

적응제어에 있어서의 robustness 개선을 위한 방법에 관한 연구

o 김홍필 민병태 양해원

한양대학교

A Study on Improvement of Robustness in Adaptive Control

o Hong Pil Kim Byung Tee Min Hai Won Yang

Hanyang University

ABSTRACT

When a  $\epsilon_1$ -modification is applied to a plant with unmodeled dynamics and bounded output disturbances, the output error seems to be relatively large. A  $\epsilon_1$ -modification with the same switching action as in the switching  $\sigma$ -modification is proposed to reduce the output error. The proposed adaptive control scheme is applied to a second-order plant and it can be asserted that the control objective is satisfied.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A_0 x + b_0 u + A_{12} \eta \\ \mu \dot{\eta} &= A_{22} \eta + \mu (A_1 x + A_2 u + A_3 \eta + A_4 \dot{u}) \end{aligned} \quad (2)$$

$$y = C_0' x + v_1$$

한편 기준모델은 다음과 같이 주어지는 것으로 한다.

$$\dot{x}_m = A_m x_m + b_m r; \quad u_m = C_m' x_m \quad (3)$$

여기서  $r(t)$ 는 기준 입력이다. 기준 모델의 전달함수는

$$\frac{y(s)}{r(s)} = W_m(s) = K_m \frac{1}{D_m(s)} \quad (4)$$

이며  $D_m(s)$ 는  $n^*(=n-m)$ 차의 monic안정한 다항식이다.

플랜트와 기준모델에 대하여 다음과 같이 가정한다.  
a)  $\{A_0, b_0, C_0\}$ 는 가제어, 가관측이며, 전달함수는 다음과 같이 주어진다.

$$W_0(s) = C_0'(sI - A_0)^{-1} b_0 = K_p N(s)/D(s) \quad (5)$$

여기서  $N(s)$ 는  $n-1$  차의 monic 안정한 다항식이고,  $D(s)$ 는  $n$  차의 monic 다항식이다.

- b)  $\text{Re } \lambda(A_{22}) < 0$
- c) 편의상  $K_p = K_m = 1$
- d)  $r(t)$ 와  $\dot{r}(t)$ 는 uniformly bounded 이다.

제어기의 구조는 다음과 같다.

$$\dot{w}_1 = F w_1 + q u, \quad \dot{w}_2 = F w_2 + q u \quad (6)$$

$$u = r + \theta' w \quad (7)$$

e)  $v$  과  $\theta$  에 대한 상한은 안다.

여기서  $w' = (w_1', w_2', u)$ ,

$$\theta'(t) = [\theta_1'(t), \theta_2'(t), \theta_3'(t)] \text{ 이다.}$$

또  $F$ 는 안정한 행렬이고  $\langle F, q \rangle$ 는 가제어쌍이다. 미지 매개변수  $\theta$ 를 조정하기 위한 적응칙은 기존의  $\epsilon_1$ -modification [8]에 절환동작을 추가시킨 다음과 같은 적응칙을 사용한다.

$$\dot{\theta} = -\Gamma \frac{\epsilon_1 \dot{\epsilon}}{m^2} - \Gamma_1 |\epsilon_1| \left( \frac{\lambda_0}{m} + \frac{w_0}{m^2} \right) \theta$$

1. 서론

제어하고자 하는 플랜트에 외란이 가해지는 경우 혹은 unmodeled dynamics가 존재하는 경우에는 소위  $\epsilon_1$ -modification [1] [2]을 이용하여 전체 적응 제어계통의 강인성을 개선시킬 수 있는 것으로 알려져 있다. 그러나 singular perturbation 형태로 기술된 간단한 2차 플랜트에 외란이 존재하는 경우,  $\epsilon_1$ -modification 기법을 적용하여 simulation 해본 결과, 플랜트의 출력과 기준 모델간의 정상상태 오차가 상당히 큰 것을 관찰할 수 있었다.

본 연구에서는 이러한 정상상태 편차를 줄이기 위한 한가지 방법으로서  $\sigma$ -modification [3]에서 사용되는 것과 같은 적응칙의 절환장치(switching action) [4]를  $\epsilon_1$ -modification에 도입하여 보았다.

2. 플랜트 및 적응 제어계의 구조

다음과 같은 단일 입출력 계통을 생각하기로 한다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A_{11} x + A_{12} z + b_1 u \\ \mu \dot{z} &= A_{21} x + A_{22} z + b_2 u \\ u &= C_0' x + v_1 \end{aligned} \quad (1)$$

여기서  $x$ 와  $z$ 는 각각  $n$ 차원,  $m$ 차원의 우세상태(dominant state), 기생상태(parasitic state)이다. 그리고  $v$ 와  $u$ 는 플랜트의 입력, 출력이다.  $v_1$ 은 외란이다.

기생부분에 대하여

$$\eta \dot{z} = z + A_{22}^{-1} (A_{21} x + b_2 u)$$

라고 정의하면 위의 플랜트는 다음과 같이 쓸 수 있으며 우세부분과 기생부분이 확실하게 구별된다.

$$\Gamma_1 = \begin{cases} 0 & \text{if } \|\theta\| < M_0 \\ \Gamma \left( \frac{\|\theta\|}{M_0} - 1 \right) & \text{if } M_0 \leq \|\theta\| \leq 2M_0 \\ \Gamma & \text{if } \|\theta\| > 2M_0 \end{cases} \quad (8)$$

여기서  $\Gamma = \Gamma' > 0$

$$\begin{aligned} \xi_1 &= u - u_m + \theta' \xi - v \\ \dot{\xi} &= W_m(\sigma) I_w \\ v &= W_m(\sigma) \theta_w \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \dot{m} &= -\delta_0 m + \delta_1 (|v| + |u| + 1) \\ m(0) &\geq \frac{\delta_1}{\delta_0} \end{aligned} \quad (10)$$

$M_0$ 는  $2\|\theta^*\|$ 에 대한 상한이며,  $w$ 는  $v_1$ 에 대한 상한이다. 그리고  $\lambda_v$ 는 적당한 양의 상수이다. 위의 적응적 switching  $\sigma$ -modification과 비교해 볼 때 일정한  $\sigma$ -인자 대신 시변 인자를 사용한다는 것이 다른 점을 알 수 있다. 따라서 전체 제어계통의 안정도는 참고문헌 [3]과 같은 방법으로 증명될 수 있을 것으로 사료된다.

#### 4. Simulation 결과 및 검토

기존의  $\xi_1$ -modification과 여기에서 제시한 집합동작을 추가한  $\xi_1$ -modification의 특성을 비교하기 위한 예제로서 다음과 같은 2차 플랜트 [4]를 선택하였다.

$$\begin{aligned} \text{기준모형: } \dot{y}_m &= -3y_m + r, \quad r = 3e^{i2t} \\ \text{플랜트: } \dot{x}_p &= 4x_p + 2z - u \\ \dot{z} &= -z + u, \quad u_p = x_p + v_1 \\ \text{제어입력: } u &= r - \theta(t)u_p \end{aligned}$$

여기서  $v = 1.0$  이고  $v_1$ 의 상한  $w$ 는 3.0이다.

$$\begin{aligned} \text{출력오차 } e_1 &= u_p - u_m \\ \text{적응칙 } \dot{\theta} &= -\Gamma \frac{e_1 u_p}{m^2} - \Gamma_1 \left( \frac{\lambda_0}{m} + \frac{w_0}{m^2} \right) |e_1| \theta \end{aligned}$$

$$\Gamma_1 = \begin{cases} 0 & \text{if } \|\theta\| < M_0 \\ \Gamma \left( \frac{\|\theta\|}{M_0} - 1 \right) & \text{if } M_0 \leq \|\theta\| \leq 2M_0 \\ \Gamma & \text{if } \|\theta\| > 2M_0 \end{cases}$$

여기서  $\lambda_0 = 0.012$ ,

$M_0(2\|\theta^*\|$ 에 대한 upper bound,  $\|\theta^*\| = 7) = 20$

$$\dot{m}(t) = -0.7m(t) + 0.1(|v| + |u| + 1)$$

전체 제어계통의 블록선도는 그림 1과 같다.

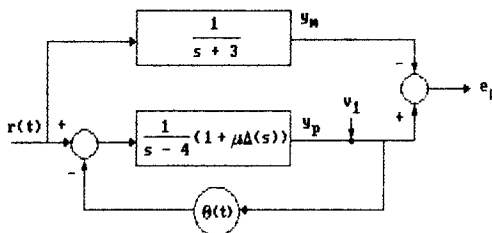


그림 1. 전체 제어계통의 블록선도  
Fig 1. Block diagram of the overall control system

그림 2는 플랜트에 unmodeled dynamic가 존재하고 또 외란이 가해지는 경우 집합동작이 없는 기존의  $\xi_1$ -modification을 사용했을 때의 출력오차,  $\theta$ ,  $m(t)$ 를 나타낸 것이다.

그림 3에서는 집합동작을 첨가한  $\xi_1$ -modification을 사용했을 경우의 출력오차,  $\theta$ ,  $m(t)$ 를 나타내었다.

이 두 그림들을 비교하여보면  $\xi_1$ -modification에 집합동작을 추가시켜 줌으로써 정상상태 편차를 줄일 수 있음을 알 수 있다.

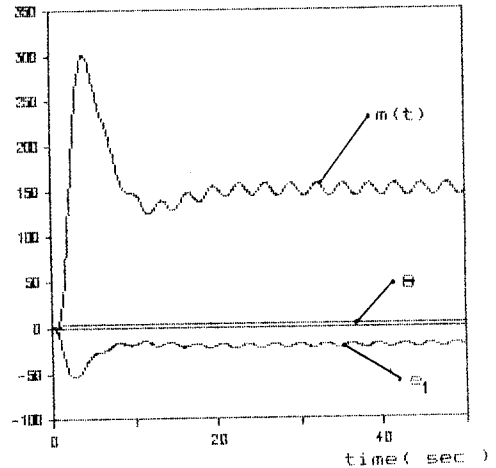


그림 2. 기존의  $\xi_1$ -modification을 사용할 경우  
Fig 2. When an existing  $\xi_1$ -modification without switching action is used.

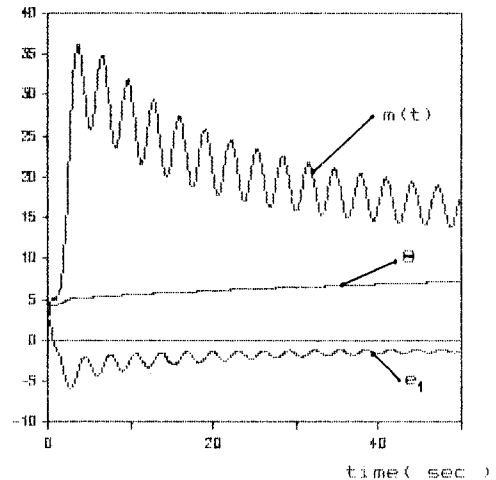


그림 3. 집합동작을 추가한  $\xi_1$ -modification을 사용할 경우  
Fig 3. When a  $\xi_1$ -modification with switching action is used.

## 5. 결 론

Singular perturbation 형태로 기술된 플랜트에 외란이 가해지는 경우 기존의  $\epsilon_1$  - modification 을 사용하면 출력오차의 정상상태 편차가 상당히 큰 것을 계산기 simulation을 통하여 관찰하였다.

이러한 정상상태 편차를 줄이기 위한 한 가지 방법으로 기존의  $\epsilon_1$  - modification 에 집합동작을 추가하여 보았고, 2차 플랜트에 적용하여 그 타당성을 확인하였다.

## 참 고 문 헌

- [1] K.S. Narendra and A. M. Annaswamy, "A New Adaptive Law for Robust Adaptation without Persistent Excitation", IEEE Trans. Auto. Contr., Vol. AC-32, No.2, pp. 134 - 145, 1987.
- [2] P. Ioannou and J. Sun, "A General Robust Adaptive Law for Tuning Controllers", Proceedings of 25th Conference on Decision and Control, Athens, Greece, Dec. 1986.
- [3] P. Ioannou and K. Tsakalis, "A Robust Direct Adaptive Controller", IEEE Trans. Auto. Contr., Vol. AC-31, No.11, pp. 1033 - 1043, 1986.
- [4] P. Ioannou and P. Kokotovic, "Robust Redesign of Adaptive Control", IEEE Trans. Auto. Contr., Vol. AC-29, No.3, pp 202 - 211, 1984.