

곡선 캠을 이용한 자동 이송장치의 기구 해석 및 Simulation 용 Graphics-Oriented CAD 개발. Part I: 캠과 이송장치의 운동해석

* 신 중 호, 노 장 수, 최 영 류 ** 최 영 진 *** 김 상 진
 * 한국기계연구소, 창원 ** 대전기계장, 대전 *** 대우정밀, 부산

Graphics-Oriented CAD Development of Kinematic Analysis And Simulation of An Automatic Feeding System By A Curvilinear inverse Cam. Part I: Motion Analysis of A Cam-Feeding System

Joong-ho Shin, Changsoo Rho, Younghyu Choi; Young-Jin Choi; Sang-Jin Kim
 KIMM, Changwon; ADD, Daejun; DaeWoo Prec., Busan

ABSTRACT

This paper is concerned on kinematic analysis and simulation of an automatic feeding mechanism subjected by the motion of a curvilinear inverse cam. The curvilinear cam is rotated by positioning a translating roller and the automatic feeding mechanism is moved to the sliding position by the motion of a cam pin fixed on the curvilinear cam. The curvilinear cam consists of two arcs of circles and two straight lines. The modular approach is used for the kinematic analysis of the feeding mechanism.

As the first part of the paper for the motion simulation of the cam-feeding system, this paper discusses the algorithm to simulate the motion of the cam-feeding mechanism. The second part of the paper presents the state-of-art for the graphics-oriented CAD technique.

1. 서론

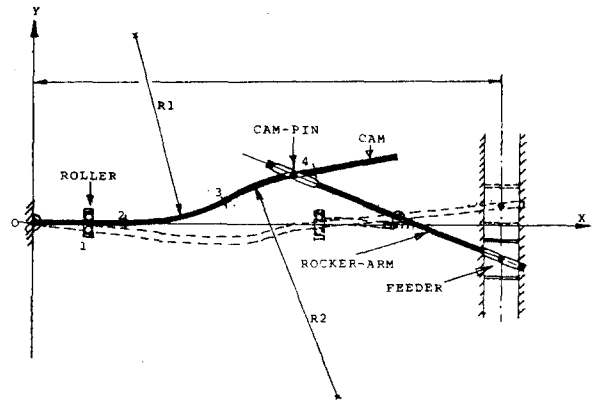
일반적으로 캠기구는 구동부인 캠과 종동부인 피동차(follower)로 이루어진 기계요소를 일컫는다. 캠 기구는 종동부에 매우 다양한 형태의 운동을 정확하고 손쉽게 발생시킬 수 있는 가장 간단한 종류의 기구이므로, 내연기관이나, 인쇄기, 공작기계, 가진기 및 자동 이송 장치류등에 널리 이용된다. 캠 기구를 이용하여 얻고자 하는 운동의 형태는 캠의 형상에 따라 결정되는데, 흔히 사용되는 캠의 형상으로는 원반형 캠(disk cams), 병진 캠(translation cams), 원통형 캠(cylindrical cams), 등이 있으며, 기능상 특수한 형태로서 역 캠(inverse cams)이 있다. 보통의 캠기구에서는 캠이 구동부 역할을 하지만, 역 캠에서는 캠이 종동부 기능을 갖게 된다. 캠 기구의 설계는 종동부의 변위선도(displacement diagram)를 정한 후에 구동부인 캠의 형상을 결정한다. 그러나 역 캠의 경우는 구동부의 변위선도에 따라 캠의 운동이 요구되는 설계조건을 만족하도록 설계해야 된다. 본 논문에서는 두개의 직선 및 두개의 원호로 된 안내면을 가진 곡선형 역 캠(curvilinear inverse cam)의 운동해석을 위한 방법을 제시하며, 자동 이송 장치의 기구해석도 수행한다.

2.1 자동 이송기구 모델

자동 이송기구의 모델은 Fig.1 에서 보는 바와 같이 로울러(roller), 캠, 로커아암(rocker-arm), 피이더(feeder)로 구성되어 있다. 해석에 사용된 좌표계는 그림에서와 같이 캠의 한쪽 끝 부분은 좌표계 원점에 힌지(hinged)되어 있고 캠 핀(cam-pin)은 캠에 완전히 고정되어 있다. 로커 아암의 양단에는 홈이 있어서 각각 캠 핀 및 피이더에 연결된다. 로커 아암 양단의 홈과 캠 핀 및 피이더는 각각 미끄럼 접촉을 한다. 피이더는 로커 아암의 운동에 따라 그림의 Y축 방향으로 안내면을 따라서 미끄럼 운동을 한다. 로울러는 X축 방향으로 왕복 운동을 하며 Y축 방향으로는 움직이지 않는다.

2.2 캠의 운동 해석

Fig.1에서 보는 바와 같이 캠은 원점 0에서 절점 2까지 부분과 절점 4 이후 부분은 직선으로 되어 있고, 절점 2에서 4까지는 2개의 원호로 되어 있다. 본 해석에서는 이러한 기하학적 특성에 따라, 캠을 직선 형상의 경우와 원호 형상의 경우로 구분하여 각각의 운동을 해석한 후, 이들을 종합하여 전체 캠의 운동을 구한다.



— SHAPE AT INITIAL ROLLER POSITION
 - - - SHAPE AFTER ROLLER DISPLACED

Fig. 1 Geometric Model of cam-feeding system

2. 해석적 방법

해석적 방법에서는 캠을 직선부와 곡선부로 분할하여 각각의 운동을 종합하여 전체 캠의 운동을 구한다. 캠의 운동이 구해지면 이를 이용하여 이송기구의 운동을 해석한다.

1) 직선 캠의 운동

Fig. 2와 같이 토울러가 직선 캠과 접촉하면서 X축 선상을 따라 움직일 때, 직선 캠의 각변위 θ 는 원점에서 토울러가 움직인 거리 L만큼 떨어진 캠상의 위치까지 X축이 θ 만큼 역회전하는 것과 동일하다. 즉 토울러가 X축을 따라 움직일 때, 직선 캠의 운동은 Fig. 2의 L과 θ 로써 표시할 수 있다. 임의의 직선 캠의 식은 x, y의 함수로 다음과 같이 표시 된다.

$$f(x, y) = ax + by + c = 0 \quad (1)$$

이 식을 L, θ 의 함수로 변환하면,

$$f(L, \theta) = aL\cos\theta + bL\sin\theta + c = 0 \quad (2)$$

(2)식에서 L은 토울러의 변위선도에서 주어지며, a, b, c는 상수 값이므로 직선캠의 각변위 θ 는 다음과 같다.

$$\theta = -2\tan^{-1} \left(\frac{-B + \sigma\sqrt{A^2 + B^2 - C^2}}{C - A} \right) \quad (3)$$

여기서 $A = a \cdot L$
 $B = b \cdot L$
 $C = c$
 $\sigma = \pm 1$

부호 σ 는 원점에서 거리 L인 위치가 직선 캠상에 2 곳 임을 나타내며, 앞뒤의 운동 관계에서 정확한 위치를 결정할 수 있다. (2) 식을 1차 및 2차 미분하면 캠의 각속도와 각가속도를 각각 구할 수 있다. 즉,

$$\dot{\theta} = \frac{c\dot{L}}{L^2(a \cdot \sin\theta - b \cdot \cos\theta)} \quad (4)$$

$$\ddot{\theta} = \frac{c\ddot{L} - cL\dot{\theta}^2}{L \cdot (a \cdot \sin\theta - b \cdot \cos\theta)} + \frac{2L\dot{\theta}}{L} \quad (5)$$

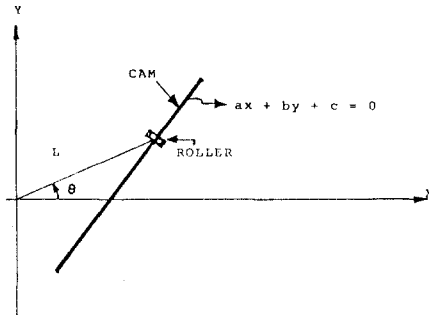


Fig. 2 Straight lined cam

2) 원형 캠의 운동

Fig. 3과 같은 원형 캠의 운동도 직선 캠의 경우와 유사한 방법으로 구할 수 있다. 원의 일반식은 다음과 같다.

$$g(X, Y) = (X-U)^2 + (Y-V)^2 - R^2 = 0 \quad (6)$$

(6)식을 L, θ 의 함수로 변환하면,

$$g(L, \theta) = 2LU \cdot \cos\theta + 2LV \cdot \sin\theta + R^2 - L^2 - U^2 - V^2 = D \cdot \cos\theta + E \cdot \sin\theta + F = 0 \quad (7)$$

여기서 $D = 2LU$
 $E = 2LV$
 $F = R^2 - L^2 - U^2 - V^2$

(7)식으로부터 원형 캠의 각변위, θ 는,

$$\theta = -2 \cdot \tan^{-1} \left(\frac{-E + \sigma\sqrt{D^2 + E^2 - F^2}}{F - D} \right) \quad (8)$$

여기서 $\sigma = \pm 1$

각속도와 각가속도 $\dot{\theta}, \ddot{\theta}$ 는;

$$\dot{\theta} = \frac{\dot{L}(L - V\sin\theta - U\cos\theta)}{L(U\sin\theta - V\cos\theta)} \quad (9)$$

$$\ddot{\theta} = \frac{\ddot{L}(L - U\cos\theta - V\sin\theta) + 2L\dot{\theta}(U\sin\theta - V\cos\theta) + L\dot{\theta}^2(U\cos\theta + V\sin\theta) + \dot{L}^2}{L \cdot (U\sin\theta - V\cos\theta)} \quad (10)$$

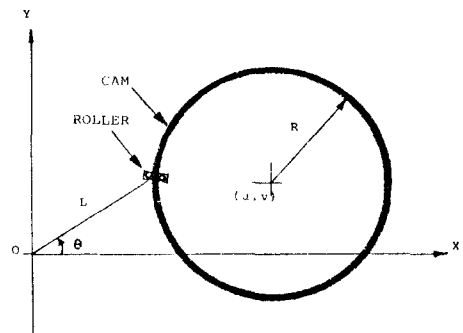


Fig. 3 Circular cam

2.3 캠 편 의 운동

Fig. 4에서 보는 바와 같이 원점에서 캠 편까지의 거리 L1은 일정하고, 캠의 운동 해석에서 $\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}$ 는 구하였으므로 캠 편 의 변위를 구할 수 있으며, 이를 미분하여 캠편의 속도와 가속도를 구한다.

캠 편 의 X축 및 Y축 상의 변위는 ;

$$\begin{aligned} P_x &= L1 \cdot \cos\theta \\ P_y &= L1 \cdot \sin\theta \end{aligned} \quad (11)$$

캠 편 의 속도는 ;

$$\begin{aligned} \dot{P}_x &= -L1 \cdot \dot{\theta} \sin\theta \\ \dot{P}_y &= L1 \cdot \dot{\theta} \cos\theta \end{aligned} \quad (12)$$

캠 편 의 가속도는 ;

$$\begin{aligned} \ddot{P}_x &= -L1 \cdot \ddot{\theta} \cos\theta - L1 \cdot \dot{\theta}^2 \sin\theta \\ \ddot{P}_y &= -L1 \cdot \ddot{\theta} \sin\theta + L1 \cdot \dot{\theta}^2 \cos\theta \end{aligned} \quad (13)$$

2.4 토키 아암의 운동

토키 아암의 운동은 캠 및 캠 핀의 운동 으로부터 구할수 있다. 토키 아암의 운동은 힌지된 곳을 중심으로 대칭성이 있으므로, Fig. 5와 같이 모델링한다. 캠핀은 캠과 토키 아암의 교점이므로

$$\begin{aligned} P_x &= L_1 \cdot \cos\theta = X_c + L_2 \cdot \cos\phi \\ P_y &= L_1 \cdot \sin\theta = Y_c + L_2 \cdot \sin\phi \end{aligned} \quad (14)$$

(14)식으로 부터 토키 아암의 회전 각 변위 ϕ 는 ;

$$\phi = \tan^{-1} \{ (P_y - Y_c) / (P_x - X_c) \} \quad (15)$$

벡터 합을 이용하면 L_2 는 ;

$$L_2 = \sqrt{(P_y - Y_c)^2 + (P_x - X_c)^2} \quad (16)$$

(14)식을 1차 및 2차 미분하여 정리하면, 토키 아암의 회전 각속도 및 각 가속도와, 길이 변화 \dot{L}_2 , \ddot{L}_2 를 구할수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{\phi} &= L_1 \cdot \dot{\theta} \cdot \cos(\phi - \theta) / L_2 \\ \dot{L}_2 &= L_1 \cdot \dot{\theta} \cdot \sin(\phi - \theta) \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \ddot{\phi} &= (L_1 \ddot{\theta} \cdot \cos(\phi - \theta) + L_1 \dot{\theta}^2 \cdot \sin(\phi - \theta) - 2\dot{L}_2 \dot{\phi}) / L_2 \\ \ddot{L}_2 &= -L_1 \ddot{\theta} \cdot \cos(\phi - \theta) + L_1 \dot{\theta}^2 \cdot \sin(\phi - \theta) + L_2 \dot{\phi}^2 \end{aligned} \quad (18)$$

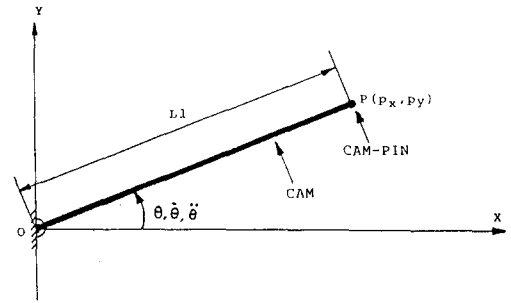


Fig. 4 Cam-pin on the cam

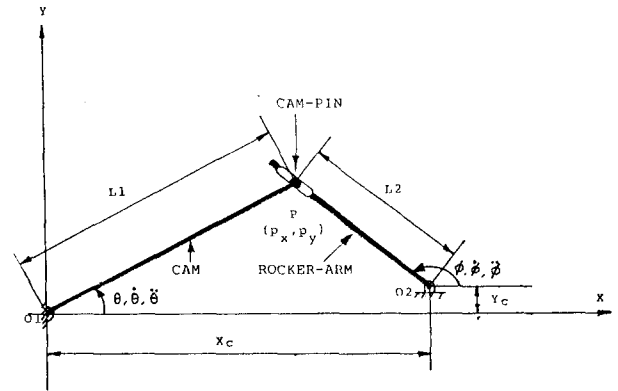


Fig. 5 cam and rocker-arm

2.5 피이터의 운동

피이터의 운동은 토키 아암의 운동을 이용하여 구할 수 있다. Fig. 6에서 피이터의 위치 Q_x , Q_y 는 다음과 같이 표시된다.

$$Q_x = X_c + L_x \quad (19)$$

$$Q_y = Y_c + L_x \cdot \tan \phi$$

(19)식으로부터 피이터의 속도 및 가속도는

$$\begin{aligned} \dot{Q}_x &= 0 \\ \dot{Q}_y &= L_x \cdot \dot{\phi} / \cos \phi \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \ddot{Q}_x &= 0 \\ \ddot{Q}_y &= L_x \cdot (\ddot{\phi} + \dot{\phi}^2 \cdot \tan \phi) / \cos \phi \end{aligned} \quad (21)$$

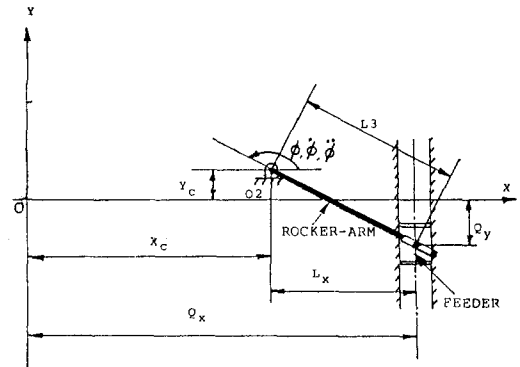


Fig. 6 Rocker-arm and feeder

2.6 로울러의 운동선도

캠 기구 운동해석의 입력 데이터인 로울러의 운동선도는 Fig. 7과 같이 가정하였다. 로울러는 최초 원점에서 1.5 인치(inch) 떨어진 위치에서 출발하여, 0.158 초동안 1000 in/sec²으로 가속되면서, 13.982인치 지점까지 전진한다. 이때 순간적인 반발력 이 작용하여 로울러는 최초 위치까지 후진 한다. 후진시의 가속도는 2436.4 in/sec²이며, 초기 위치까지 후진하는데 걸리는 시간은 0.1 초이다. 로울러는 0.258 초의 주기로 후퇴 전진을 반복한다.

3. 근사해법

근사해법에서는 Fig. 8과 같이 캠을 유한 개의 접점으로 분할하여 모델링하였다. 근사해법에 의한 캠의 운동해석 과정은 다음과 같다. 먼저 캠을 n 개의 접점으로 분할하는데, 각 접점간의 간격은 로울러 변위선도의 시간 축을 n-1 개의 단위 구간으로 분할한 것과 대응되도록 해야 한다. 캠상의 i번째 접점에서 원점까지의 거리를 Li라 하면, 로울러가 원점에서 원점까지의 거리를 따라 움직일때 캠은 theta만큼 회전하게 된다. Fig 8의 기하학적 관계로부터 캠의 각변위 theta는 다음과 같다.

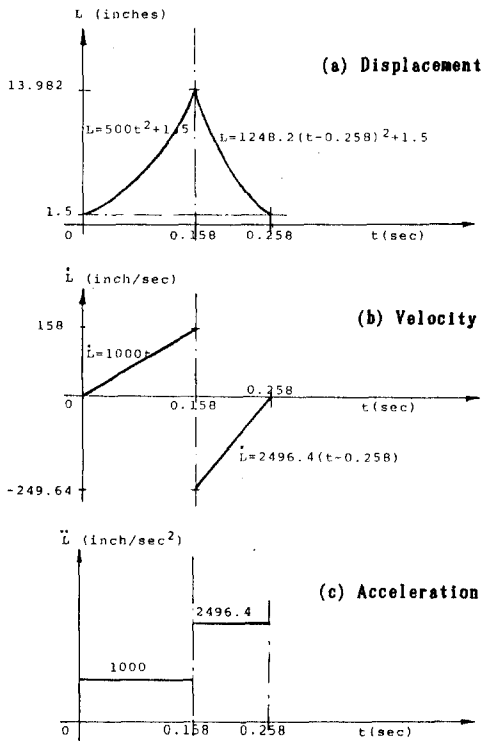


Fig. 7 Diagrams of roller motion

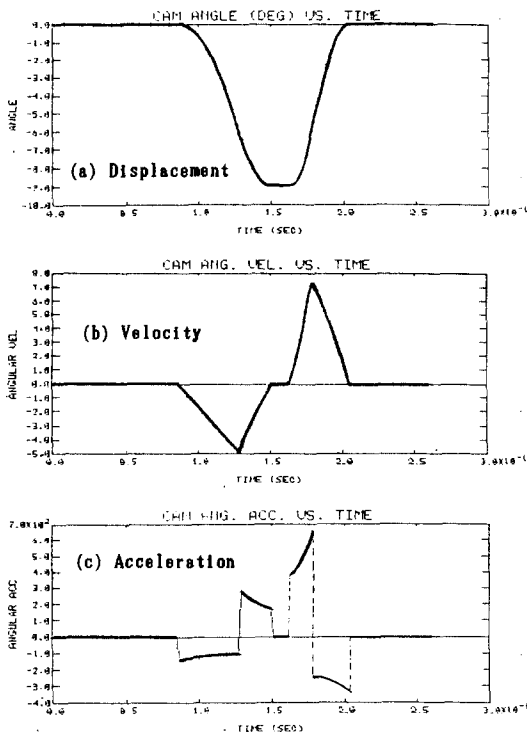


Fig. 9 Diagrams of cam motion

$$\theta_i = \tan^{-1} (X_i/Y_i) \quad , \quad i = 1 - n \quad (22)$$

캠의 각속도와 각가속도는 센트럴 디퍼런 스텝(central difference predictor)을 이용하여 다음과 같이 구한다.

$$\dot{\theta}_i = (\theta_{i+1} - \theta_{i-1})/2Dt \quad (23)$$

$$\ddot{\theta}_i = (\theta_{i+1} - 2\theta_i + \theta_{i-1})/Dt^2 \quad (24)$$

근사해법에서 해석의 정확성을 높이기 위해서는 분할 절점 수를 많이 할수록 좋다.

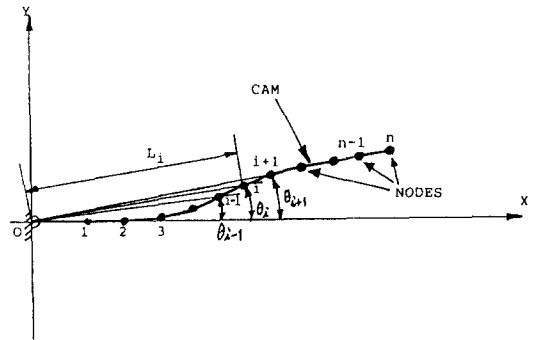


Fig. 8 Discrete cam model

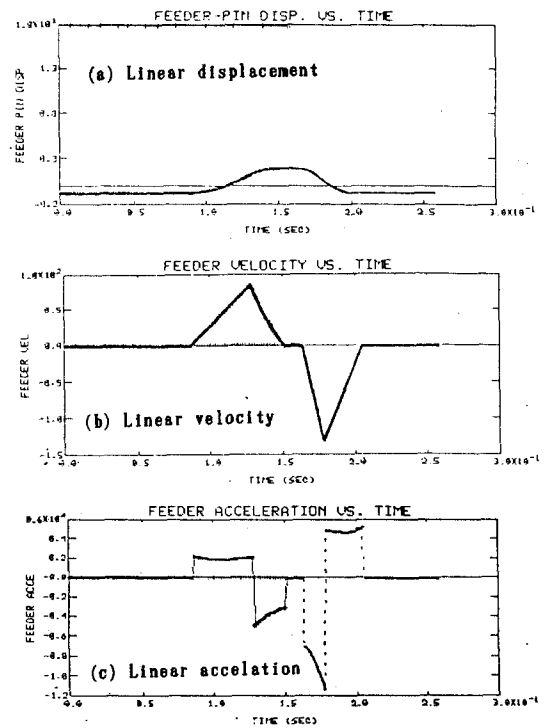


Fig. 10 Diagrams of feeder motion

4. 해석 결과

해석 결과로는 캠과 토커 아암의 각변위, 각속도, 각가속도와 캠핀 및 피이더의 변위, 속도, 가속도 등이 있다. 이들 해석 결과중 Fig.9와 Fig.10 에는 캠과 피이더의 운동 해석 결과를 나타낸다. Fig. 9 와 Fig.10 에 의하면 롤러 위치의 전 구간에서 캠은 0도에서 -9 도로 회전하며 롤러의 속도와 가속도에 의해 각 위치에서 캠의 회전 각속도와 각가속도에 변화가 발생한다. 이는 피이더의 Y 방향에서의 변위, 속도 및 가속도에도 상응하는 변화가 발생됨을 보여주며, 롤러의 최초 위치에서 피이더는 -0.656(inches)에 위치하며, 롤러의 최대 이동 거리에서 피이더는 2.042(inches) 까지 이동함을 보여 준다.

5. 결 론

본 논문에서는 곡선 역 캠 (curvilinear inverse cam) 을 이용한 자동 이송 기구의 운동 해석에 관하여 연구하였으며, 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 1) 직선 형상의 역 캠과 원형 역 캠의 운동을, 직선과 원의 일반식을 이용하여 해석하였으며, 두 경우의 해석방법을 결합하여, 임의 형상의 역 캠 운동을 규명할 수 있는 해석적 방법을 제시하였다.
- 2) 임의 형상의 역 캠을 유한개의 접점으로 분할하고, 센트럴 디퍼런스법 (central difference predictor) 을 사용하여 캠 운동을 규명하는 근사해법도 제시하였다.
- 3) 곡선 역 캠의 회전운동을 직선운동으로 변환시키는 자동 이송 기구의 운동을 규명하는 해석방법을 제시하였다.
- 4) 본 연구에서 제시한 곡선 역 캠의 운동을 규명하기 위한 해석적 방법은 간단한 수식으로 캠의 형상과 운동을 표현하므로, 캠 기구의 설계를 위한 컴퓨터 시뮬레이션 (computer simulation)이나 반복 해석등에 매우 효과적으로 활용될 수 있다.