



와 같은 모델이며 여기서  $W$ 는 평균치가 0 인 백색잡음,  $\tau$ 는 상관시간이다. (2)식은

$$\dot{A} = -1/\tau A + 1/\tau A^m + \dot{A}^m + W \quad (3)$$

로 표현할 수 있으며,  $A^m$  과  $\dot{A}^m$  은 Coordinated turn 운동의 목표물의 가속도 및 jerk 를 말하며, 실제응용에 있어서 가장최근의 목표물 가속도 추정치  $\hat{A}$  을  $A^m$  으로 사용하며  $\dot{A}^m$  은  $A^m$  의 함수로서 Coordinated turn 운동의 가정에서 (4)에서와 같은 방법으로 구한다.

제시된 모델은 Coordinated turn 운동의 가정에 Berg 모델보다 더욱 부합된다 [11]. 그러나 실제의 응용에 있어서 Berg 모델보다 좋은 성능을 가진다고 단언할수는없고 여러모델을 비교검토하여 선택함이 중요하다.

우리의 시뮬레이션 결과로는 기동성이 있는 목표물추적의 경우 제시된 모델이 속도와 가속도의 추정에서보다 정확성을 가짐으로 lead angle 계산 [4]이나 보조추적신호의 발생 [10]에 제시된 모델이 개선된 성능을 가진다 [11].

## 2.2 목표물의 운동방식

3차원공간의 관성좌표계 ( Radar Cartesian Coordinate System : RCCS )에서의 목표물의 동역학은 (3)식을 이용하여 나타내면

$$\dot{x} = F x + B ( 1/\tau A^m + \dot{A}^m ) + B W \quad (4)$$

여기서  $x=(X, Y, Z, \dot{X}, \dot{Y}, \dot{Z}, \ddot{X}, \ddot{Y}, \ddot{Z})^T$ ,  $W$ 는  $3 \times 1$  벡터로서 평균치 0이고 공분산이  $E\{W(t)W(\tau)^T\}=QI\delta(t-\tau)$  인 백색잡음이고  $9 \times 9$ 인 행렬  $F$ 는  $3 \times 3$  의 요소행렬을 갖는

$$F = \begin{bmatrix} 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & I \\ 0 & 0 & -1/\tau I \end{bmatrix} \quad (5)$$

이고  $B=[0 \ 0 \ I]^T$  인  $9 \times 3$  행렬이다.  $A^m$  과  $\dot{A}^m$  은  $3 \times 1$  벡터들로서, 2.1절에서 논한바와 같이, 목표물의 가속도  $A = (\ddot{X}, \ddot{Y}, \ddot{Z})^T$  와 jerk  $\dot{A}$  의 Coordinated turn 운동의 가정에서 구한 가장최근의 추정치들이다.

디지털 컴퓨터에 (4)식을 구현하기위해 샘플시간  $\Delta t$ 를 갖는 이산형태를 구하면

$$x_k = \phi x_{k-1} + \Gamma A_{k-1}^m + \Lambda \dot{A}_{k-1}^m + \omega_{k-1} \quad (6)$$

이고  $\phi = \phi(\Delta t)$ 는 천이 행렬이며  $\Gamma$ 와  $\Lambda$ 는 상수 행렬이다.  $\phi, \Gamma, \Lambda$ 의 계산결과는 [9]를 참조하라. 또한 (6)식의  $\omega_{k-1}$ 은  $9 \times 1$  벡터로서 다음의 Ito (또는 Wiener) 적분으로 표현된다 [1].

$$\omega_{k-1} = \int_{(k-1)\Delta t}^{k\Delta t} \phi(k\Delta t - \lambda) B W(\lambda) d\lambda \quad (7)$$

$\omega_{k-1}$ 은 평균치가 0이면 공분산  $Q_{k-1}$ 은

$$Q_{k-1} = q \int_{(k-1)\Delta t}^{k\Delta t} \phi(k\Delta t - \lambda) B B^T \phi^T(k\Delta t - \lambda) d\lambda \quad (8)$$

로 계산되며 계산결과는 역시 [9]를 참조하라.

(8)의  $q$ 는 백색잡음  $W$ 의 Power spectral density로서 목표물의 가속도의 추정표준편차  $\sigma_m$ 을 이용  $q = 2 \sigma_m^2 / \tau$ 로 부터 구한다. 이 논문에서는 RCCS 의 3축으로  $q$ 가 동일하다고 가정한다.

## 2.3 추정방정식과 좌표변환

극좌표계로 표시되는 목표물의 거리, 방위각, 고각의 테이다 추정치는

$$z = \begin{bmatrix} z_R \\ z_\theta \\ z_\phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (X^2+Y^2+Z^2)^{1/2} \\ \tan^{-1}(Y/X) \\ \tan^{-1}(Z/(X^2+Y^2)^{1/2}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_R \\ v_\theta \\ v_\phi \end{bmatrix} \quad (9)$$

이며 추정잡음  $v_R, v_\theta$ 와  $v_\phi$ 는 서로 상관관계가 없으며 평균치가 0이고 공분산이 각각  $\sigma_R^2, \sigma_\theta^2, \sigma_\phi^2$ 인 가우시안이다. 이 논문에서는  $\sigma_\phi = \sigma_\theta = \sigma$ 로 가정한다.

추정치를 이용하여 테이다의 원점과 목표물을 잇는 시선상에 기초를 둔 또하나의 Cartesian 좌표계를 고려할 수 있으며 이 좌표계를 Line of sight cartesian coordinate (LCCS)로 표시하며 이 좌표계의 한점은  $(X_R, Y_R, Z_R)$ 의 좌표를 가진다. RCCS 와 LCCS 의 오일러각도 관계는 Fig.1에 나타나 있다.

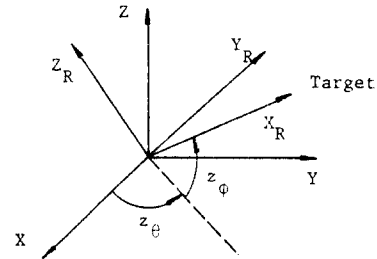


Fig.1 RCCS 와 LCCS 와의 오일러 각도관계

RCCS 로 부터 LCCS 의 좌표변환행렬  $m(z)$ 는

$$m(z) = \begin{bmatrix} \cos z_\theta \cos z_\phi & \sin z_\theta \cos z_\phi & \sin z_\phi \\ -\sin z_\theta & \cos z_\theta & 0 \\ -\cos z_\theta \sin z_\phi & -\sin z_\theta \sin z_\phi & \cos z_\phi \end{bmatrix} \quad (10)$$

이다. LCCS 는 관성좌표계가 아니나, [4]에서 Berg 가 지적한바와같이 샘플시간  $\Delta t$ 동안 변치않는 수학적인 관성좌표계로 볼 수 있다. 즉,  $(k-1)\Delta t \leq t < k\Delta t$  동안 LCCS 는 관성좌표계로 취급된다.

RCCS 의 상태변수  $x_{k-1}$ 는 LCCS 의 상태변수  $x_{R,k-1}$ 와  $x_{R,k-1} = M(z_{k-1}) x_{k-1}$  (11)

의 관계가 있으며  $x = (X_R, Y_R, Z_R, \dot{X}_R, \dot{Y}_R, \dot{Z}_R, \ddot{X}_R, \ddot{Y}_R, \ddot{Z}_R)^T$ , 그리고  $M(z_{k-1})$  은  $M(z_{k-1})$  은 아래식으로 표현된다.

$$M(z_{k-1}) = \begin{pmatrix} m(z_{k-1}) & 0 & 0 \\ 0 & m(z_{k-1}) & 0 \\ 0 & 0 & m(z_{k-1}) \end{pmatrix} \quad (12)$$

$[k\Delta t, (k+1)\Delta t]$  의 시간대에서는  $z_k$  를 이용하여 좌표변환을 하며 이때는  $M(z_{k-1})$  가 사용된다. 따라서

$$x_{R_k} = \phi x_{R_{k-1}} + \Gamma A_{R_{k-1}}^m + \Lambda \dot{A}_{R_{k-1}}^m + M(z_{k-1}) \omega_{k-1} \quad (13)$$

이 되고 여기서

$$\begin{pmatrix} A_{R_k}^m \\ \dot{A}_{R_k}^m \end{pmatrix}_{k-1} = \begin{pmatrix} m(z_{k-1}) & 0 \\ 0 & m(z_{k-1}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_{R_{k-1}}^m \\ \dot{A}_{R_{k-1}}^m \end{pmatrix} \quad (14)$$

이다.

### III. 가 측 정 치

이 장에서는 비선형 측정방정식(9)를 대수적으로 변화시켜 마치 선형의 구조를 갖고, 가우시안이 아닌 상태변수에 종속된(State-dependent) 잡음 프로세스를 갖는 가측정치를 구한다. 이 가측정치와 제2장에서 좌표변환식을 이용 제4장에서 준최적필터 설계에 필요한 유용한 근사식을 얻는다.

가측정치  $y_R$  은(9)식에서  $\tan(z_\theta - v_\theta) = X/Y$ ,  $\tan(z_\phi - v_\phi) = Z/(X^2+Y^2)^{1/2}$ 를 이용하고  $\sigma^* \ll \sigma^2$  을 이용하면 아래식으로 표시되며 (Subscript k 는 표현생략)

$$y_R = \begin{pmatrix} z_R \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = m(z) \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} + v \quad (15)$$

여기서 상태변수에 종속된 잡음  $v$  는

$$v = \begin{pmatrix} v_R \cos v_\phi \cos v_\theta \\ (X^2+Y^2)^{1/2} \sin v_\theta \\ (X^2+Y^2+Z^2)^{1/2} \sin v_\phi \cos v_\theta \end{pmatrix} \quad (16)$$

로서 평균치가 0이며 공분산  $R$  은

$$R = E\{vv^T\} = \text{diag}\{\sigma_R^2(1+e^{-2\sigma^2})^2/4, E\{X^2+Y^2\}(1-e^{-2\sigma^2})/2, E\{X^2+Y^2+Z^2\}(1-e^{-4\sigma^2})/4\} \quad (17)$$

이며  $\sigma^2$  에 대해  $\sigma^4$  이 무시할 수 있도록 작다면

$$R = \text{diag}\{\sigma_R^2, E\{X^2+Y^2\} \sigma^2, E\{X^2+Y^2+Z^2\} \sigma^2\} \quad (18)$$

으로 표현할수 있다.  $R$  의 계산은 상태변수  $x$  의 2차 모멘트행렬의 전파되는 식으로 구할 수 있으나 이논문에서는 계산량을 줄이기위해 상태변수의 추정치를 이용한 적용기법을 쓴다. 이는 다음장에서 다시 논한다.

(15)식의 가측정치  $y_R$  은 2.3절에서의 좌표변환을 이용하면 LCCS 좌표로 나타낼수 있으며

$$y_R = H x_R + v \quad (19)$$

여기서  $H = [I, 0, 0]$  인 시불변 행렬이 된다. 또한  $m(z)^T$  를 (19)식의 양변에 pre-multiply 하면 RCCS 에서의 가측정치  $y$  를 얻을 수 있다.

$$y = m(z)^T y_R = \begin{pmatrix} z_R \cos z_\theta \cos z_\phi \\ z_R \sin z_\theta \cos z_\phi \\ z_R \sin z_\phi \end{pmatrix} = H x + v'' \quad (20)$$

여기서  $v'' = m(z)^T v$ .  $v''$  의 공분산은 (18)식의  $v$  의 공분산  $R$  처럼 diagonal 이 아닌 각요소들이 상관된 형태를 지닌다.

### IV. 준 최적 칼만필터의 설계

이 장에서는 앞서의 선형방정식과 가측정치를 적용 목표물 추적필터를 설계한다. 공분산  $R$  이 diagonal 형태를 갖는 LCCS 에서 상태변수 추정치의 오차공분산을 구하고 적당한 좌표변환을 취함으로 RCCS 에서의 상태변수의 추정치를 구한다.

목표물의 운동방정식(13)과 가측정치(15)를 이용하여 다음의 식으로 Updated 추정치를 얻는다.

$$\hat{x}_{R_k} = \bar{x}_{R_k} + K_{R_k} (y_{R_k} - H \bar{x}_{R_k}) \quad (21)$$

여기서 Propagated 추정치  $\bar{x}_{R_k}$  는 (13)식으로 부터

$$\bar{x}_{R_k} = \phi \hat{x}_{R_{k-1}} + \Gamma A_{R_{k-1}}^m + \Lambda \dot{A}_{R_{k-1}}^m \quad (22)$$

RCCS 에서의 Propagated 추정치도(6)식을 이용하면

$$\bar{x}_k = \phi \hat{x}_k + \Gamma A_{k-1}^m + \Lambda \dot{A}_{k-1}^m \quad (23)$$

로서 (22)식과 같은 형태를 갖는다.

추정치  $\bar{x}_{R_k}$ ,  $\hat{x}_{R_k}$  의 오차를 각각  $\bar{e}_{R_k} = x_{R_k} - \bar{x}_{R_k}$ ,  $\hat{e}_{R_k} = x_{R_k} - \hat{x}_{R_k}$  로 나타내면

$$\bar{e}_{R_k} = \phi \bar{e}_{R_{k-1}} + M(z_{k-1}) \omega_{k-1} \quad (24)$$

이 되고  $\bar{e}_{R_k}$  의 공분산  $\bar{P}_k$  는  $\omega_{k-1}$  이  $x_{R_{k-1}}$ ,  $\bar{x}_{R_{k-1}}$ ,  $z_{k-1}$  과 상관관계가 없다는 점을 이용하면

$$\bar{P}_k = \phi \hat{P}_{k-1} \phi^T + Q_{k-1} \quad (25)$$

여기서  $Q_{k-1}$  은 (8) 식에서부터 얻는다.  $\hat{e}_{R_k}$  의 공분산  $\hat{P}_k$  는  $\hat{P}_k$  의 trace 를 줄이는 gain  $K_{R_k}$  를 찾는 방법 [8]을 쓰면

$$\hat{P}_k = (I - K_{R_k} H) \hat{P}_k (I - K_{R_k} H)^T + K_{R_k} R_k K_{R_k}^T \quad (26)$$

여기서 Gain  $K_{R_k}$  는

$$K_{R_k} = \hat{P}_k H^T (H \hat{P}_k H^T + R_k)^{-1} \quad (27)$$

제3장에서 언급한바와 같이  $R_k$  는 상태변수의 추정치를 이용 적용기법을 사용해서 구한다.

$$R_k = \text{diag}(\sigma_R^2, (\bar{X}^2 + \bar{Y}^2)\sigma^2, (\bar{X}^2 + \bar{Y}^2 + \bar{Z}^2)\sigma^2)_{t=k\Delta t} \quad (28)$$

화기제어는 RCCS 의 목표물의 상태변수가 필요하므로 위에서 구한 LCCS 의 상태변수 추정치의 오차 공분산을 이용한 gain 을 좌표변환하여 RCCS 에서의 상태변수와 추정치를 구한다. 필요한 좌표변환은 제2장에서 좌표 변환방식이 그대로 성립한다는 가정하에서 얻는다. 결과는  $H \bar{x}_{R_k} = m(z_k) H \bar{x}_k$  를 이용하면

$$\hat{x}_k = \bar{x}_k + M(z_k)^T K_{R_k} m(z_k) (y_k - H \bar{x}_k) \quad (29)$$

만약 (29)식을 이용하면 gain 과 추정치의 residual 이 다같이  $z_k$  의 함수임으로 서로 상관관계가 있어서 추정치에 Bias 가 생긴다.

이를 방지하기위해 (29)식의  $M(z_k)^T K_{R_k} m(z_k)$  를  $M(\bar{x}_k)^T K_{R_k} m(\bar{x}_k)$  로 바꾼다. 이와같은 gain 의 변환은 수정 gain 확장칼만필터 (MGEKF) 의 설계에서 응용되었으며 경미한 제약하에서 안정도도 보장된다 [7]. 그러므로 이 논문에서 사용한 Updated 추정치  $\hat{x}_k$  는

$$\hat{x}_k = \bar{x}_k + M(\bar{x}_k)^T K_{R_k} m(\bar{x}_k) (y_k - H \bar{x}_k) \quad (30)$$

로부터 구해진다. LCCS 에서  $R_k$  가 diagonal 형태로서  $X_R, Y_R, Z_R$  축간에 상관 관계가 없다. 그래서 상태변수추정치의 오차공분산 계산에 있어서 상관 관계가 있는 경우에 45개의 storage 가 필요한데 비해 18개의 storage 만 필요하고, 시불변형태의 H 행렬과 diagonal 형태인  $R_k$  에 의한 gain  $K_{R_k}$  의 계산이 매우 간단하다. 이러한 점이 제시된 준최적필터가 계산효율성을 가지게 한다.

## V. 시뮬레이션 결과 및 결론

시뮬레이션에 사용된 목표물의 궤적은 Fig.2 에 나타나 있는 Dive and Turn Flight (DTF) 로서 Lift 와 추진 가속도가 Fig.3 에 도시되었다. Fig.3 으로 부터 목표물은 Coordinated turn 운동을하고있지 않음을 알 수 있다. 레이더는 RCCS 의 원점에 놓여있으며 20 Hz 로 측정치를 얻는다. DTF 의 경우 측정오차의 표준편차를 도시한것이 Fig.4 이다. 또한 시뮬레이션에 쓰인  $\sigma_m = 10 \text{ m/sec}^2$ ,  $\tau = 10 \text{ sec}$

CDC 170/740을 이용, 150 회의 몬테카를로시뮬레이션 결과를 각 샘플시간에서 평균한것을 도시한것이 Fig.5 -Fig.7에 나타나 있으며 제시된 모델을 사용한 제시된 준최적필터 (PSKF)의 성능을 제시된 모델을 사용한 기존 준최적필터 (CSKF) [9], 확장칼만필터 (EKF) [1,9], 수정gain 확장칼만필터 (MGEKF) [7,9]의 성능과 비교한 것이다. 비교결과 필터들은 비슷한 성능을 가지나 25초간의 DTF 경우의 추적에 소요되는 CPU 계산시간은 각각 1.74sec, 2.57sec, 3.23sec, 5.69sec 이다.

이로서 제시된 준최적 칼만필터는 다른 필터와 비슷한 성능을 가지면서도 계산시 효율성이 우수함을 알 수 있다.

이러한 계산의 효율성은 LCCS 에서의 3축간의 상관관계가 없는 형태의  $\bar{P}_k, \hat{P}_k$  와  $R_k$  과 시불변형태인 H 행렬에 기인된다.

## 참 고 문 헌

- [1] Jazwinsky, A.H (1970) Stochastic Processes and Filtering Theory Academic Press
- [2] Singer, R.A. (1970) Estimating Optimal Tracking Filter Performance for Manned Maneuvering Targets. IEEE Trans. on Aerospace and Electronic System. AES-6, 4, 473 - 483
- [3] McAway, R.J. and Delinger, E(1973) A decision-directed Adaptive Tracker IEEE Trans. on Aerospace and Electronic System . AES-9, 2, 229 - 236

[4] Berg, R. F. (1983)  
 Estimation and Prediction for Maneuvering Target Trajectories  
 IEEE Trans. on Automatic Control  
 AC-28, 3, 294 - 304

[5] Baheti, R. S. (1986)  
 Efficient Approximation of Kalman Filter for Target Tracking  
 IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems  
 AES-22, 1, 8-14

[6] Fitzgerald, R.J. (1981)  
 Closed-form Solutions  
 IEEE Trans. on Aerospace and Electronic System  
 AES-17, 6, 781 - 785

[7] Song, T. L. and Speyer, J. L. (1985)  
 A Stochastic Analysis of a Modified Gain Extended Kalman Filter with Application to Estimation with Bearings Only Measurements  
 IEEE Trans. on Automatic Control  
 AC-30, 10, 940 - 949

[8] Gelb, A. (1974)  
 Applied Optimal Estimation  
 M.I.T. Press

[9] Ahn, J. Y. (1987)  
 Suboptimal Kalman Filter Design for Tracking a Maneuvering Target  
 M.S. thesis, Korea Advanced Institute of Science and Technology

[10] Fitts, J. M. (1973)  
 Aided Tracking as Applied to High Accuracy Pointing Systems  
 IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems  
 AES-9, 3, 350 - 368

[11] Song, T.L, Ahn,J.Y. and Park, C.  
 Suboptimal Filter Design with Pseudomeasurements for Target Tracking  
 Submitted to the IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems.

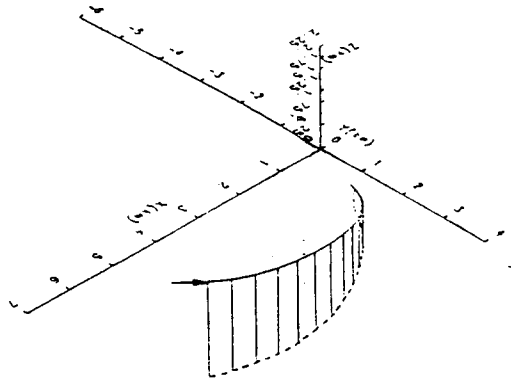


Fig.2 Dive and Turn Flight(DTF)에서의 목표물 추적

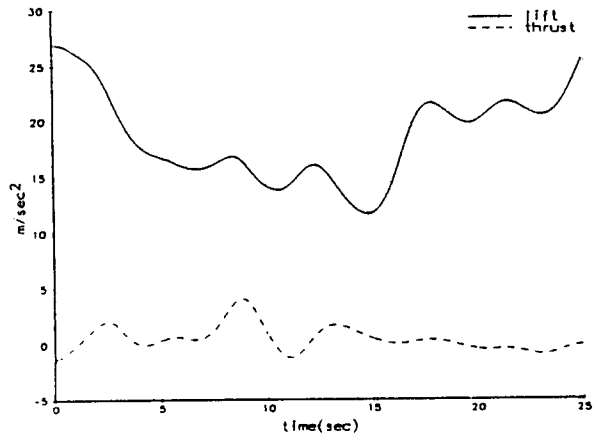


Fig.3 DTF 경우의 Lift 및 추진 가속도

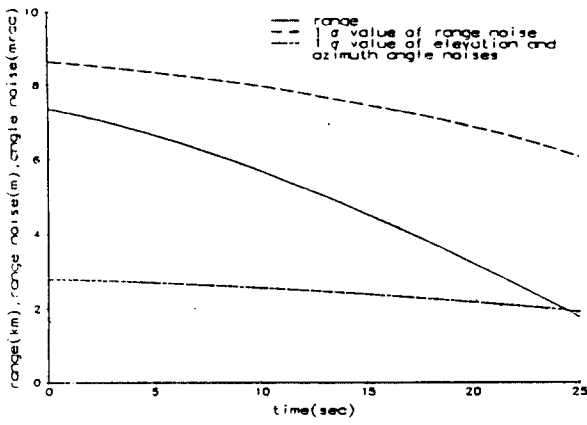


Fig. 4 측정오차의 표준편차 ( DTF 경우 )

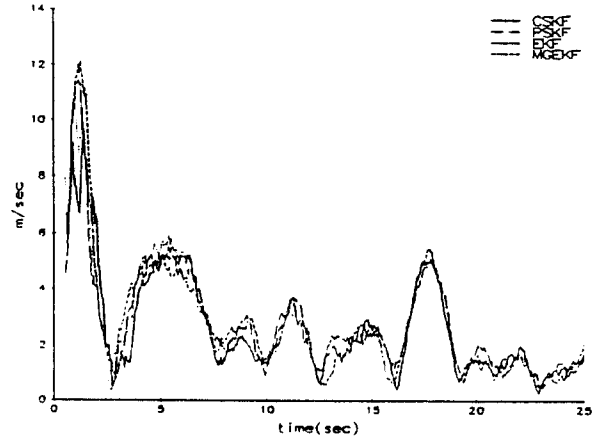


Fig. 6 속도추정 오차 (필터성능비교)

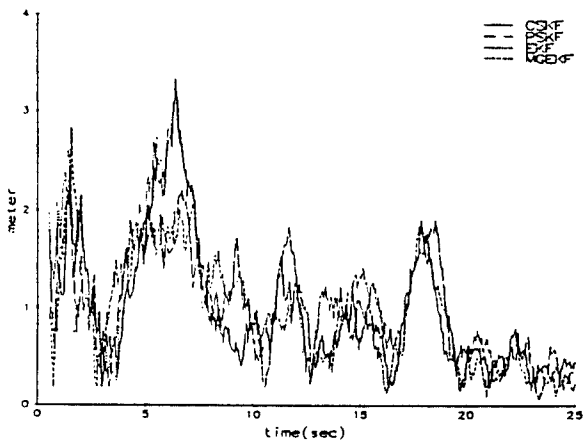


Fig. 5 위치추정오차 (필터성능비교)

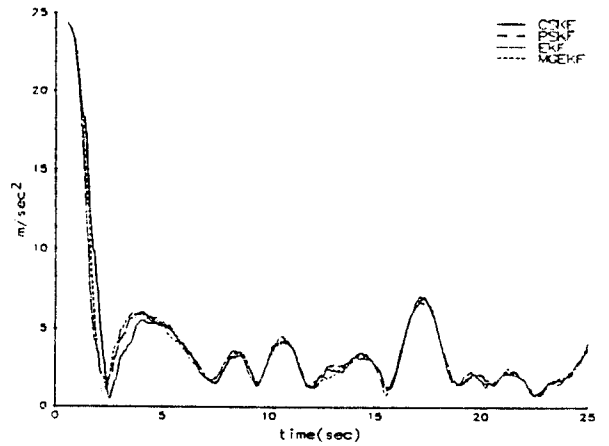


Fig. 7 가속도 추정오차 (필터성능비교)