

($T_{cv} \neq 0$)

θ 방향에는 아무런 제약도 가해지지 않으므로 탄성운동은 θ 방향의 전체운동에 영향을 줄 것으로 예상된다.

2-2. 제어기의 설계

동적모델은 모두 7 개의 자유도를 갖는데 3 개는 강제운동, 4 개는 유연성운동에 관한 것이다. 제어기 설계에서의 고려해야 할 사항을 줄이기 위해 r, v, θ 에 대한 동작 영역을 평형점 근처로 제한했다.

상태변수를 다음과 같이 정의하자.

$$Y_1 = r, Y_2 = v, Y_3 = \theta$$

$$Y_4 = \dot{r}, Y_5 = \dot{v}, Y_6 = \dot{\theta} \quad \text{----(2.27)}$$

평형점 주위에서 상태방정식을 선형화 하면 다음과 같다.

$$\dot{y} = Ay + Bu \quad \text{----(2.28)}$$

$$A = 6 \times 6 = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial y_1} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial y_6} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_6}{\partial y_1} & \dots & \frac{\partial f_6}{\partial y_6} \end{bmatrix}$$

$$B = 6 \times 3 = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial u_1} & \frac{\partial f_1}{\partial u_2} \\ \vdots & \vdots \\ \frac{\partial f_6}{\partial u_1} & \frac{\partial f_6}{\partial u_2} \end{bmatrix} \quad \text{----(2.29)}$$

그림 3의 상태제관 제어기에서 보는

$$u = -kay \quad \text{----(2.30)}$$

이고, K_a 는 상태제관 이득행렬이며 K_a 를 구하면

$$K_a = \begin{bmatrix} (m_2 + m_p)W_{nr}^2 & 0 & 0 & 2(m_2 + m_p)\xi W_{nr} & 0 & 0 \\ 0 & \alpha W_{nv}^2 & 0 & 0 & 2\xi \alpha W_{nv} & 0 \\ 0 & 0 & \alpha W_{n\theta}^2 & 0 & 0 & 2\xi \alpha W_{n\theta} \end{bmatrix} \quad \text{----(2.31)}$$

이다. 여기서 $W_{nr}, W_{nv}, W_{n\theta}$ 는 서어보 고유진동수로 주어진다.

2-3. 시뮬레이션에 의한 시스템의 해석 및 고찰

제어기로 부터 얻은 7 개의 비선형 2 차 상미분 방정식을 Gear method 를 사용해서 17개의 1 차 상미분 방정식으로 바꿨으며 시뮬레이션에 이용한 표준 파라미터들은 아래와 같다.

- 1차빔의 질량 (m_1) = 0.465 Kg
- 2차빔의 질량 (m_2) = 0.9366 Kg
- 부하의 질량 (m_p) = 0.07 Kg
- 2차빔의 단면적 (A_2) = 0.000173 m
- 1차빔의 길이 (L_1) = 0.361 m
- 2차빔의 길이 (L_2) = 2 m
- 중력 가속도 (g) = 9.81 m/sec
- 알루미늄의 밀도 (ρ) = 2707 Kg/m
- 강성도 (EI) = 1121.9 Pa

r 의 기준 위치: 1 m

v 의 기준 위치: 0 rad

θ 의 기준 위치: 0 rad

r 의 원하는 기준 위치: 2 m

v 의 원하는 기준 위치: 0.5 rad

θ 의 원하는 기준 위치: 0.5 rad

r 의 integral action gain, $K_{r1}^I = 8.8$

v 의 integral action gain, $K_{v1}^I = 5.8$

θ 의 integral action gain, $K_{\theta 1}^I = 44.2$

r 의 서어보 고유 진동수, $W_{nr} = 4 \text{ rad/sec}$

v 의 서어보 고유 진동수, $W_{nv} = 4 \text{ rad/sec}$

θ 의 서어보 고유 진동수, $W_{n\theta} = 8 \text{ rad/sec}$

3. 결 론

본 논문의 연구 결과를 토대로 다음과 같은 사실을 알 수 있다.

1. 미드스프루에 의해 구동되는 축 방향 (r, v) 의 유연성운동은 미드스프루에 의해 가해지는 제약에 의해 그 방향의 강제 운동에 영향을 미치지 않는다.
2. 제약이 없는 축 방향(θ)의 유연성운동은 그 방향의 강제 운동에 영향을 미친다.

위의 결과물로부터 알 수 있는 문제점을 해결하기 위해서는 제어작용에 유연성운동의 영향을 포함시켜서 본 논문에서 사용한 선형제어기의 성능을 향상시키기 위한 연구가 계속되어야 하겠다.

참 고 문 헌

[1] Sunada, W.H., Dubowsky, S., "On The Dynamic Analysis And Behavior of Industrial Ro-

botics Manipulators With Elastic Members
 , "ASME Paper No.82-Det-45.

[2] Shabana, A., Wehage, R. A., "Variable Degree Of Freedom Component Mode Analysis Of Inertia Variant Flexible Mechanical System," ASME Paper NO.82-Det-93.

[3] Book, W. J., Maizza-Neto, O., Whitney, D. E., "Feedback Control of Two Beams, Two Joint Systems With Distributed Flexibility," ASME Journal of Dynamic Systems, Measurements and Control, Vol. 97, No. 4, Dec. 1975, pp 424-431.

[4] Dubowsky, S., Desforages, D. T., "The Application Of Model-Referenced Adaptive Control To Robotic Manipulators," ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, Vol. 101, No. 3, Sept. 1979

[5] Balas, M., "Feedback Control Of Flexible Systems," IEEE Trans on Automatic Control, Vol. AC-23, No. 4, Aug. 1978.

[6] D'Azzo, and Houpis, Linear Control System Analysis And Design, McGraw Hill, New York, 1981.

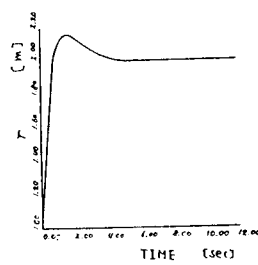


그림 3 일반 공중 변형적으로 부터 얻은 y의 변화

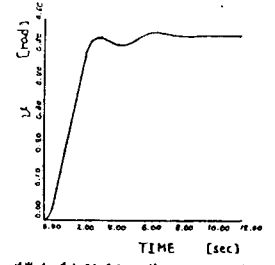


그림 4 일반 공중 변형적으로 부터 얻은 y의 변화

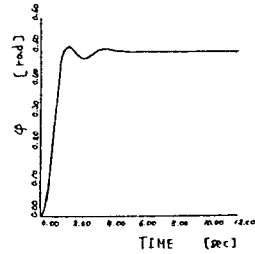


그림 5 일반 공중 변형적으로 부터 얻은 y의 변화

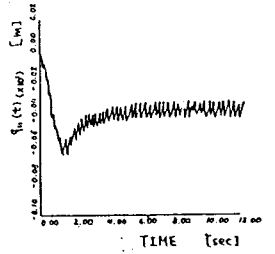


그림 6 일반 공중 변형적으로 부터 얻은 q1(t)의 변화

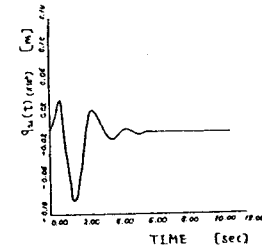


그림 7 일반 공중 변형적으로 부터 얻은 q11(t)의 변화

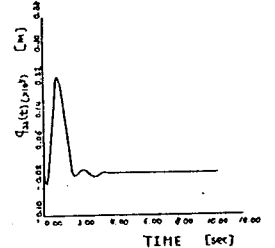
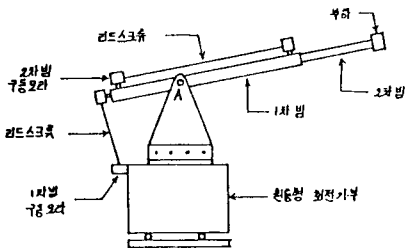
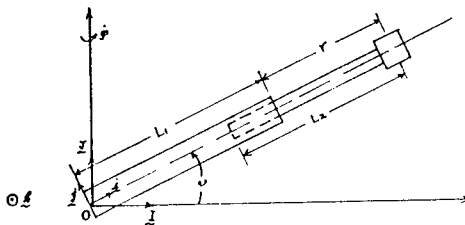


그림 8 일반 공중 변형적으로 부터 얻은 q12(t)의 변화



로봇 구성도
 <그림 1 (a)>



매니퓰레이터의 모델
 <그림 1 (b)>

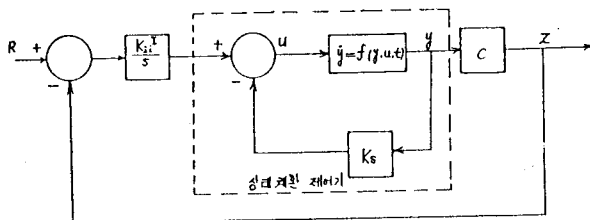


그림 9 비선형 시스템에 적용되는 직렬적용을 한 상대 체원 제어기의 블록신도