

비선형 디지털 시뮬레이션에 의한 유압서보 시스템 해석

이상열 문의준  
대전기계창

Nonlinear Digital Simulation for the  
Analysis of a Hydraulic Servo System

Lee, Sang-Yeal Moon, Ui-joon  
( A D D )

Abstract

In this study, digital simulation with nonlinear modeling is carried out to analyse the performance of a hydraulic servomotor system developed for the position control of a large inertia. Nonlinear element, such as nonlinear pressure flow relationships of servo valve, valve spool limits, nonlinear friction, and backlash and resilience of gear system are included in the simulation along with the dynamic characteristics of variable delivery pump compensation mechanism. Simulation results are compared with experimental results for both step and sinusoidal inputs.

Independent of input magnitude, both results are in good agreement with minor differences in detail.

1. 서론

유도탄 발사대, 포탑과 같은 군용 대형구조물의 구동장치는 표적의 갑작스런 출현시를 대비하여 요구되는 표적방향으로 빠른속도로 회전할수 있어야 하며 동시에 표적추적 모드에서 매우낮은 속도에서도 안정하게 구동되어야 한다. 따라서 이러한 대형 구조물 구동서보시스템은 높은 정적 정확도와 넓은 주파수 반응대역을 갖기위해 시스템 이득이 높아야 하므로 서보 폐회로 내의 조그마한 비선형 요소의 영향도 감지되어 시스템의 동특성에 나쁜 영향을 미친다.

따라서 구동장치의 제어기 설계에 앞서 비선형 요소들의 영향과 시스템의 동적거동을 정확하게 예측할수 있는 모델링 및 시뮬레이션이 중요한 역할을 한다.

특히 기존 시스템의 설계변경이나 유사시스템의 개발시 이러한 시뮬레이션 프로그램은 대단히 유용하게 사용된다.

유압서보 시스템의 선형 해석은 밸브 유량관계식등의 선형화를 통해서 이루어지며 [1][2] 선형해석은 그나름 대로 시스템거동해석 및 설계에 큰 도움이 되는 중요한 결과를 제공한다. Nikiforuk 등은 describing function을 사용하여 유압밸브의 비선형 특성을 선형화 함으로써 그 영향을 조사하였으나 [3] 일반적으로 선형해석으로 유압밸브의 비선형특성, 비선형마찰력, 기어백래시등의 영향을 종합적으로 해석하기는 어렵다.

유압시스템의 비선형 시뮬레이션도 여러사람의 연구대상이 되어왔으며 아날로그 컴퓨터와 [4] CSMP 와 같은 디지털 시뮬레이션 페키지가 자주 쓰였다 [5]. 최근에와서 Shearer 는 유압실린더 시스템의 비선형 시뮬레이션을 통해 Coulomb 형의 긴 마찰력이 시스템특성에 미치는 영향을 정성적으로 나마 정확히 예측할 수 있음을 보였다. [6]

본연구에서는 큰 질량부하의 위치제어를 위한 유압서보 모타 시스템의 동적거동을 예측하기위해 비선형 모델링 및 디지털 시뮬레이션이 행해졌다. 시뮬레이션에는 전체 시스템의 동적 및 정적거동에 주요한 영향을 미친다고 판단되는 요소 혹은 부분만을 포함하였다. 포함된 비선형요소들은 밸브의 압력유량특성, 비선형마찰력, 기어의 백래시 및 각 변수들의 한계치이며 기어와 동력전달장치의 탄성도 기어의 모델에 포함시켰다. 또한 많은 경우 서보밸브에의 공급유량은 일정 압력의 공급유량으로 가정되나 본연구에서는 가변유량펌프를 쓸 경우 특히 계단입력반응에서 펌프보상기구의 동적특성이 영향을 미친다고 판단되어 펌프의 압력보상기구의 모델이 포함되었다. 샘플링의 영향등 디지털제어기의 영향은 시스템 동특성에 비해 샘플링 주기가 충분히 빠르다고 보고 일정 이득값으로 처리하였다.

## 2. 시스템 소개

비선형 해석 및 실험의 대상장비는 큰 질량을 가진 대형 구조물의 방위와 구동 장치로써 그림 1과 같은 개략도로 나타낼 수 있다. 전체 시스템은 회전 각 위치 감지기에 의한 위치제어 펠회로를 이루며 IBM PC를 사용한 디지털 제어장치에 의해 제어된다. 유압동력장치는 접착형으로 2000 psi의 소요유량을 공급하며 유압펌프는 압력보상 가변유량 퍼스톤 펌프(Vickers AA-60459)가 쓰여졌다. 사용된 유압서보보드 라이브(MOOG-DON ZELLI, A084)는 유압서보밸브와 유압모타로 구성되며 유압모타에는 감쇄특성을 얻기 위한 가변 bypass밸브와 유압모타에서의 최고 압력을 제한하기 위한 crossport 밸브가 포함되어 있다. 기어는 3단기어로 이루어져 있으며 최종단인 내차가 링기어에 맞들려 선회하게 된다.

## 3. 비선형 해석 및 모델링

### ○ 펌프보상기구

펌프의 압력보상가변 유량기구는 한개의 전형적인 3-Way 밸브와 스프링으로 예압된 퍼스톤으로 구성되며 그 해석은 질량, 스프링, 탐핑부하를 가지는 유압실린더 시스템의 해석과 거의 동일하다. 간략화를 위해 펌프보상기구에 의한 압력과 유량관계식은 1차 미분방정식으로 표현될 수 있다.

$$\frac{dQ_S}{dt} = \frac{1}{\tau_p} (Q_{SO} - K_p P_S - Q_S) \quad (1)$$

위의식에서  $K_p$  = 펌프형상을 포함한 보상기구 이득

$\tau_p$  = 보상기구의 시정수

$C_p$  = 펌프내부누설 계수

### ○ 공급관

간 유압관을 흐르는 유체는 그 자체의 압축성과 관의 탄성, 유체질량, 그리고 관 표면에서의 마찰특성을 가지며 압력, 유량과 같은 변수가 시간의에 걸쳐(혹은 공간)의 함수가 된다. 따라서 유압관을 흐르는 유체의 기동은 capacitance, inertance 및 resistance를 포함하는 distributed 모델로 나타내어진다 (7). 본 시스템에서는 관의 길이가 짧기 때문에 마찰과 유체질량의 영향이 작다고 판단되어 계산시간을 줄이기 위해 capacitance만을 갖는 lumped 모델로 나타내었다.

$$\frac{dP_S}{dt} = \frac{1}{C_f} (Q_S - Q_V - C_p P_S) \quad (2)$$

윗식에서

$$Q_V = \text{Valve flow} = Q_1 + Q_3$$

### ○ 서보밸브

서보밸브 입력전류  $I_V$ 에 대한 스플의 동적거동은 1차 미분방정식으로 표시된다.

$$\frac{dV}{I_V} = \frac{KV}{\tau_V S + 1} \quad (3)$$

밸브의 underlap을 고려한 square-law 밸브의 압력유량 관계식은 다음과 같다.

$$A_{V1} = A_{V3} = \frac{W}{2} (U + X_V + |U + X_V|) \quad (4)$$

$$A_{V2} = A_{V4} = \frac{W}{2} (U - X_V + |U - X_V|) \quad (5)$$

$$Q_{1,3} = C_d A_{V1,3} \sqrt{2(P_S - P_{A,B})/\rho} \quad (6)$$

$$Q_{2,4} = C_d A_{V2,4} \sqrt{2(P_{A,B} - P_e)/\rho} \quad (7)$$

$$Q_A = Q_1 - Q_2 \quad (8)$$

$$Q_B = -(Q_3 - Q_4) \quad (9)$$

### ○ 유압모타 및 운동방정식

모타양단에서의 유량연속방정식은 모타의 chamber에서의 압력이 어디서나 똑같고 유체속도가 미소손실이 될 만큼 작다고 가정하면

$$Q_A - C_{im}(P_A - P_B) - C_{em}P_A = \frac{dV_A}{dt} + \frac{V_A}{\beta e} \frac{dP_A}{dt} \quad (10)$$

$$-Q_B + C_{im}(P_A - P_B) - C_{em}P_B = \frac{dV_B}{dt} + \frac{V_B}{\beta e} \frac{dP_B}{dt} \quad (11)$$

유압모타에 대해 토오크 평형방정식을 적용하면,

$$T_m = (P_A - P_B) D_m = J_m S^2 \Theta_m + B_m S \Theta_m + \frac{T_L}{n} \quad (12)$$

위에서

$$\frac{T_L}{n} = \text{모타축에서 본 부하토오크}$$

부하토오크  $T_L$ 은 Coulomb 마찰력  $T_{fL}$ 을 고려하면 다음과 같이 표현된다.

$$T_L = J_m S^2 \Theta_m + B_m S \Theta_m + T_{fL} \quad (13)$$

### ◦ 비선형 마찰력

비선형 마찰력  $T_f$  는 Coulomb 마찰력  $T_C$  와 Stiction  $T_s$  로 구별할 수 있으며 각각 아래와 같이 표현된다.

$$T_C = F_C \frac{\dot{\theta}}{|\dot{\theta}|} \quad (14)$$

$$T_s = \pm (F_s) \dot{\theta} = 0 \quad (15)$$

비선형 마찰력  $T_C$  와  $T_s$ 는 속도가 0부근일때 급격히 부호 및 크기가 바뀌므로 전산 시뮬레이션 시에 수치해석이 수렴하지 않을수가 있으므로 그 처리에 주의를 요한다 (8). 이를 고려한 한가지 간단한 알고리즘은 다음과 같다.

$$\ddot{\theta}_{LE} = -\frac{1}{J_{LE}} (T_L - T_f) \quad (16)$$

$$T_f = \begin{cases} T_L & \text{if } |T_L| < T_s \text{ and } \dot{\theta}_{LE} < \dot{\theta}_{LEMIN} \\ T_L & \text{if } |T_L| > T_s \text{ and } \dot{\theta}_{LE} < \dot{\theta}_{LEMIN} \\ T_C \frac{\dot{\theta}_{LE}}{|\dot{\theta}_{LE}|} & \text{if } \dot{\theta}_{LE} > \dot{\theta}_{LEMIN} \end{cases} \quad (17)$$

위의 식에서  $\dot{\theta}_{LEMIN}$  은 시뮬레이션을 위한 값으로 예를 들어  $|\dot{\theta}_{LE}|_{max} / 1000$  와 같이 작은 값으로 잡는다.

### ◦ 기어탄성 및 백래시

기어는 완벽한 동력장치일수 없으며 얼마간의 백래시와 탄성을 갖고 있다. 기어의 백래시양과 탄성계수를 각각  $H$  및  $k_g$  라고 하면 부하로인  $T_L$  은 다음과 같이 표시된다.

$$T_L = \begin{cases} k_g (\theta_{gl} - \frac{H}{2}) & \text{if } \theta_{gl} > \frac{H}{2} \\ k_g (\theta_{gl} + \frac{H}{2}) & \text{if } \theta_{gl} < -\frac{H}{2} \\ 0 & \text{if } -\frac{H}{2} < \theta_{gl} < \frac{H}{2} \end{cases} \quad (18)$$

윗식에서  $\theta_{gl}$  은 다음과 같이 정의된다.

$$\theta_{gl} = \theta_{m/n} - \theta_L \quad (19)$$

### ◦ 전체시스템 블록선도

앞에서 유도된 시스템 모델에서 마찰력, 백래시, 탄성부하의에 벨브와 펌프의 Saturation을 포함시키고 초기의 위치 피드백 loop을 구성하여 디지털 제어장치와 연결하면 전체 시스템의 블록선도는 그림 2와 같이 나타낼 수 있다.

### 4. 계수 산출

컴퓨터 시뮬레이션을 통해 시스템의 동적거동을 예측하기 위해서는 먼저 수학적 모델에 사용된 파라미터 값을 산출해야 한다. 서보밸브 및 유압모터에 대한 계수들은 대부분 제작회사에서 제공한 값을 사용하였으며 서보밸브 underlap, 모터의 외부누설계수, 유압펌프의 내부누설계수, 등 불가피한 경우는 대략치를 추정하였다.

그리고 시스템 동특성에 큰 영향을 미치고 정확한 추정이 힘드는 점성마찰력, Coulomb 마찰력을 다음과 같이 실험을 통하여 산출하였다.

서보밸브의 계단입력전압  $V_i$ , 부하압력  $P_L$  및 유압모터 속도  $\omega_m$  사이의 정상상태 관계식은 다음과 같이 유도된다.

$$P_L = \frac{1}{C_{tm}} \left( \frac{C_d W K_A K_V}{\sqrt{\rho}} \sqrt{P_B - \frac{X_V}{|X_V|} P_L} V_i - D_m \omega_m \right) \quad (20)$$

$$\omega_m = (D_m P_L - F_{ceq} \frac{\omega_m}{| \omega_m |}) / B_{eq} \quad (21)$$

윗식으로부터 점성마찰력과 Coulomb 마찰력의 평균치를 실험으로 산출하였으며 또 서보밸브의 계단입력전압에 대한 모터 속도관계로부터 시스템 이득을 확인하였다. 서보밸브의 계단입력전압에 대해 실험으로 측정한 모터 속도는 주어진 계수값들로부터 산출한 모터 속도의  $\pm 5\%$  범위내에 들었다. 시뮬레이션을 위해 산출된 계수들의 값은 표 1과 같다.

### 5. 실험결과와의 비교

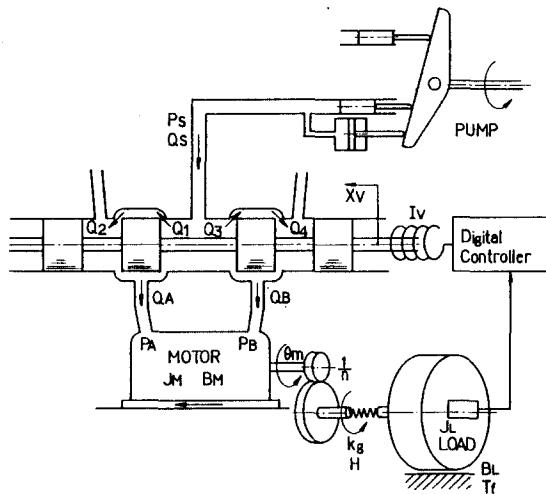
#### ◦ 시뮬레이션 프로그램

시뮬레이션 프로그램은 FORTRAN 프로그램으로 1차의 상태방정식들을 가변 시간동분 적분 알고리즘인 IMSL의 DVERK 스트루틴을 사용하였다. 그래픽 출력을 쉽게 보기위하여 각 변수들은 예상되는 최대치로 정규화 하기 되어 있다.

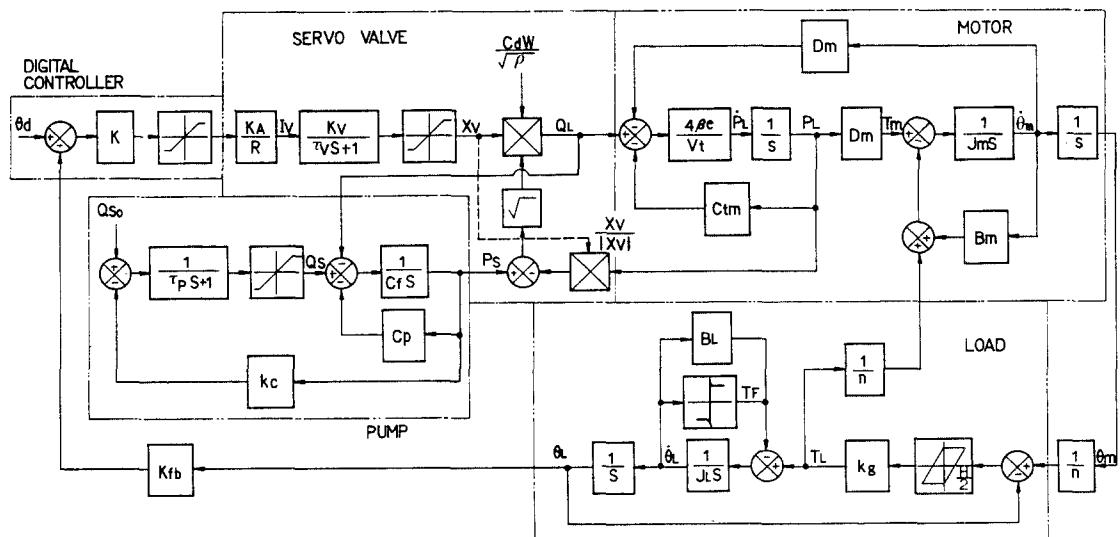
#### ◦ 실험

실험은 계단입력과 정현파 입력명령에 대해 행하였으며 각 변수들의 측정치는 Strip - Chart recoder (HP 7404A)로 기록하였다. 부하 압력  $P_L$ 은 차동 압력 트랜스 드서로 두 실린더 포트의 압력차를 측정하였으며 부하의 각속도는 모터축에 연결된 박로미터를 이용하여 측정하였다. 디지털 제어기는 비례제어기만을 사용하였으며 이득은 3으로 일정하게 주었다. 동력손실을 줄이기 위하여 bypass 벨브는 완전히 잠갔다.

( 표 1 ) 시스템 계수 값



계수	값	단위
$B_{eq}$	0.14	lb-in-sec
$B_m$	0.12	lb-in-sec
$B_L$	2000.	lb-in-sec
$C_d$	0.61	-
$C_{em}$	0.00002	cis/psi
$C_f$	0.000033	in <sup>3</sup> /psi
$C_{im}$	0.0002	cis/ps <sup>4</sup>
$C_p$	0.001	cis/psi
$C_{tm}$	0.00021	cis/psi
$D_m$	0.17	in <sup>3</sup> /rad
$F_c$	3000.	lb-in
$F_s$	6000.	lb-in
$H$	0.5	degree
$i_r$	8.0	ma
$J_m$	0.0179	lb-in-sec <sup>2</sup>
$J_L$	8765	lb-in-sec <sup>2</sup>
$K$	3.0	-
$K_A$	0.5	ma/volt
$k_c$	0.077	cis/psi
$k_{fb}$	1.	-
$k_v$	0.00168	in/ma
$n$	100.8	-
$Q_r$	57.75	cis
$Q_{so}$	38.5	cis
$U$	0.0003	in
$\tau_p$	0.1	sec
$\tau_v$	0.0063	sec
$V_t$	3.28	in <sup>3</sup>
$W$	0.881	in
$X_{vr}$	0.03	in
$\beta_e$	100000.	psi
$\rho$	$7.8 \times 10^{-6}$	lb-sec <sup>2</sup> /in <sup>4</sup>
$\mu$	$1.73 \times 10^{-6}$	lb-sec/in <sup>2</sup>



### ◦ 정현파 입력반응

정현파 반응은 시스템의 주파수 반응 특성의 예비선형 마찰력, 기어의 백래시 등의 비선형 특성을 잘 보여준다. 비선형 요소의 영향을 보기 위해 비교적 낮은 주파수의 정현파 입력을 사용하였다. 그림 3 및 그림 4는 입력주파수  $0.1 \text{ Hz}$ 에서  $10^\circ$  및  $30^\circ$  크기의 정현파 입력에 대한 시뮬레이션 결과와 실험결과를 보여주고 있다. 작은 입력크기에서 기어 백래시와 Coulomb 마찰력의 영향이 두드러지며 시뮬레이션 결과도 모atak속도값의 ripple 현상을 제외하고는 이 효과들을 경성적으로 나마 정확히 보여준다. 모atak속도의 ripple은 탄성부하에 의한 영향도 있었으나 시뮬레이션에서는 제외된 타코미타 측의 탄성의 영향도 큰 것으로 판단된다.

### ◦ 계단 입력반응

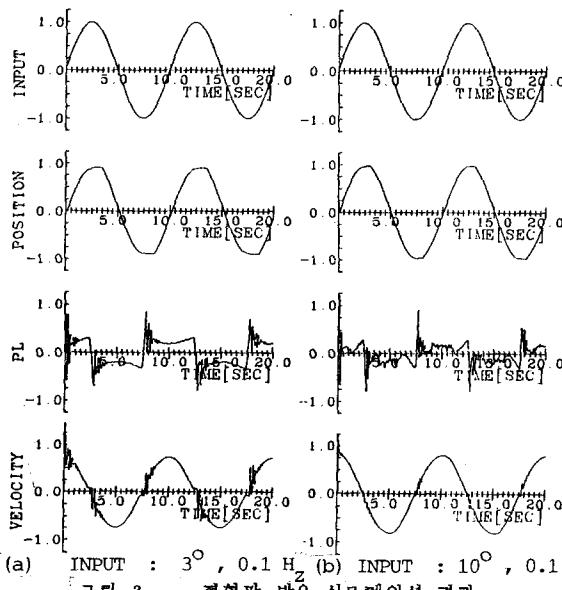
입력크기  $10^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $90^\circ$  및  $150^\circ$ 의 계단입력에 대한 시뮬레이션 결과와 실험결과를 각각 그림 5와 6에 나타내었다.

그림은 포가의 위치, 밸브의 스플변위, 부하압력 및 모atak속도값을 보여 주며 실험에서는 밸브 스플변위를 측정할수가 없어 디지털 제어기의 D/A 출력을 측정하였다.

그림 5 및 6에서 보면 두 결과는 내부상태변수들의 과도상태값에 약간의 차이가 있을뿐 입력의 크기에 관계없이 잘 일치함을 알 수 있다.

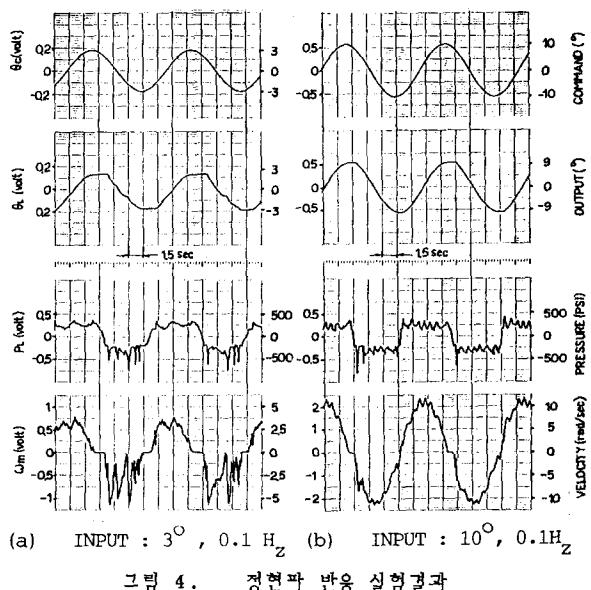
## 6. 결론

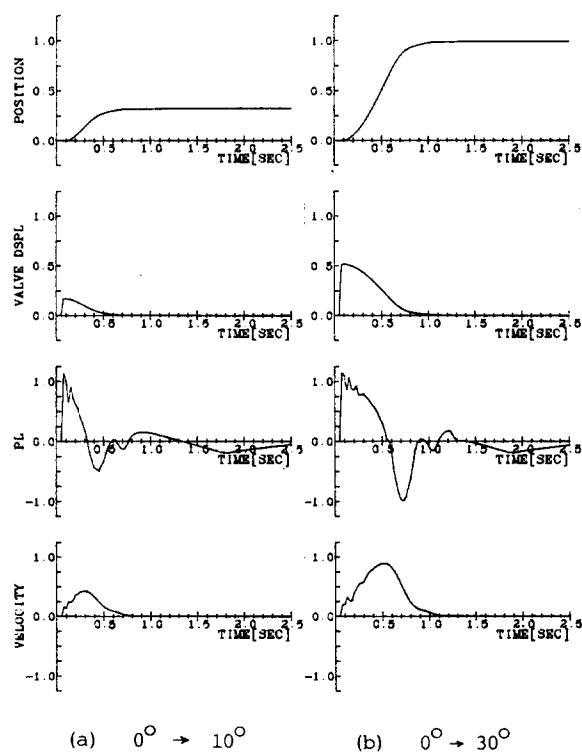
비선형 시뮬레이션 결과는 실험결과와 견체적으로 잘 일치하며 특히 압력차 값이나 속도동과 같은 시스템 변수 역시 잘 일치 한다. 특히 밸브 스플변위의 한계치처럼 큰 입력에서 견체적인 동특성에 영향을 미치는 요소들뿐만 아니라 저속 혹은 작은 입력에서 그 영향이 두드러지는 Coulomb 마찰의 영향, 기어백래시의 영향등이 세부적으로 뚜렷이 예측되어 사용된 모델등의 타당성을 보여준다.



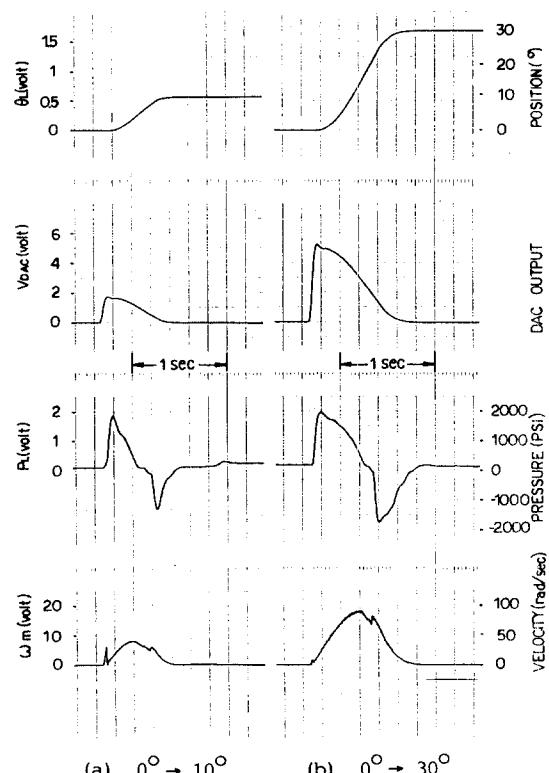
## - 참 고 문 헌 -

- (1) J.F. Blackburn, G. Reethof and J.L. Shearer, *Fluid Power Control*, MIT Press, 1960
- (2) H.E. Merritt, *Hydraulic Control System*, Wiley, 1967.
- (3) P.N. Nikiforuk, "The Large Singal Response of a Loaded High-Pressure Hydraulic Servomechanism", *Proc. Instn Mech Engrs*, Vol.180, Pt I, No32, P757, 1965-1966
- (4) Colin G. Foster and Robert J. Hooker, "Simulation Based Design of Hydraulic Servo - Controlled Apparatus for Damping Measurement," *Simulation*, Dec. 1983.
- (5) H.E. Harshburger, "The Use of Digital Simulation for the Nonlinear Analysis of an Integrated Actuator Package," 1970 summer Computer Simulation Conf., P393
- (6) J.L. Shearer, "Digital Simulation of a Coulomb - Damped Hydraulic Servosystem," *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol.105, Dec. 1983
- (7) Y.Takahashi, M.J.Rabins and D.M. Auslander, *Control and Dynamic Systems*, Addison Wesley, 1970.
- (8) J.E.Bernard, "The Simulation of Coulomb Friction in Mechanical System," *Simulation*, P11, Jan. 1980.

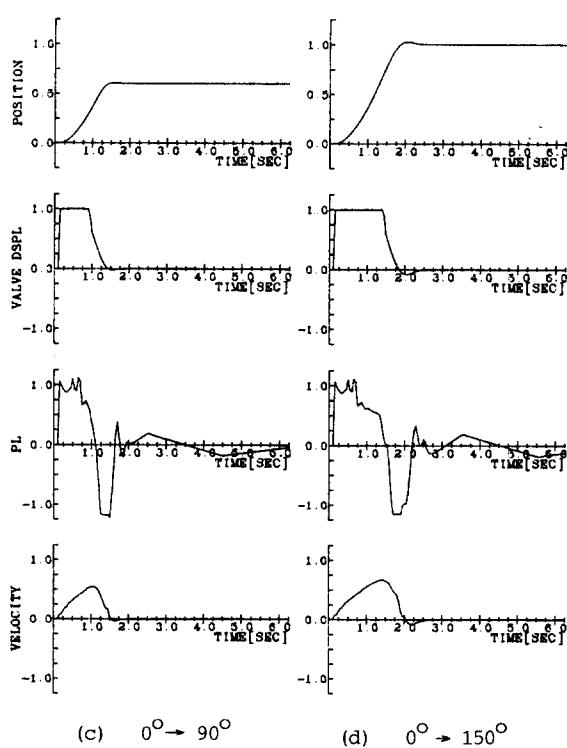




(a)  $0^\circ \rightarrow 10^\circ$       (b)  $0^\circ \rightarrow 30^\circ$

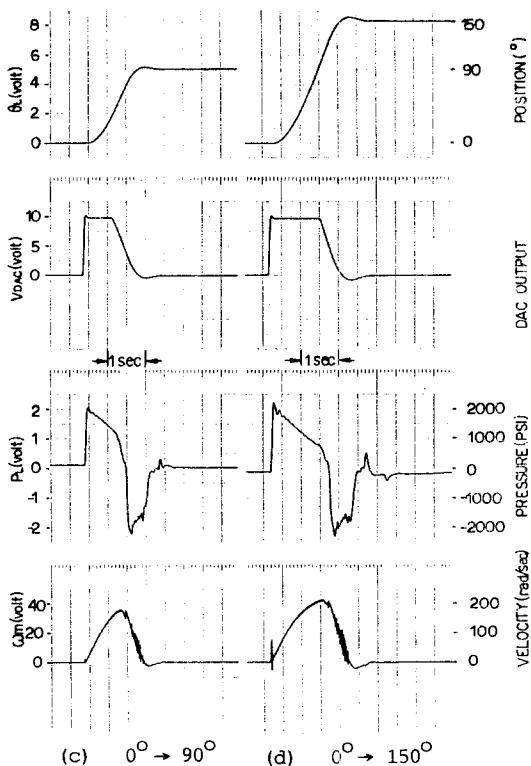


(a)  $0^\circ \rightarrow 10^\circ$       (b)  $0^\circ \rightarrow 30^\circ$



(c)  $0^\circ \rightarrow 90^\circ$       (d)  $0^\circ \rightarrow 150^\circ$

그림 5. 계단반응 시뮬레이션 결과



(c)  $0^\circ \rightarrow 90^\circ$       (d)  $0^\circ \rightarrow 150^\circ$

그림 6. 계단반응 실험 결과