

모델 오차에 대한 자기 동조 제어기의 민감도 추정 (파워 스펙트럼 추정 방식)

나 종래 변 중남
한국 과학 기술원 전기및 전자공학과

Sensitivity Measurement of Self-Tuning Controller to Modelling Errors
(Power Spectrum Approach)

Jongray Na and Zeungnam Bien
KAIST Dept. of Electrical Engineering

ABSTRACT

In the design of reference model based STC (self-tuning controllers), parameters of the controllers are determined not from the true plant but from the estimated model. In this paper, we suggest a power spectrum estimation method for visualising the sensitivity of the closed loop system without knowing the explicit original plant.

1. 서론

기준 모델 자기 동조 제어기 (self - Tuning Controller)는 그 설계에 있어 플랜트의 모델을 추정하고 이 모델을 바탕으로 제어기의 계수를 규칙하게 된다. 이때 플랜트와 모델 사이에 불일치가 크게 되면 실제 플랜트와 제어기로 구성되는 폐 루우프는 불안정 해지게 된다. 불안정의 원인은 또한 불일치의 형태와 기준 모델에 의해서도 영향을 받는다. 이러한 문제는 제어에 있어서 고전적인 문제로 기준 모델 자기 동조 제어기에 있어서는 Nyquist 판별법으로부터 유도된 강인성에 관한 정리가 있으나 적용을 위해서는 본래의 플랜트를 정확히 알아야 한다.

본문에서는 충분히 여기된 (sufficiently excited) 입력 신호에 대한 출력 신호의 추정후 파워 스펙트럼 추정에 의해 위의 정리를 적용하는 방법을 제시하고자한다. 이전에 Astrom (AST80a)은 프로세스 모델의 변화에 대해, 극-영점 배치 방식의 제어기 설계시, 민감도에 대해 연구한 바가 있다. 그 논문에서는 배치된 극점에 대

해, 안정도와 정확도를 보장하는 충분조건 부등식을 제시하였다. 이는 잘 알려진 Nyquist 판별법으로부터 유도된 기준모델 자기 동조 제어기에 대한 더욱 강화된 결과이다. 그후 Gawthrop (GAW82)는 이 부등식을 더욱 확장시킨 바있다. 이러한 결과들은 본래의 플랜트를 알아야 적용 가능한 것이므로, Astrom의 경우도 다른논문에서 (AST80b), 스텝 (step) 입력에 대해 단조 증가 응답을 보이는 안정된 시스템에 대해서만 실제 플랜트를 알지 않고서도 적용 가능한 강인한 (robust)조절기를 제안하고 있다.

2. 모델 오차에 대한 민감도

플랜트의 모델이 입력 $u(t)$ 및 출력 $y(t)$ 에 대해 다음과 같은 CARIMA (Controlled Auto Regressive Integrated Moving Average) 로 주어진다고 하자.

$$A y(t) - q^{-k} B u(t) + g(t) \quad (1)$$

$$g(t) = \frac{\xi(t)}{\Delta}$$

여기서 k 는 시스템의 데드 (dead) 시간이고 $g(t)$ 는 스텝 (step) 타입의 외란으로 $\xi(t)$ 는 임펄스 시퀀스이며 Δ 는 $1 - q^{-1}$ 로 정의되는 차분 연산자이다. 또한 A, B는 다항식이고 서로 소인 것으로 가정하자.

위의 시스템에 대하여 다음과 같은 적분형 자기 동조 제어기를 적용하는 경우를 생각하자.

$$R \Delta u(t) - T y_p(t) - S y(t) \quad (2)$$

여기서 $y_p(t)$ 는 기준 입력이고 R, S 그리고 T는 결정되어야 할 제어 변수 다항식이다. B가 단위 원 내에 있는 영점만을 포함하는 B^* 와 그 밖의 영점만을

포함하는 B^- 로 분해되어 있다고 하자. 이때 주어진 기준 모델 (A_m, B_m) (단 B_m 은 $B^- B_m^+$ 이고, 여기서 B_m^+ 은 임의의 다항식이다.)에 대해 다음의 순서로 다항식 R, S 및 T를 구하게 된다.

$$A \Delta R_1 + B^- S_1 = A_0 A_m \quad (3)$$

$$R = B^+ R_1 \quad (4)$$

$$S = S_1 \quad (5)$$

$$T = A_0 B_m^+ \quad (6)$$

위와 같이 하여 식(2)의 제어기를 기준 모델 자기 동조 제어 알고리즘에 의해 설계할 경우 [AST84] 모델링 오차에 대하여 페루프 안정도에 관한 민감도의 부동식을 얻는다. 이후 본 논문에서 이 결과를 정리 1 이라 부르기로 한다. 그리고 정리 1 의 부동식은 다음과 같은 형태로 주어지고 있다.

$|z| = 1$ 에 대해

$$|H^0 - H| < \left| \frac{H}{H_m} \right| \left| \frac{H_{ff}}{H_{fb}} \right| = \left| \frac{H T}{H_m S} \right| \quad (7)$$

여기서 H^0 , H 및 H_m 은 각각, 실제 플랜트, 추정 모델 그리고 기준 모델의 전달 함수이고, $H_{ff} = T / R$, $H_{fb} = S / R$ 로 정의된다.

식 (7)에서 알 수 있듯이 이 부동식의 만족 여부를 확인하기 위해서는 H^0 즉 실제 플랜트의 전달 함수를 알아야 한다. 따라서 H^0 와 H 가 달라 민감도 측정을 위해서는 H^0 를 간접적으로 추정하는 방법이 필요하게 된다. 이를 위해 정리 1 을 다음의 정리 2 로 수정할 수 있다.

정리 2. 근사 모델 H 와 본래의 플랜트 H^0 가 같은 수의 불안정한 극점을 가지며, H_m 이 안정하도록 주어진다고 하자. 그리고 식(2)의 자기 동조 제어기를 적용한다면, 모델 추정 오차 ($e_p = \hat{y} - y$, 여기서 \hat{y} 는 예측값임)와 충분히 여기된 입력 $u(t)$ 로부터 다음의 부동식을 만족하면 된다.

$$|E_p(w)|^2 < |V(w)|^2 \quad (8)$$

여기서 $|E_p(w)|$ 은 $e_p(t)$ 의 파워워 스펙트럼이고 $|V(w)|$ 은

$$A S v(t) = B^+ A_0 A_m u(t) \quad (9)$$

에서 얻어지는 $v(t)$ 의 파워워 스펙트럼이다. //

(중 명) 충분히 여기된 입력으로부터 얻어진 $e_p(t)$ 및 식 (9)로부터 얻어지는 $v(t)$ 의 파워워 스펙트럼이

식 (8)을 만족하게 되면

$$\begin{aligned} e_p(t) &= \hat{y} - y \\ &= -\frac{B}{A} u(t) - \frac{B^0}{A^0} u(t) \end{aligned} \quad (10)$$

이 된다. 단, 여기서 A^0, B^0 는 H^0 의 분모 및 분자의 다항식이다.

$$e_p(t) = -(H - H^0) u(t) \quad (11)$$

$$v(t) = \frac{B^+ A_0 A_m}{A S} u(t) \quad (12)$$

또 같은 입력 $u(t)$ 에 대하여 서로 다른 전달 함수를 거친 출력이다. 따라서 디지털 신호 처리 기술에서 사용하는 파워워 스펙트럼의 관계에서, $u(t)$ 의 파워워 스펙트럼을 $|U(w)|$ 라 하면,

$$|E_p(w)| = |H - H^0| |U(w)| \quad (13)$$

$$|V(w)| = \left| \frac{B^+ A_0 A_m}{A S} \right| |U(w)| \quad (14)$$

이 된다. 따라서 위의 두 식과 식 (8)로부터

$$|H - H^0| < \left| \frac{B^+ A_0 A_m}{A S} \right| \quad (15)$$

이 얻어진다. 또, 식 (6)으로부터

$$\begin{aligned} \frac{B^+ A_0 A_m}{A S} &= \frac{A_m}{B_m} \cdot \frac{B}{A} \cdot \frac{1}{S} \cdot \frac{A_0 B_m}{B^-} \\ &= \frac{H}{H_m} \cdot \frac{T}{S} \\ &= \frac{H}{H_m} \cdot \frac{H_{ff}}{H_{fb}} \end{aligned}$$

가 되어 식 (15)는 정리 1 의 식 (7) 과 같다. 따라서 정리 1 의 결과에 따라 전체 페루프가 안정하다, (중 명 끝)

정리 2 는 정리 1을 실제 플랜트에서 나오는 입출력의 측정으로부터 부동식이 가능하도록 변환한 것으로 식 (15)에서 알 수 있듯이 부동식의 만족 여부는 예측 오차 e_p 뿐만 아니라 기준 모델 (A_m, B_m) 에 의해서도 영향을 받고 있다. 파워워 스펙트럼의 추정은 보통 유한 구간에 대해 이루어지므로 부동식의 만족 여부를 확인하는 데 있어서 측정 오차를 감안할 필요가 있고, 정리 2 는 충분 조건이므로 페루프 시스템의 안정성을 실제 플랜트의 적용 전에 확인하는 데 사용될 수 있다.

3. 예제

다음과 같은 2차 시스템에 대해 정리 2를 적용해 보았다.

$$A(q^{-1}) = 1 - 1.637q^{-1} + 0.668q^{-2}$$

$$B(q^{-1}) = q^{-1} (1.77 + 1.47q^{-1})$$

기준모델 $A_m(q^{-1}) = 1$ 로 하고 안정된 제로를 상쇄하는 자기 동조 제어를 행하였다. 즉 $B^+(q^{-1}) = 1 + 0.829q^{-1}$, $B^-(q^{-1}) = 1.77$ 를 취하였다.

그림 3은 시뮬레이션 결과를 보여 주고 있다.

그림 1에 표시된 블록선도에서 외란을 출력에 더하는 형태로 하여 가우시안 잡음으로 평균치가 0이고 표준 편차를 (a) 0.01, (b) 0.05, (c) 0.1, (d) 0.5

로 키와 가면서 기준모델 자기 동조 제어를 행한 결과를 그림 2의 왼편에 나타내었고, 오른편에는 각각의 외란에 대하여 자기 동조가 진행되는 동안 256개의 입출력

Window 표본을 추출하여 정리 2에서와 같이 파우워 스펙트럼 추정을 행하였다. (이때 입력이 충분히 여기되어 있기만 하면됨) 그림 2(a)는 외란이 극히 작은 경우로 모든 주파수 대역에서 정리 2의 부등식을 만족하고 있다. 따라서 전체 폐루프 시스템은 안정하다. 그림 2(b)는 외란을 좀더 증가시켰을 때 고주파 대역에서 부등식이 만족되지 않고 있다. 그림 2(c)의 경우 부등식이 만족되지 않는 범위가 고주파 대역으로부터 더욱 확장되어 있음을 알수있다. 이로써 정리 2의 결과를 기초로한 파우워 스펙트럼 추정법에 의한 민감도 측정이 유용하게 사용될 수 있을 가능성을 보여주고 있다. 즉 파우워 스펙트럼 추정법에 의해 정리 2의 부등식을 만족하는지를 확인할 수 있고 만족할 경우 전체 폐루프 시스템은 반드시 안정되며, 만족되지 않는 주파수 영역이 있을 경우 안정도 향상을 위해 구 주파수 영역이 만족될수 있도록 보다정확한 model을 사용하도록 하거나 또는 기존 모델을 변경하는데 도움을 줄 수 있다. 한편 그림 2(d)는 외란이 더욱 증가한 경우로 왼편의 제어 결과에서 보면 불안정한 양상을 보이고 있고, 오른편의 파우워 스펙트럼에서 볼 경우 특정한 좁은 주파수 (대략 중

간 대역 및 고주파 대역)에서 부등식을 만족시키지 않고 있다. 이러한 현상은 앞으로 외란의 종류 및 플랜트의 특성과 관련하여 규명되어야 할 것이다.

4. 결론

본 논문에서는 충분히 여기된 입력 신호로 실제의 플랜트를 명시적으로 알지 않더라도 모델 오차에 대한 자기 동조 제어의 민감도를 파우워 스펙트럼 추정법으로 표시하는 방법을 처음으로 시도하였다. 그리고 제한된 예제를 통하여 이의 타당성 및 유용성을 살펴 보았다. 그리고 앞으로 정리 2는, Gawthrop (GAW82)의 결과에서와 같이 더욱 개선 될 수 있을 것이다. 자기 동조 제어기의 모델 오차에 대한 강인성과 관련하여, Lyapunov의 제 2방법 및 Popov의 초안정 이론에 의한 접근 방법이 나와 있는바, 본 논문의 파우워 스펙트럼 접근법은 또한 하나의 방법으로써 더 많은 실제의 플랜트에 적용하여 비교해볼 필요가 있다.

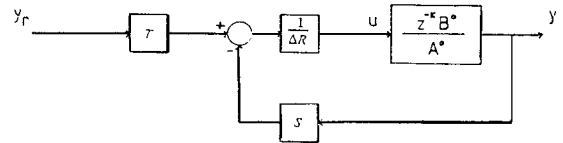
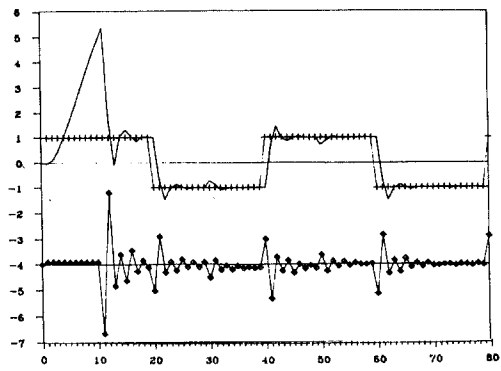
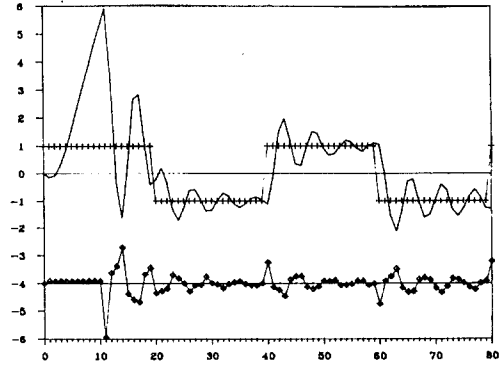


그림 1. 실제의 플랜트가 STC에 의해 제어되고 있는 폐루프 블록 선도

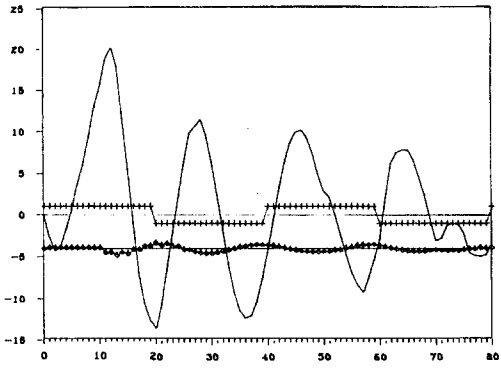
그림 2. 외란의 크기를 증가시켜 모델 오차를 크게 한 후 민감도에 관한 부등식의 측정을 위해 추정된 파우워 스펙트럼. 오른편의 실선이 데시벨(dB)의 차이로 나타낸 민감도 측정을 위한 곡선이다. 외란으로써 평균이 0이고 표준 편차를 (a) 0.01, (b) 0.05, (c) 0.1 그리고 (d) 0.5로 증가시킨 Gaussian 잡음을 가하였다. 왼편의 그림은 각각의 외란이 있는 상태에서의 STC에 의한 제어 상태를 나타내고 있다.



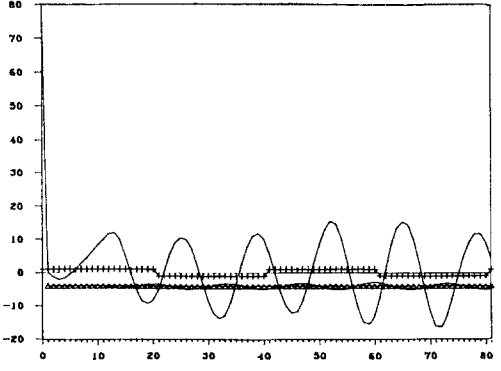
— output + ref. output ○ input



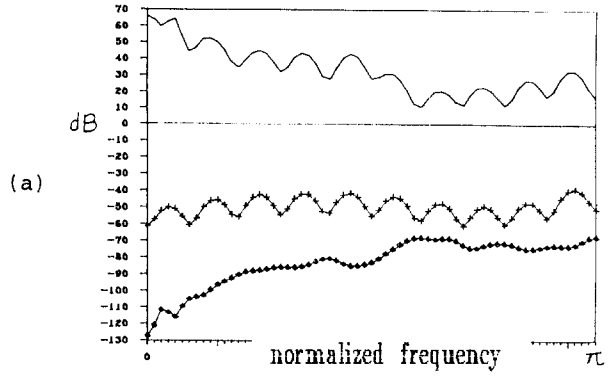
— output + ref. output ○ input



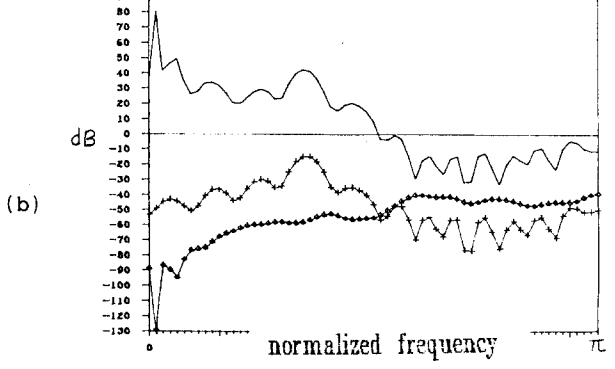
— output + ref. output ○ input



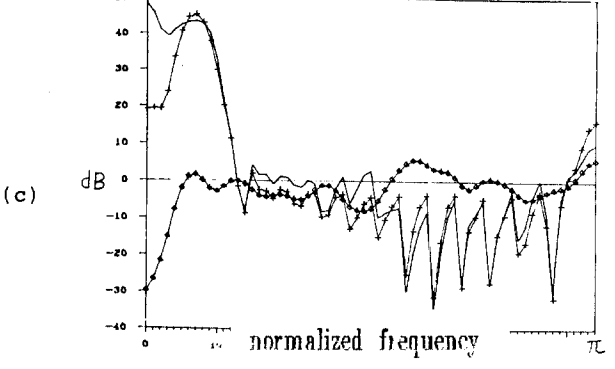
— output + ref. input ○ input



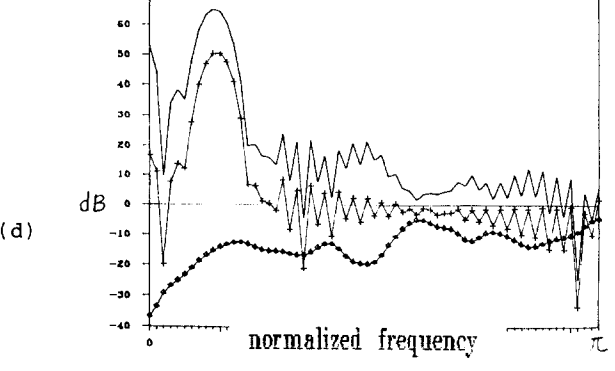
— $\log |H|/|H_r|$ + $\log |H_r|$ ○ $\log |H|$



— $\log |H|/|H_r|$ + $\log |H_r|$ ○ $\log |H|$



— $\log |H|/|H_r|$ + $\log |H_r|$ ○ $\log |H|$



— $\log |H|/|H_r|$ + $\log |H_r|$ ○ $\log |H|$

그림 2. 설명은 앞 페이지 참조

참 고 문 헌

- [AST80a] Astrom, K. J. : 'Robustness of a design method based on assignment of poles and zeros', IEEE trans. 1980.AC-25, No. 3, pp. 588-591
- [AST80b] _____ : 'A robust sampled regulator for stable systems with monotonic step response', Automatica, 1980, Vol. 16, pp. 313-315
- [TSl86] Tsiligiannis, C. and Svoronos, S. : 'Deterministic convergence of a Clarke-Gawthrop self-tuning controller', Automatica, 1986, Vol. 22, No. 2, pp. 193-197
- [CLY85] Clary, J. P. and Franklin, G.F. : 'A variable dimension self-tuning controller', American Control Conference, 1985, pp. 973-978
- [GAW82] Gawthrop, P. J. and Lim, K. W. : 'Robustness of self-tuning controllers', IEE PROC. 1982, Vol. 129, Pt. D, No. 1, pp. 21-29
- [IEEE] Programs for Digital Signal Processing, IEEE press
- [AST84] Astrom, K. J. and Wittenmark : Computer-Controlled Systems, 1984, Prentice-Hall, Inc.