'87 韓國自動制御學術會議論文集 1987. 10.16~17

# 극점 배치 자기 동조에 의한 로보트 매니퓰레이터 제어

이 종 용° 양 태 규 이 상 효
광운 대학 전자공학과

# Pole Placement Self-Tuning Control of Robot Manipulators

Chong-Yong Lee, Tae-Gyu Yang, Sang-Hyo Lee
Depart. of Electronic, Kwang Woon University

**Abstact**

An adaptive control scheme has been recognized as an effective approach for a robot manipulator to track a desired trajectory in spite of the presence of nonlinearties and parameter uncertainties in robot dynamic models.

In this paper, an adaptive control scheme for a robot manipulator is proposed to design the self-tuning controller which combines the pole placement with the extended linearized perturbation model. And this control scheme has two components: a feedforward control and a feedback compensation control.

Based on this, the controller is demonstrated by the simulation about position control of a three-link manipulator with payload and parameter uncertainty.

## 1. 서 론

로보트 매니퓰레이터의 제어는 각 관절간에 원심력, Coriolis력 등의 강한 비선형 결합을 갖고 있어, 정확한 동특성 모델 표현이 어렵고, 속도가 커지면 이러한 비선형 항을 무시할 수 없음이 널리 알려져있다. 이러한 동특성 모델을 기초로한 로보트 제어는 최근에 널리 연구되고 있으며, 로보트 매니퓰레이터의 제어 방법을 편리하게 비 적용 제어 방식과 적용 제어 방식으로 나눌수있다. 전자의 제어 방식은 관절의 입력으로 일반화된 힘을 계산하기위한 비선형 모델이 "Resolved motion rate control", "Inverse problem technique", "Computed torque technique", "Resolved motion acceleration control"에 사용되었으며, 이들 방법은 계통의 매개 변수와 작업 환경의 부하 변동을 무시하였으며, 특히 산업적으로 이용되는 실제의 제어기는 개개의 관절을 독립적으로 PID 제어 방식으로 구동하고 있으므로, 무시된 비선형 결합은 위치와 속도에 따라 다양하게 변하는 강한 외란으로 작용하게되어, 빠른 속도와 정밀한 작업에 한계를 주게된다. 따라서 로보트의 동특성 방정식을 고려한 많은 효율적인 제어 방식들이 연구 발표되었다.

특히 순환형 뉴우튼 오일러(RNE) 알고리즘의 개발에 의해서 CTM(Computed Torque method), RMAC(Resolved Motion Acceleration Control)등이 실현 가능한 것으로 보이나, RNE 계산 시간이 많이 걸리며, 부하 변동과 모델링 오차등이 남아 있어 이러한 외란에 강한 제어 알고리즘이 필요하게 되었다.

최근에는 이러한 불확실한 계통 변수와 부하 변동에 대해서 자동적으로 보상 할수 있는 적용 제어 방식이 개발되었다. 적용 제어 방식은 넓은 의미에서 기준 모델 제어 방식(MRAC; Model Reference Adaptive control)과 자기 동조 제어 방식(STAC; Self-Tuning Adaptive Control)으로 나눌 수 있으며, MRAC방법은 로보트 계통이 원하는 특성을 갖도록 지정하는 방식으로 Lyapunov 설계 기법과 Popov 초안정도 이론을 기초로하여 제어기를 설계하는 것이다.

STAC 방법은 로보트 모델에 대한 이산 시간 차분 모델과 입출력 자료를 통한 모델 변수 추정 방법을 기초로하여, 주어진 평가 함수를 만족하도록 제어기를 설계하는 것이다.

이러한 적용 제어 방식은 매니퓰레이터에 대한 정확한 동특성 모델을 필요로 하지 않으며, 부하 변동과 매개 변수 부정확성 에도 잘 적용됨을 알수 있다.

본 논문에서는 극점 배치 자기 동조 제어 이론을 이용한 제어 방식을 제안하고자 한다.

이 제어 방식은 전향 경로 제어와 궤환 경로 제어로 구성되며, 전향 경로 제어는 원하는 규정 경로 $(q_d, \dot{q}_d, \ddot{q}_d)$에 대하여 RNE 알고리즘을 적용하여, 규정 제어 토오크를 계산하여 얻어진 제어 신호로써, 로보트 관절간의 강한 비선형 상호 결합을 적게하고, 궤환 경로 제어는 규정 궤적에 관한 섭동을 조절하는 것이며, 확장된 섭동 차분 모델을 이용하여 궤환 제어 신호를 산출하는 것이다.

제안된 제어 방식의 효과를 보이기 위하여 3개의 자유도를 갖는 로보트 팔에 대해서, 부하의 변동이 있고 계수 측정의 오차가 있는 경우를 가정하여 시뮬레이션 하였고, 이 결과를 CTM 제어 방식에 의한 결과와 비교하였다.

## 2. 본 론

### (2-1) 로보트 매니퓰레이터에 대한 동특성 모델 표현

N개의 관절을 갖는 로보트 매니퓰레이터의 동특성 방정식은 간단하며 계통적인 Lagrangian역학과 Lagrange-Euler운동 방정식을 이용하여 유도된다.

$$D(q(t);d)\ddot{q}(t) + C(q(t),\dot{q}(t);d) + G(q(t);d) = u(t) \quad (1)$$

여기서 $q, \dot{q}, \ddot{q} \in R^{n\times 1}$는 각 관절의 위치, 속도 가속도를 나타내며, $u(t) \in R^{n\times 1}$는 각 관절에 작용하는 토오크이고, $D(q(t);d) \in R^{n\times n}$ 는 대칭 정치 관성 행렬이고, $C(q(t),\dot{q}(t);d) \in R^{n\times 1}$ 는 원심력과 Coriolis력을 나타내는 벡터 이며, $G(q(t);d) \in R^{n\times 1}$는 중력을 나타내는 벡터이다. 또한 $d \in R^{1\times l}$는 로보트 계통의 역학에서 고려하기 힘든 부하 또는 기아의 마찰력등을 포함하는 로보트 계통의 매개 변수 들이다.

역학적인 모든 매개 변수들은 정확히 알지 못하더라도, 이 매개 변수들이 주어진 영역에서 변화된다고 할수 있다.

이를 이용하여 규정된 상태와 실제 상태의 섭동 모델을 유도 할수 있다.

또한 (1)식은 상태 공간 표현으로 나타 낼수 있다.

$$\dot{x}(t) = Wx(t) + R[x(t);d]u(t) - S[x(t);d] \quad (2)$$

여기서 상태 $x(t)$는 아래와 같이 정의된다.

$$x(t) = [q(t), \dot{q}(t)]^T = [q_1(t), q_2(t), \ldots, q_n(t), \dot{q}_1(t), \dot{q}_2(t), \ldots, \dot{q}_n(t)]^T \quad (3)$$

그리고 (2)식의 각 항들은 아래와 같이 표현된다.

$$W = \left[\begin{array}{c:c} 0_N & I_N \\ \hdashline 0_N & 0_N \end{array}\right] \in R^{2n\times 2n}$$

$$R[x(t);d] = \left[\begin{array}{c} 0_N \\ \hline D^{-1}(q(t);d) \end{array}\right] \in R^{2n\times n} \quad (4)$$

$$S[x(t);d] = \left[\begin{array}{c} 0 \\ \hline -D^{-1}(q(t);d)\,[C(q(t),\dot{q}(t);d)+G(q(t);d)] \end{array}\right] \in R^{2N\times 1}$$

그리고 $x_n(t), d_n, u_n(t)$ 는 각각 규정된 상태, 매개 변수, 토오크를 나타낸다. 이 값들은 (2)식을 만족한다.

$$\dot{x}_n(t) = Wx_n(t) + R[x_n(t);d_n]u_n(t) + S[x_n(t);d_n] \quad (5)$$

(2)식을 규정된상태에서 급수 전개를 하고, (5)식을 빼주고 고차의 항을 무시하면 (6)식의 확장된 섭동 모델을 얻는다.

$$\delta\dot{x}(t) = A(t)\delta x(t) + B(t)\delta u(t) + C(t) \quad (6)$$

여기서

$$x(t) = x(t) - x_n(t)$$
$$u(t) = u(t) - u_n(t) \quad (7)$$
$$A(t) = W + \frac{\partial}{\partial x}[R(x(t);d)u(t)+S(x(t);d)] : x=x_n, u=u_n, d=d_n$$
$$B(t) = R(x(t);d) : x=x_n, d=d_n$$
$$C(t) = \frac{\partial}{\partial d}[R(x(t);d)u(t) + S(x(t);d)] \quad x=x_n, u=u_n, d=d_n$$

(6)식의 해를 통하여 확장된 이산 섭동 상태 모델을 얻을 수 있다.

$$\delta x(k+1) = A'(k)\delta x(k) + B'(k)\,u(k) + C'(k) \quad (8)$$

여기서

$$A'(k) = e^{AT}$$
$$B'(k) = \int_{KT}^{(k+1)T} e^{AT}\,B(\tau)\,d\tau \quad (9)$$
$$C'(k) = \int_{KT}^{(K+1)T} e^{AT}\,C(\tau)\,d\tau$$

다시 확장된 섭동 차분 입출력 모델을 유도하기 위해 각 관절의 출력 오차 방정식을 고려한다.

$$\delta y(K) = y(k) - y_n(k) = q(k) - q_n(k)$$
$$= [I_N, 0_N]\;[x(k) - x_n(k)] \quad (10)$$

(8)식과 (10)식을 이용하여 확장된 섭동 차분 입출력 모델을 얻는다.

$$\bar{A}(z^{-1})\,\delta y(k) = z^{-\bar{m}}\bar{B}(z^{-1})\delta u(k) + d + \xi(k) \quad (11)$$

여기서 (11)식은 매니퓰레이터에 대한 N개의 입출력의 형태로서 $\bar{A}(z^{-1}) \in R^{n\times n}, \bar{B}(z^{-1}) \in R^{n\times n}$ 은 다항식 행렬이고 $\bar{m}$은 시간 지연 상수를 나타내며 $d \in R^{n\times 1}$ 의 힘을 나타내는 벡터이고 $\xi(k) \in R^{n\times 1}$ 은 외부 외란과 모델링의 오차를 포함하는 항이다.
본 논문에서는 분리 관절 제어를 이용하고자 (11)식으로부터 i번째 관절 계통에 대한 확장된 섭동 차분 모델을 다음과 같이 제안한다.

$$\tilde{A}_i(z^{-1})\,\delta y(k) = z^{-m}\tilde{B}_i(z^{-1})\,\delta u(k) + h_i + \rho_i(k)$$
$$(i=1,2,3------,N) \quad (12)$$

여기서 $\rho_i(k)$는 $\xi(k)$ 의 i 번째 원소이고, 시간 지연 상수 m 는 $\bar{m}_{ii}$ 이고, 다항식 $\tilde{A}_i(z^{-1})$ 과 $\tilde{B}_i(z^{-1})$는 각각 $\bar{A}_{ii}(z^{-1})$ 과 $\bar{B}_{ii}(z^{-1})$ 을 나타낸다.
그리고 $h_i$ 는 다음 식과 같이 나타낸다.

$$h_i = d_i + \sum_{i\neq j} z^{-m}\bar{B}_{ij}(z^{-1})\,\delta u\,(k) - \sum_{i\neq j}\bar{A}_{ij}(z^{-1})\,\delta y\,(k) \quad (13)$$

여기서 $d_i$ 는 d 의 i 번째 요소이며, $h_i$는 각 관절간의 결합항과 d.c.(direct current)값을 갖는 힘의 항이다.
그리고 $\rho_i$ 는 $\delta u$ 와 $\delta y$ 와 상관 관계가 없으며 평균값이 zero 이고 분산값이 $\sigma_i$ 를 갖는 백색 잡음이다.
(12)식을 이용한 분리 관절 제어는 섭동 출력 $\delta y(k)$가 zreo가 되도록 적응 조절기를 결정하는 것이다.

### (2-2) 조절기의 설계

자기 동조 조절기의 일반적인 형태는 다음과 같다.

$$R(z^{-1})u(k) = T(z^{-1})y_n(k) - S(z^{-1})y(k) + U_B + U_E \quad (14)$$

여기서 $y_n(k)$는 계통의 원하는 응답이고, $u(k), y(k)$는 각각 계통의 입력과 출력이며, $U_B$는 d.c.값에 의한 편향성 제거를 위한 보상항이며, $U_E$는 외란에 대한 보상항 이다.
그래서 (14)식은 적분기를 고려하지 않고도 편향성을 제거할 수 있는 제어기 형태이다.
본 논문에서는 제어 목적이 규정 위치와 실제 위치 사이의 오차를 zero로 하는 것이다. 즉 (12)식을 기초로한 계통의 원하는 응답은 zero가 되어야 한다.
그래서 (14)식은 다음과 같이 수정 된다.

$$R'(z^{-1})\delta u(k) = -S'(z^{-1})\delta y(k) + U'_B + U'_E \quad (15)$$

여기서 $R'(z^{-1}), S'(z^{-1}), U'_B, U'_E$는 주어진 평가 기준을 만족하도록 결정 되며, 각각은 추정된 계통 매개 변수의 함수이다.

### (2-3) 극점 배치에 의한 매니퓰레이터의 적응 제어기 설계

로보트 매니퓰레이터의 제어 성능은 제어기가 조절기 방식을 이용하면 개선 될수 있으므로, (15)식의 조절기를 이용한 제어기의 설계 목적은 폐경로 계통의 극점 배치를 통하여 원하는 과도 특성을 만족하면서, 각 관절의 추종 오차가 zero가 되도록 계환 제어값 $\delta u$를 산출하는 것이다.
(15)식을 (12)식에 대입하여 아래와 같은 폐경로 계통식을 얻는다.

$$\delta y(k) = \frac{z^{-m}\tilde{B}\,U'_B + R'\,h_i}{\tilde{A}\,R' + z^{-m}\tilde{B}\,S'} + \frac{z^{-m}\tilde{B}\,U'_E + R'\rho_i}{\tilde{A}\,R' + z^{-m}\tilde{B}\,S'} \quad (16)$$

(16)의 특성 다항식에 대한 극점 배치를 하기위해 지정된 특성 다항식을 고려하자.

$$\bar{T}\,(z^{-1}) = 1 + \bar{t}_1 z^{-1} + \bar{t}_2 z^{-2} + \ldots + \bar{t}_{n_t} z^{-n_t} \quad (17)$$

그리고 조절기 설계를 위하여 다음과 같은 점근적 조절기 특성 (Asymptoticregulator property) 을 고려한다.

$$\lim_{k\to\infty}\frac{\delta y(k)}{\rho_i} = 0 \quad (18\text{-a})$$

$$\lim_{k\to\infty}\frac{\delta y(k)}{h_i} = 0 \quad (18\text{-b})$$

(16)의 폐경로 특성 다항식과 (17)식을 이용하여 다음과 같은 Diophantus 방정식을 얻는다.

$$\tilde{A}\,R' + z^{-m}\tilde{B}\,S' = \bar{T}\,\bar{T}_o \quad (19)$$

여기서 $\bar{T}_o$는 관측 다항식이다.
(19)식에서 Diophantus 방정식의 유일해 조건과 (15)식 조절기의 인과율 조건을 고려하여, $R'$와 $S'$의 차수를 결정할 수 있다.

$$\deg(R') = \deg(z^{-m}\tilde{B}) - 1 \quad (20\text{-a})$$

$$\deg(S') = \deg(\tilde{A}) - 1 \quad (20\text{-b})$$

$$\deg(\bar{T}_o) = 2\deg(\hat{A}) - \deg(\bar{T}) - 1 \quad (20\text{-c})$$

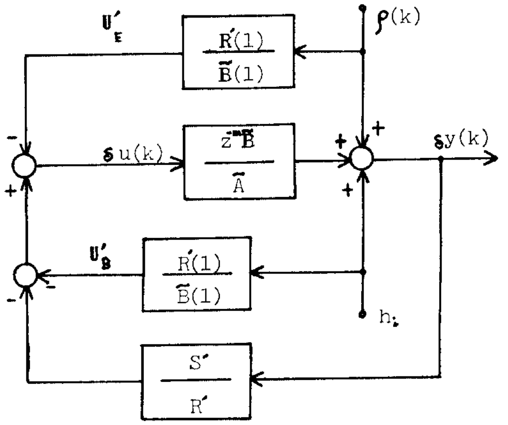
그리고 점근적 조절기의 특성으로 다음과 같은 특성을 얻는다.

$$U'_B = \frac{-R'(1)}{\tilde{B}(1)}\,h_i \quad (21\text{-a})$$

$$U'_E = \frac{-R'(1)}{\tilde{B}(1)}\,\rho_i \quad (21\text{-b})$$

(19)식을 이용하여 얻어진 $R'$, $S'$ 의 다항식과 (21-a), (21-b)식에서 얻어진 값으로 (15)식으로 부터 계환 제어값을

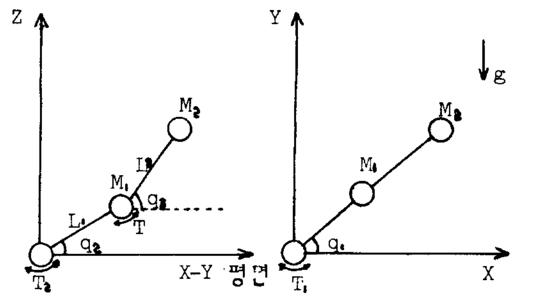
얻을 수 있다.
이 식에 대한 블록 선도는 그림 1.과 같다.




그 림 1. 계환 조절기의 블록 선도

## 2-4) 시뮬레이션

시뮬레이션을 위해서 집중 질량 형태의 3개 자유도를 갖는 메니퓰레이터를 고려하였으며, 모델의 위치각 표현은 그림 2.와 같다.




그 림 2. 모델의 위치각 표현

그림 2.에서 기저 관성 모멘트 J1은 0.2 Kg m 이고, 각각의 (M1, M2, L1, L2) 8Kg, 10Kg, 0.5m, 0.5m, 로 고려하였다. 이러한 물리적 측정치들은 1%의 오차를 갖는 것으로 가정하였으며, 부하의 변동에 따라서 M2의 실제 계통 값을 변화시켜 시뮬레이션 하였다.
그리고 궤적 계획에서 작업 수행 시간은 2초로 하고, 초기 위치 $q_i$ = (-0.3, 0.4, 0.15)rad에서 시작하여 최종 목표치 $q_f$ = (-0.8, 1.1, -0.4)rad 까지의 각 관절에 규정 속도를 파선 함수(Cycloid Function)를 이용하여 원하는 규정 경로를 표현하였다.

$$q_n(t) = q_i + (q_f - q_i)t - (q_f - q_i)\sin(\pi t)/2 \qquad \text{(rad)}$$

$$\dot{q}_n(t) = (q_f - q_i)/2 - (q_f - q_i)\cos(\pi t)/2 \qquad \text{(rad/sec)}$$

$$\ddot{q}_n(t) = \pi(q_f - q_i)\sin(\pi t)/2 \qquad \text{(rad/sec}^2\text{)}$$

그리고 확장된 섭동 입출력 차분 모델의 각 다항식 계수를 구하기 위하여 반복적 최소 자승(Recursive Least Square) 알고리즘을 사용하였다.

$$\delta y_i(k) = \theta_i \phi_i(k-1) + e(k) \qquad (22)$$

여기서 매개 변수와 데이타 벡터는 다음 식과 같다.

$$\theta_i = [\tilde{a}_{i1}, \tilde{a}_{i2}, \ldots, \tilde{a}_{in}, \tilde{b}_{i0}, \ldots, \tilde{b}_{in-1}, h]$$

$$\phi_i = [-\delta y_i(k-1), \ldots, -\delta y_i(k-n), \delta u_i(k-m), \ldots, \delta u_i(k-m-n+1), 1]^T$$

R.L.S. 에의한 매개 변수 추정 알고리즘은 아래 식과 같다.

$$\hat{\theta}_i(k) = \hat{\theta}_i(k-1) + K_i(k)[\delta y_i(k) - \hat{\theta}_i \phi_i(k-1)]$$

$$K_i(k) = P_i(k-1)\phi_i(k-1)[\lambda + \phi_i^T(k-1)p_i(k-1)\phi_i(k-1)]$$

$$P_i(k) = P_i(k-1)[I - K_i(k)\phi_i^T(k-1)]/\lambda$$

여기서 λ는 망각 인수 이다.
추정된 매개 변수와 (19)식을 이용하여 조절기의 매개 변수를 다음과 같이 표현 한다.

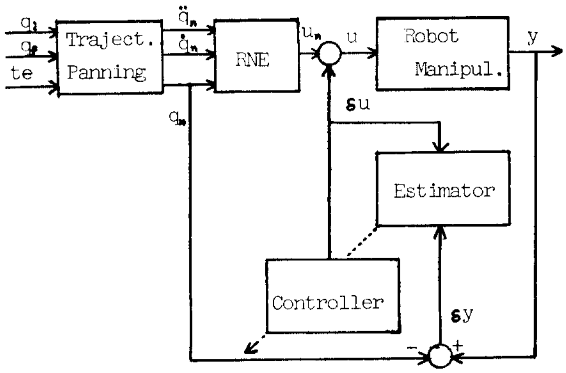
$$r_1' = [(\bar{t}_1 - \tilde{a}_1)\tilde{b}_1^2 - (\bar{t}_2 - \tilde{a}_2)\tilde{b}_0\tilde{b}_1]/N$$

$$s_0' = [(\bar{t}_1 - \tilde{a}_1)(\tilde{a}_2\tilde{b}_0 - \tilde{a}_1\tilde{b}_1) + (\bar{t}_2 - \tilde{a}_2)\tilde{b}_1]/N$$

$$s_1' = -\tilde{a}_2 r_1'/\tilde{b}_1$$

$$N = \tilde{b}_1^2 - \tilde{a}_1\tilde{b}_0\tilde{b}_1 + \tilde{a}_2\tilde{b}_0^2$$

이와 같이 표현된 시뮬레이션 도식은 그림 3.과 같다.




그 림 3. 시뮬레이션 블록 선도

메니퓰레이터의 부하가 0Kg, 1Kg, 2Kg의 3가지 부하 변동을 고려하였으며, 모델의 차수는 n=2로 하였고, 시간 지연 상수는 m=1로 하였으며, 각 관절의 특성 다항식은 $1 - 1.98z^{-1} + 0.99z^{-2}$, $1 - 1.89z^{-1} + 0.98z^{-2}$, $1 - 1.78z^{-1} + 0.89z^{-2}$으로 고려하였다. 그리고 제어 효과를 보이기 위하여 상수 궤환 이득을 갖는 Computed-Torque 기법과 비교 하였다.

$$u(t) = D(q(t))[\ddot{q}_n(t) + k_v(\dot{q}_n(t) - \dot{q}(t)) + k_p(q_n(t) - q(t))] + C(q(t), \dot{q}(t)) + G(q(t))$$

여기서 $k_v$와 $k_p$는 각각 속도와 위치의 궤환 이득으로서 각각 $k_v$ = (20, 28, 40)과 $k_p$ = (100, 200, 400)으로 주었다. 시뮬레이션 결과 C.T.M.보다 제안된 적응 제어 방식이 더 좋은 추종 상태를 보여 주고 있다.(참고 표 1)

## 3. 결 론

제안된 적응 제어 방식은 R.N.E로부터 규정 토오크를 산출하는 전향 경로 신호와 확장된 섭동 모델로부터 산출된 궤환 경로 보상 신호로 구성되며, 부하의 변동과 물리적 측정치의 오차가 존재하여도 각 관절의 궤적은 잘 추종 됨을 알수 있다. 컴퓨터 시뮬레이션에서 C.T.M.와 비교하여 제안된 적응 제어 방식이 매우 잘 수행 됨을 보여 주고 있다.
그러나 제안된 적응 제어 도식은 acturator의 특성및 rotor의 특성이 고려되지 않았으며, 전체 메니퓰레이터에 대한 안정도 문제가 더 고려 되어야할 과제이다.

표 1. C.T.M.와 적응 제어기의 오차 비교

| 부하의 변화량 | C. T. M. | | 적응 제어기 | |
|---|---|---|---|---|
| | 최대 오차 | 최종 오차 | 최대 오차 | 최종 오차 |
| 무부하(0Kg) 1%의 물리적 오차 | 0.0189 | -0.0188 | 0.0015 | -0.0001 |
| | -0.2002 | -0.1113 | 0.0251 | -0.0009 |
| | -0.0646 | -0.0344 | -0.0717 | -0.0021 |
| 1Kg의 부하 1%의 물리적 오차 | 0.0276 | 0.0067 | -0.0019 | -0.0001 |
| | -0.1199 | 0.0087 | -0.0234 | 0.0014 |
| | 0.2619 | 0.2124 | 0.0782 | 0.0079 |
| 2Kg의 부하 1%의 물리적 오차 | 0.0787 | 0.0270 | 0.0021 | -0.0001 |
| | 0.1198 | 0.1198 | -0.1718 | 0.0087 |
| | 0.5442 | 0.4583 | 0.4374 | 0.0178 |

( 단위 : Degree )

## 참 고 문 헌


1) Koivo, A. J. and Guo, T. H., "Adaptive linear controller for robotic manipulators", IEEE Trans., AC-28, pp. 162-171, 1983
2) Lee, C. S. G. and Chung, M. J., "An adaptive control strategy for mechanical manipulators", IEEE Trans., AC-29, pp. 837-840, 1984
3) Choi, Y. K., Chung M. J. and Bien, Z., "An adaptive control scheme for robot manipulators", INT. J. Control, Vol-44, No-4, pp. 1185-1191, 1986
4) Liu, M. H., Lin, W. and Huang, Y. F., "Pole assignment self-tuning control of robotic manipulators", 16th ISIR, pp. 289-298, 1986
5) Strejc, V., "Least square parameter estimation", Automatica, Vol-16, pp. 535-550, 1980
6) Astrom, K. J., and Wittenmark, B., "Self-tuning controllers based on pole-zero placement", Proc. IEE, Vol-127, Pt. D., No-3, pp. 120-130, 1980
7) Allidina, A. Y. and Hughes, F. M., "Generalised self-tuning controller with pole assignment", Proc. IEE, Vol-127, Pt. D., No-1, pp. 13-18, 1980
8) Vukobratovic, M., Stokic, D. and Kircanski, N., "Non-adaptive and adaptive control of manipulation robots", Springer-Verlag, 1985
9) 이승원, 이종용, 양태규, 이상효, "적응 극점 배치에 의한 로보트 매니퓰레이터의 제어", 전기.전자 공학 학술 대회 논문집, pp. 241-243, 1987