

미사일 자동 조종 제어 법칙의 형태합성

• 박 노웅 배춘경 김원규 박종국
경희대학교 전차공학과

Modal synthesis of Missile autopilot control law

• No-Woong Park, Jun-Kyung Bae, Won-Kyu Kim, Chong-Kuk Park
Kyung Hee University

ABSTRACT

The purpose of this paper is to present an efficient and practical method for a Missile autopilot design problem.

The method emphasizes on the use of a modern design technique to classical flight control specifications and the trade-off between dynamic performance and robustness of the Missile autopilot control system.

I. 서론

고전적인 설계기술을 미사일 자동조종 설계에 직접 적용하는 것은 기체역학적 cross-coupling의 존재때문에 적당하지 않다.

본 논문의 목적은 미사일 자동 조종 설계 문제에 적용할 수 있는 방법을 표현하는 것이다. 본 논문에서는 고유치 / 고유벡터를 사용한 직접제어 방법을 사용하기로 한다.

II. 본론

본 논문에서는 그림 1에 나타난 것과 같은 미사일의 동작모델을 생각해 보았다.

이 시스템은 2차계 actuator, 2차계 rate gyro 와 1차계 강체로 구성되어 있다.

notch 필터는 첫번째 왜곡모드에서의 낮은 진동(low damping)으로 인해 일어난 첨두시 응답을 줄여주기 위해서 포함되어 있다.

여기서, rate gyro 는 roll rate(roll 각속도)를 측정하는 감지기이다.

이 설계의 목적은 승려체환 고유치 / 고유벡터를 사용한 자동 조종 제어법칙을 만드는 것이다. 이 설계는 아래와 같은 기대조건을 얻기 위한 것이다.

- (1) 제어시스템의 계단응답은 20 millisecond, 안정화 시간은 200 millisecond 이하를 갖는다.
- (2) 자동조종은 비례 가산 적분기 형태를 갖는다.

승려체환을 사용한 비행제어 시스템에서는 일정한 값의 케이스팅을 계산할 수 있다.

고유치 / 고유벡터의 결과를 얻기 위해서 간단하게 선형 시, 불변 시스템을 설정하기로 한다.

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad x(0) = x_0 \quad (1)$$

$$y = Cx \quad (2)$$

여기서, $x \in R^n$, $u \in R^m$, A, B, C 는 실수 상수 행렬이다. m 과 n 은 각각 B 와 C 의 full rank이다. B 행렬에서 구조적인 요구를 간단화 하기위해 식(1)과 (2)를 변환하면 다음과 같다.

$$\tilde{x} = \tilde{A}\tilde{x} + \tilde{B}u \quad (3)$$

$$y = \tilde{C}\tilde{x} \quad (4)$$

여기서 $\tilde{x} = T^{-1}x$, $\tilde{A} = T^{-1}AT$, $\tilde{B} = T^{-1}B$, $\tilde{C} = CT$ (5)

이고 T 는 nonsingular 형태이다.

여기서 $\tilde{B} = [\quad 0 \quad]$ 이다. (6)

(3), (4)에 관한 제어법칙은 $U = Fy$ 이다. (7)

위의 식들을 이용하면

$$\dot{\tilde{x}} = (\tilde{A} + \tilde{B}F)\tilde{x} \quad (8)$$

을 얻을 수 있다. 이 식에는 실수케이스를 행렬 F 가 존재한다. 그래서 식(8)을 고유치 / 고유벡터와 관련시키면

$$(\tilde{A} + \tilde{B}F)v_i = \lambda_i v_i \quad i=1, 2, \dots, n \quad (9)$$

가 되고 식 (9)을 다시 쓰면

$$(\lambda_{iI} - \tilde{A}) \tilde{V}_i = \tilde{F} \tilde{C} \tilde{V}_i \quad (10)$$

가 된다. 식(10)을 B의 형태로 분할하면

$$\begin{bmatrix} \lambda_{iIm} - \tilde{A}_{11} & \tilde{A}_{12} \\ -\tilde{A}_{21} & \lambda_{iIn-m} - \tilde{A}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{Z}_i \\ \tilde{W}_i \end{bmatrix} = \tilde{F} \tilde{C} \begin{bmatrix} \tilde{Z}_i \\ \tilde{W}_i \end{bmatrix} \quad (11)$$

가 된다. 여기서,

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} \tilde{A}_{11} & \tilde{A}_{12} \\ \tilde{A}_{21} & \tilde{A}_{22} \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} m \\ n-m \end{matrix} \quad (12)$$

$$\tilde{V}_i = \begin{bmatrix} \tilde{Z}_i \\ \tilde{W}_i \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} m \\ n-m \end{matrix} \quad (13)$$

식(11)의 첫번째 행을 고려하면 다음의 식을 얻는다.

$$[\lambda_{iIm} - \tilde{A}_{11} \quad -\tilde{A}_{12}] \begin{bmatrix} \tilde{Z}_i \\ \tilde{W}_i \end{bmatrix} = \tilde{F} \tilde{C} \begin{bmatrix} \tilde{Z}_i \\ \tilde{W}_i \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$(\tilde{A}_1 + \tilde{F} \tilde{C}) \tilde{V}_i = \lambda_i \tilde{Z}_i \quad (15)$$

여기서 A_1 은 $m \times n$ 행렬이다.

$$\tilde{A}_1 = [\tilde{A}_{11} \quad \tilde{A}_{12}] \quad (16)$$

식(15)를 r개의 고유치와 고유벡터로

표시하면 $(\tilde{A}_1 + \tilde{F} \tilde{C}) T^i (v_1, v_2, \dots, v_r)$

$$= [\lambda_1 z_1, \lambda_2 z_2, \dots, \lambda_r z_r] \quad (17)$$

와 같다. 여기서 $\tilde{z}_i, i=1, 2, \dots, r$ 은 각각

$T^i v_i$ 의 첫번째 m 성분이다. 식(17)에서

다음과 같은 방정식을 얻게된다.

$$(\tilde{A}_1 + \tilde{F} \tilde{C}) \tilde{v} = z \lambda \quad (18)$$

$\tilde{v} : T^i (v_1, v_2, \dots, v_r)$ 에 의해 얻어지는 $n \times r$ 행렬이다.

$\tilde{z}_i : [\lambda_1 z_1 \lambda_2 z_2 \dots \lambda_r z_r]$ 에 의해 얻어지는 $m \times r$ 행렬이다. 식(18)은 부터 F에 대한 해를 유도할 수 있다.

$$F = (\tilde{z}_i - \tilde{A}_1 \tilde{v}) (CV)^{-1} \quad (19)$$

여기서, $v_i = (\lambda_{iI} - A)^{-1} B_m, i=1, 2, \dots, r$ (20)

$$m_i = (L_i L_i^T)^{-1} L_i^T v_i, i=1, 2, \dots, r \quad (21)$$

$$L_i = (\lambda_{iI} - A)^{-1} B, i=1, 2, \dots, r \quad (22)$$

$$v_i^T = 원하는 폐부드 고유벡터, i=1, 2, \dots, r \quad (23)$$

미사일 자동 조종 설계문제에서 조절기 구조는 (그림 1) 궤환 목적에 대해 두개의 신호를 제공한다.

그림 1의 전달함수와 표 1의 파마메터값을 사용해서 그림 1에 나타난 미사일 동작 시스템을 10차의 상태공간으로 표현할 수 있다.

이 시스템은 다음과 같은 벡터 미. 방으로 나타낼 수 있다.

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad x(0) = xo \quad (24)$$

$$y = Cx \quad (25)$$

여기서 A, B, C 행렬은 다음과 같다.

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} 0.2500 & -2.948 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & -2.4500 & -1.0000 & 1.30 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \end{bmatrix} \quad (26)$$

$$B = [0.0 \ 1.0 \ 0.0 \ 10000 \ 0.0 \ 0.0 \ 0.0 \ 0.0 \ 0.0]^T \quad (27)$$

$$C = [0.0 \ 0.0 \ 0.0 \ 0.0 \ 0.0 \ 0.0 \ 0.0 \ 0.0 \ 0.0]^T \quad (28)$$

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_r \\ \dot{\theta}_r \\ \ddot{\theta}_r \\ \dot{\theta}_f \\ \ddot{\theta}_f \\ \dot{\theta}_m \\ \ddot{\theta}_m \\ \dot{\theta}_m \\ \ddot{\theta}_m \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{notch 필터 상태} \\ \vdots \\ \text{Fin의 편향} \\ \dot{\theta} \\ \text{강체 roll rate} \\ \text{유연체 roll rate} \\ \text{유연체 roll 가속도} \\ \text{측정된 미사일 roll rate} \\ \text{측정된 미사일 roll 가속도} \\ \text{측정된 미사일 bank각} \end{array} \quad (29)$$

미사일 자동조종 설계문제를 해결하기 위해서 다음과 같은 계단응답 요구조건을 따르는 두 개의 고유치를 선택하기로 한다.

$$\text{안정화 시간: } T_s = 4/\zeta \omega = 200 \text{ millisecond.} \quad (30)$$

$$\text{첨두시간: } T_p = \sqrt{1-\zeta^2} = 70 \text{ millisecond.} \quad (31)$$

ω : 자연 주파수, ζ : 진동률

식(30), (31)에서 ω, ζ 을 구할 수 있다. 첫식을 이용하면 roll mode 극점의 위치를 알 수 있다.

$$\lambda_{1,2} = -18.86 + j 44.4 \quad (32)$$

그러한 방법은 유연성 쇄국 모드로부터 roll 모우드를 분리하기 위한 것이다. 위와 같은 방법을 통해서 상수계환 행렬을 알아볼 수 있는 것이다.

$$F_1 = [0.0033 \ 0.0367] \quad (34)$$

여기서, 각 모우드에 대한 상태의 고유치가 다음과 같이 계산되어지는데 roll모우드에 대한 고유치를 살펴보면 식(32)와 같이 roll 모우드극점의 위치와 같음을 볼 수 있다.

$$\lambda_{1,2} = -2.948 + j 250 \quad \text{유연성 쇄국 모우드}$$

$$\lambda_{3,4} = -129.7 + j 210 \quad \text{notch 필터 모우드}$$

$$\lambda_{5,6} = -96.83 + j 190.2 \quad \text{gyro 모우드} \quad (35)$$

$$\lambda_{7,8} = -18.86 + j 44.4 \quad \text{강체 roll 모우드}$$

$$\lambda_9 = -75.87 \quad \text{actuator 모우드}$$

$$\lambda_{10} = -17.32$$

표 1 그림 1에 대한 매개변수값

name	정의	정의값
WRR	roll rate 대역폭	2 rad/s
Kg	Fin 의 효과	9000 1/s
WA	actuator 대역폭	100rad/s
SA	actuator 진동	0.65
WG	rate gyro 대역폭	200rad/s
SG	rate gyro 진동	0.5
w1	왜곡 모우드 주파수	250rad/s
S1	왜곡 모우드 진동	0.01
K	왜곡 모우드 이득	-0.0000129
WN	notch 필터 분자향 주파수	250rad/s
SN	notch 필터 분자향 진동	0.01
WD	notch 필터 분모향 주파수	250rad/s
SD	notch 필터 분모향 진동	0.5

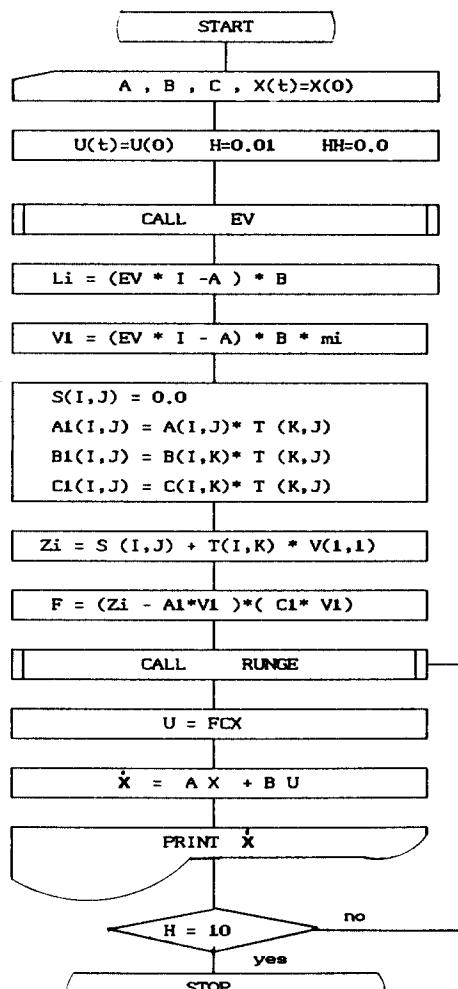
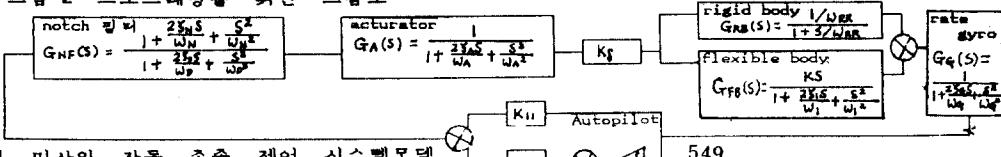


그림 2 프로그래밍을 위한 유틈도



III. 시뮬레이션 및 결과

지금까지 알아본 직접 제어 법칙은 고유치 고유벡터를 사용해서 구하려는 방법이었다.

이미한 방법은 미사일 자동조종 설계에 활용 되는데 종래의 고전적인 설계에서는 Cross-coupling의 작용때문에 오차가 많게 된다.

이미한 문제의 해결을 위해 상태공간의 도입을 통해서 고유치/ 고유벡터를 구함으로써 시도하였다.

본 연구에서는 위의 알고리즘 (그림 2)을 통해 컴퓨터 시뮬레이션하여 roll mode에 관한 여러 경우의 F 값을 가진 첨두시간과 안정화 시간을 알아보았다.

그 결과 상수 재판 행렬의 변화를 통해서 원하는 roll mode의 값을 구할 수 있음을 알 수 있었다.

REFERENCES

- [1] F.W.Nesline, B.H. WELLS and P. Zarchan, "Combined Optimal/Classical Approach to Robust Missile Autopilot Design," Journal of Guidance and Control, Vol.4, No.3, May-June 1981, pp.316-322.
- [2] B.C.Moore, "On the Flexibility Offered by State Feedback in Multivariable Systems Beyond Closed Loop Eigenvalue Assignment," IEEE Transactions on Automatic Control, October 1976, pp.689-692.
- [3] C.A.Harvey and G.Stein, "Quadratic Weights for Asymptotic Regulator Properties," IEEE Transaction on Automatic Control, Vol.AC-23, No.3, June 1978, pp.378-387.
- [4] H.Kimura, "Pole Assignment by Gain Output Feedback," IEEE Transaction on Automatic Control, August 1975, pp.509-516.
- [5] S.Srinathkumar, "Eigenvalue/Eigenvector Assignment Using Output Feedback," IEEE Transaction on Automatic Control, Vol. AC-23, No.1, February 1978, pp.79-81.