

LQG/LTR 방법을 이용한 건설한 디지털 서어보 제어기 실현 및 성능분석

최 중 락
진 해 기 계 창

이 장 규
서울대학교 제어계측공학과

Implementation and Performance Analysis
of Digital Servo Controller Using LQG/LTR Method

Joong Lak Choi,
Chinhae Machine Depot

Jang Gyu Lee
Dept. of Contr. & Instrum. Eng. SNU.

Abstract

The robust servo controller is designed by the procedure of LQG/LTR method in the continuous-time domain. This design results is equivalently converted to the discrete-time suboptimal LQG in order to implement by the microcomputer system. The LTR condition of the discrete-time LQG is analyzed and approved by the experiments against the uncertainty of real plant, the discretized LQG/LTR control shows the good robustness.

1. 서 론

건설한 제어특성을 갖도록 하는데는 어려움을 안고 있었다. 이러한 문제점의 해결책으로 Doyle 과 Stein [1] 은 주파수영역에서 건설성 척도로 특이치 (singular value)를 이용하여 LQG/LTR 을 설계하는 방법을 제시하였다. 이러한 LQG/LTR 방법을 이용하여 Kapasouris [2]는 비선형 다변수 제어시스템에 적용해 보였으며, Kazerrooni [3]는 칼만필터 대신 관측자 (observer)의 고유구조배치를 이용하여 LTR 효과를 보였고, Lee 와 Kwon [4]은 지연시스템에 대해서, 비최소 위상 시스템(non-minimum phase system)에 대해서는 최근에 Stein 과 Atans [5]에 의해서 검토되었다.

현재 연속계에서의 LQG/LTR 설계 방법은 비교적 만족할만한 결과와 이론들이 정립되고 있으나 이산계 (discrete-time system)에는 대체로 열등한 결과들이 제시되고 있다. 이러한 이산계에서의 건설한 LQG 제어기 설계는 Safonov [6], Maybeck [7], Maciejowski [8] 등에 의해서 검토 되어졌고, 특히 LQ 제어기의 건설성 분석은 Shaked [9]에 의해서 자세히 다루워졌다.

본 논문에서는 이론적으로 잘 정립된 연속계의 LQG/LTR 설계 절차에 따라 설계요소를 결정하고 디지털 컴퓨터로 실현하기 위해서 등가적으로 이산시간 변환

된 제어시스템에서 LTR 조건을 분석하였으며, 피제어 시스템의 불확실성에 대해서도 비교적 건설한 제어특성을 얻을 수 있음을 확인하였다. 실험적으로 성능 분석을 위해 등가이산시간으로 변환된 준 최적 LQG 제어기를 직류모터로 구동되는 서어보시스템에 실시간으로 적용한 결과를 제시하였다.

2. LQG/LTR 제어기 설계

1) 연속계 LQG/LTR 제어기

일반적인 피제어시스템을 다음과 같이 고려한다.

$$\dot{x} = Ax + Bu + Dw \quad x \in R^n, u \in R^m \quad (1-1)$$

$$y = Cx + n \quad y \in R^r \quad (1-2)$$

여기서 x, u 및 y 는 각각 상태변수, 제어입력 및 출력이며, 시스템 잡음 v 및 측정잡음 n 은 분산이 각각 Q_0 및 R_0 로써 독립적이고, A, B, C, D 는 완전 가제어성 및 가관측성을 만족한다고 가정한다. 기준

입력 r 에 출력 y 가 추종되도록 LQG 제어기를 구성하면 다음과 같이 얻어지며, 구성도는 그림 1에 나타났다.

$$\dot{\hat{x}}(t) = (A - BK_c - K_f C)\hat{x}(t) + K_f(y-r) \quad (2-1)$$

$$u(t) = -K_c \hat{x}(t) \quad (2-2)$$

K_c : steady state optimal control gain

K_f : steady state Kalman filter gain

시스템의 불확실성 (uncertainty)에 대한 제어시스템의 건설성 척도는 Nyquist 안정도 이론으로 부터 얻어지며, 불확실성을 곱셈 교란으로 고려하면 안정도의 필요 충분 조건은 다음과 같다.

$$G'(j\omega) = [I + L(j\omega)]G(j\omega) \quad (3-1)$$

$$\bar{\sigma}[GK(1+GK)^{-1}] < 1/\ell_m(\omega) \quad \forall \omega \geq 0 \quad (3-2)$$

$$\bar{\sigma}[L(j\omega)] < \ell_m(\omega) \quad \forall \omega \geq 0 \quad (3-3)$$

단, $\bar{\sigma}$: 특이치 (singular value)의 최대값

LQ 제어기는 가중행렬을 대각선 (diagonal matrix)로 두면 이득 및 위상여유가 $(\frac{1}{\gamma}, \infty)$ 및 $(\pm 60^\circ)$ 로 안정도가 보장되며, 칼만필터도 쌍대성 (duality)에

의해 LQG 제어와 동일한 상태 안정도를 갖는다.[10] 그러나 LQG 제어기는 안정성을 보장하지 못하므로 Doyle 과 Stein, Lehtomaki[10] 등은 피제어시스템이 최소위상조건내에서 LTR 에 의해 안정성이 회복될 수 있음을 제시하였다.

우선 그림 1에서 절단점 (K) 에서 루우프 전달함수 $T_K(s)$ 는 각각 다음과 같이 주어진다.

$$T_1(s) = K_c \Phi(s) B \quad (4-1)$$

$$T_2(s) = K_c [\Phi^{-1} + BK_c + K_f C]^{-1} K_f C \Phi(s) B \quad (4-2)$$

$$T_3(s) = C \Phi(s) BK_c [\Phi^{-1} + BK_c + K_f C] K_f \quad (4-3)$$

$$T_4(s) = C \Phi(s) K_f \quad (4-4)$$

절단점 (1)과 (4)에서는 LQ 제어기 $T_1(s)$ 와 칼만필터 $T_4(s)$ 가 되므로 보장된 안정성을 가지나 (2)과 (3)에서의 LQG 제어기인 $T_2(s)$ 및 $T_3(s)$ 는 그렇지 못하다. 따라서, $T_2(s) \rightarrow T_1(s)$, $T_3(s) \rightarrow T_4(s)$ 로 수렴될때 이를 LTR(loop transfer recovery)이라 하고 전자를 견실성 회복(robustness recovery), 후자를 민감성 회복(sensitivity recovery)이라 부른다.[10] 설계시 택일하여 적용해야 하며 여기서는 견실성 회복방법을 택하면 LQ 제어기 설계후에 칼만필터를 설계하게 된다. LQ 제어기 설계는 목적함수 J를 최소화 하는 제어입력 $u(t)$ 를 찾는 것이다.

$$J = \int_0^{\infty} (x^T Q_1 x + u^T R_1 u) dt \quad (5)$$

$$\text{단, } Q_1 = H^T H \geq 0 \quad H \in R^{m \times n} \quad R_1 = \rho I > 0$$

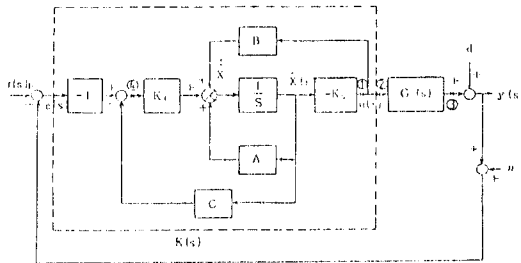


그림 1. LQG 제어기 구성도

$$K(s) = K_c [\Phi^{-1} + BK_c + K_f C]^{-1} K_f C \Phi(s) B$$

$$G(s) = C \Phi(s) B \quad d = C \Phi(s) D w$$

$$\text{단, } \Phi(s) = (sI - A)^{-1}$$

LQ 제어기의 루우프 전달함수인 식(4-1)의 $T_1(s)$ 가 주파수 영역에서 식(3-2)의 안정도 조건을 만족하면서 원하는 성능을 얻을 수 있는 loop-shaping 을 갖도록 가중행렬 Q_1 및 R_1 즉 H 및 ρ 를 선정해야 한다.

MacFarlane[11]은 회귀차 전달함수 (return difference transfer function) $1 + T(j\omega)$ 가 다음 관계를 만족함을 제시하였다.

$$[I + T(j\omega)]^* R_1 [I + T(j\omega)] = R_1 + [H\Phi(j\omega)B]^* [H\Phi(j\omega)B] \quad (6)$$

$$v \ 0 \leq \omega \leq \infty$$

단, $[]^*$; Complex Conjugate Transpose

식(6)으로부터 $R_1 = \rho I$ 로 대치하고 특이치(singular value) 계산 방법을 적용하면 다음과 같다.

$$\sigma_i [I + T(j\omega)] = \sqrt{1 + \frac{1}{\rho} \sigma_i^2 [H\Phi(j\omega)B]} \quad (7)$$

Doyle 과 Stein[11]에 의하면 저주파수에서 성능조건과 고주파수에서 안정조건은 각각 다음과 같이 주어진다.

$$\sigma_i [T(j\omega)] = \sigma_i [H\Phi(j\omega)B] / \sqrt{\rho} \quad (8-1)$$

$$\omega_{c,max} = \sigma [HB] / \sqrt{\rho} \quad (8-2)$$

단, $l_m(\omega_{c,max}) = 1$

$\omega_{c,max}$; 최대 지나침 주파수(Crossover Frequency)

윗식으로 부터 원하는 loop-shaping 이 얻어지지 않을 경우에 제어기내에서 확장된 모델로 부터 계산될 수도 있다. 분비법칙에 따라 추정기인 칼만 필터 설계가 뒤따르며 이때 잡음분산은 다음과 같이 수정하여 적용된다.[12]

$$E \{ w(t) w(t)^T \} = Q_2 \delta(t - \tau) = [Q_0 + q^2 BVB^T] \delta(t - \tau) \quad (9-1)$$

$$E \{ n(t) n(t)^T \} = R_2 \delta(t - \tau) = R_0 \delta(t - \tau) \quad (9-2)$$

단 V : positive definite symmetric matrix

여기서 $q \rightarrow \infty$ 로 취하면 칼만필터이득 K_f 는 다음과 같이 점근적으로 수렴할때 LTR 효과에 의해 $T_2(s)$ 인 LQG 제어기는 다음과 같이 안정성을 회복한다.

$$\frac{1}{q} K_f \rightarrow BV^{\frac{1}{2}} R_0^{-\frac{1}{2}} \quad (10-1)$$

$$T_2(s) = K(s)G(s) = K_c [\Phi^{-1} + BK_c + K_f C]^{-1} K_f C \Phi(s) B \rightarrow K_c \Phi(s) B = T_1(s) \quad (10-2)$$

2) 등가이산시간 LQG 제어기 유도

연속계에서 설계된 LQG/LTR 제어기는 디지털 컴퓨터 시스템으로 실현하기 위해서는 이산시간 LQG 로 등가변환하는 것이 필요하다.

먼저 LQ 제어기에서 샘플링시간 ΔT 로 식(1)과 식(5)를 이산시간으로 등가변환하면 상태방정식과 목적함수는 다음과 같이 된다.

$$x(k+1) = \Phi x(k) + \Gamma u(k) \quad (11-1)$$

$$J_k = \sum_{k=0}^{\infty} \begin{bmatrix} x(k) \\ u(k) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} Q_d & S_d \\ S_d^T & R_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k) \\ u(k) \end{bmatrix} = \sum_{k=0}^{\infty} [x(k)^T Q_d x(k) + 2x(k)^T S_d u(k) + u(k)^T R_d u(k)] \quad (11-2)$$

$$\Gamma = \Gamma(\Delta T) = \int_0^{\Delta T} \Phi(t) B dt$$

$$Q_d = Q_d(\Delta T) = \int_0^{\Delta T} \Phi^T(t) Q_1 \Phi(t) dt \geq 0$$

$$S_d = S_d(\Delta T) = \int_0^{\Delta T} \Phi^T(t) Q_1 \Gamma(t) dt \geq 0$$

$$R_d = \int_0^{\Delta T} (\Gamma^T(t) Q_1 \Gamma(t) + R_1) dt > 0$$

목적함수 J_k 에서 $S_d = 0$ 이면 표준이산시간 LQ 제어기가 되나 여기서는 Zero 가 아니므로 최적제어

U(k) 는 다음과 같이 얻어진다.

$$u(k) = -[K_c^* + R_d^{-1}S_d^T]x(k) \quad (12-1)$$

$$= -\hat{K}_c x(k) \quad (12-2)$$

$$\text{단, } \hat{K}_c = K_c^* + R_d^{-1}S_d^T \quad (13-3)$$

$$K_c^*(k) = (K_d + \Gamma^T P(k+1)\Gamma)^{-1} \Gamma^T P(k+1)\Phi_{eq}$$

$$P(k) = [\Phi_{eq} - \Gamma K_c^*(k)]^T P(k+1) [\Phi_{eq} - \Gamma K_c^*(k)] + Q_{eq} + K_c^*(k)^T R_d K_c^*(k) \quad (12-4)$$

$$k=0,1,2,3,\dots,\infty$$

단, $\Phi_{eq} = \Phi - \Gamma R_d^{-1} S_d^T$

칼만필터를 설계하기 위해서는 ΔT 로 이산시간 변환된 확률상대방정식과 잡음공분산은 다음과 같다.

$$x(k+1) = \Phi x(k) + \Gamma u(k) + w(k) \quad (13-1)$$

$$y(k) = Cx(k) + n(k) \quad (13-2)$$

$$\text{단, } E\{w(k)w(k)^T\} = \hat{Q}_2$$

$$E\{n(k)n(k)^T\} = \hat{R}_2$$

$$\hat{Q}_2 = \int_0^{\Delta T} \int_0^{\Delta T} \Phi(t) D E\{w(t)w(t)^T\} D^T \Phi^T(\tau) dt d\tau$$

$$= \int_0^{\Delta T} \int_0^{\Delta T} \Phi(t) D Q_2 \delta(t-\tau) D^T \Phi^T(\tau) dt d\tau$$

$$= \int_0^{\Delta T} \Phi(t) D Q_2 D^T \Phi^T(t) dt \quad \hat{R}_2 = \frac{R_2}{\Delta T}$$

윗식으로 부터 $e(k) = r(k) - y(k)$ 의 의미서만 관계

하는 추정기 칼만필터는 다음과 같이 구성된다.

$$\hat{x}(k+1) = \Phi \hat{x}(k) + \Gamma u(k) \quad (14-1)$$

$$-K_f^* [e(k+1) + C(\Phi \hat{x}(k) + \Gamma u(k))]$$

$$K_f^*(k) = \Phi P(k) C^T [\hat{R}_2 + C P(k) C^T]^{-1} \quad (14-2)$$

$$P(k+1) = (\Phi - K_f^*(k) C) P(k) (\Phi - K_f^*(k) C)^T + \hat{Q}_2 + K_f^*(k) \hat{R}_2 K_f^*(k)^T \quad (14-3)$$

$$\text{단, } k=0,1,2,3,\dots,\infty$$

식(14)와 같이 얻어진 칼만필터는 컴퓨터로 실현시 계산시간 소요로 인해 본 논문에서는 예측기 (predictor) 로 수정 적용하였으며, 이때 식(14)의 최적 LQG 는 다음과 같이 준최적 (suboptimal) LQG 제어기로 된다. [13]

$$u(k) = -\hat{K}_c \hat{x}(k) \quad (15-1)$$

$$\hat{x}(k+1) = (\Phi - \Gamma \hat{K}_c - \hat{K}_f C) \hat{x}(k) + \hat{K}_f (y-r) \quad (15-2)$$

$$\text{단, } \hat{K}_c = \Phi K_c^*$$

이때 예측기이득 \hat{K}_f 가 $\Phi \cdot K_f^*$ 와 같기 위해서는 완전가관측성 (complete observability)를 필요로 한다. 그리고 연속계에서 얻어진 LQG 제어기 식(2) 및 구성도 그림 1과 이산계에서 등가 유도된 준최적 LQG 제어기간에 쌍대성이 존재하며, 견실성 회복 절차에 따라 제어입력단의 절단점 (1) 및 (2)에서 루우프 전달 함수를 구하면 다음과 같다.

$$T_1(z) = \hat{K}_c \hat{\Phi}(z) \Gamma \quad (16-1)$$

$$T_2(z) = \hat{K}_f [\hat{\Phi}^{-1}(z) + \Gamma K_c + K_f C]^{-1} \hat{K}_f C \hat{\Phi}(z) \Gamma \quad (16-2)$$

$$\text{단, } \hat{\Phi}(z) = (zI - \Phi)^{-1}$$

여기서 다음 식(17)을 만족하는 \hat{K}_f 가 존재한다면 $T_2(z)$ 는 $T_1(z)$ 로 근접하는 LTR 효과가 얻어진다.

$$\hat{K}_f [I + C \hat{\Phi}(z) \hat{K}_c]^{-1} = \Gamma [C \hat{\Phi}^{-1}(z) \Gamma]^{-1} \quad (17)$$

식(17)을 만족하는 \hat{K}_f 는 예측기의 비강제오차함수 (unforcer error function)인 $[X(k) - \hat{X}(k)]$ 로 부터

다음과 같이 선정된다. [7]

$$\lim_{q \rightarrow \infty} \hat{K}_f / q = \Gamma W \quad (18-1)$$

$$W = [C \hat{\Phi}(z)^{-1} \Gamma]^{-1} \quad (18-2)$$

연속계의 칼만필터이득 K_f 와 이산계의 예측기이득

\hat{K}_f 간에 차이는 식(10)과 식(13)로 부터 측정잡음 R_0 가 Zero 이면 $K_f \rightarrow \infty$ 이지만 $\hat{K}_f \rightarrow \text{finite}$ 가 됨을 알 수 있으며, 또한 식(18)에서 $[C \hat{\Phi}(z)^{-1} \Gamma]$ 의 역행렬이 존재해야만 하는 조건이 추가된다.

3. 실험 적용 및 결과 고찰

적용대상 시스템은 그림 2와 같이 직류모터로 구동되는 서어보 시스템으로 다음과 같이 2차로 축소된 확률모델로 주어졌다.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ b \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} w \quad (19)$$

단, x_1 : position, x_2 : velocity

$$a = 30.98, b = 2.71$$

$$Q_0 = ?, R_0 = 3.0 \times 10^{-6}$$

연속계의 LQG/LTR 설계방법 중 견실성 회복절차에 따라 설계요소를 다음과 같이 선정했다.

$$Q_1 = H^T H = \begin{bmatrix} 1.0 & 0.1 \\ 0.1 & 0.01 \end{bmatrix}$$

$$R_1 = \rho I = 8.2 \times 10^{-5} \quad (20)$$

$$Q_2 \Rightarrow 10, 10^2, 10^4, 10^6, 10^8$$

$$R_2 = R_0 = 3.0 \times 10^{-6}$$

샘플링 시간 $\Delta T = 0.01$ 초로 등가 이산시간 변환된 LQG 제어 시스템에 대해서 원하는 loop-shaping 정도, 이득 및 위상여유등을 주파수 응답으로 부터 분석할 수 있다. 식(16-2)로 부터 주어진 이산시간 LQG 제어기의 루우프 전달함수에서 $Z = \exp(2\pi j w / w_s)$ 로 대치하여 컴퓨터 시뮬레이션한 결과는 표 1 과 같이 나타났다. 시스템 잡음분산 Q_2 가 커질수록 위상여유 및 이득여유가 향상됨을 보여준다. w -영역에서 주파수 응답결과인 그림 3에서 LQG 제어 시스템이 Q_2 가 커짐에 따라 LQ 제어시스템으로 루우프 전달함수가 회복되는 LTR 효과를 확인할 수 있다.

등가 이산시간으로 변환된 LQG/LTR 제어 알고리즘은 16 비트 8086/8087 CPU 로 구성된 Intel SYS310-3 마이크로 컴퓨터 시스템에서 PL/M-86 언어로 실현되었다.

실험적용된 이산시간 LQG/LTR 제어기의 특성분석을 위해 시스템 잡음분산 Q_2 만 변화시 계단입력 응답의 측정결과는 표 2에, 가중치 ρ 만 변화시 계단입

력 응답결과는 표 3에, 루우프 전달함수의 주파수 응답 측정결과는 표 4 및 그림 4에 각각 나타냈다.

이상의 실험결과를 분석해 보면 우선 시뮬레이션시 주어진 모델과 실제 시스템간에 모델링되지 않은 불확실성이 존재함을 주파수응답 결과로서 부터 확인될 수 있었으며, 가중치 ρ 가 고정되었을때 $Q_2 \rightarrow \infty$ 로 증가하면 이득 및 위상여유가 커짐으로써 시스템 안정성이 회복되며, $Q_2 = 10^8$ 으로 고정하고 $\rho \rightarrow 0$ 으로 감소시키면, 지나침주파수 ω_c 가 커지면서 시스템이 불안정하여 발전하게 된다. 따라서 가중치 ρ 에 의해서 원하는 loop-shaping 을 수행한 후 설계자가 원하는 안정성 정도에 따라 시스템 잡음분산 Q_2 를 조정하여야 하며, 대표적인 계단입력응답곡선의 측정결과는 그림 5와 같다. 이와같이 단일 입출력 시스템 뿐만 아니라 다변수 제어시스템에서 원하는 견실성을 얻을 수 있도록 설계할 경우에 이러한 LQG/LTR 방법이 매우 효과적이다. 본 실험결과로 부터 모델링 오차인 불확실성이 존재하더라도 비교적 견실한 디지털 서어보 제어기 설계가 가능함을 확인하였다.

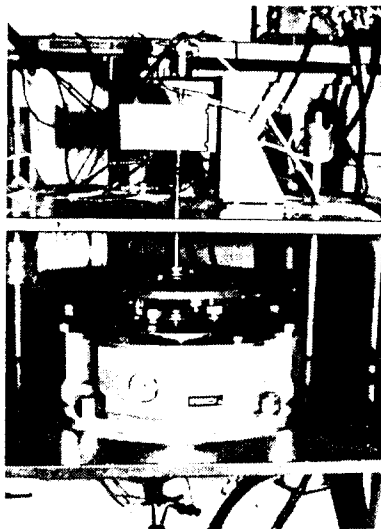


그림 2. 모터 및 부하의 실험장치 모습

4. 결 론

견실한 디지털 서어보 제어를 설계하기 위하여 LQG/LTR 에 관련된 제어이론을 분석하고 그 결과를 이용하여 단일 입출력 시스템에 실시간으로 실험 적용하여 보았다. 연속계에서 설계된 LQG/LTR 로 부터 이산시간으로 등가 변환된 준최적 LQG 제어를 유도하고 연속계 LQG/LTR 의 쌍대성을 이용하여 LTR 조건을 분석 제시하였다. 컴퓨터 시뮬레이션에서 LTR 효과를 확인하였고, 측정된 주파수 응답결과로부터 시

뮬레이션 모델과 실제 시스템간에 모델링 되지 않은 불확실성이 다소 존재하더라도 Nyquist 안정도 조건에서 LQG/LTR 설계 방법중 견실성 회복 절차에 따라 비교적 견실한 디지털 서어보 제어기 설계가 가능함을 실험적으로 확인하였다.

5. 참 고 문 헌

- [1] J. C. Doyle and G. Stein, "Multivariable Feedback Design : Concepts for a classical/Modern Synthesis", IEEE-AC Vol. 26, No. 1, p4-16, Feb. 1981
- [2] P. Kapsouris, M. Athans and H. A. Pang III "Gain Scheduled Multi-variable using the LQG/LTR Methodology", Proc. of the American Control Conference, June 19-21, 1985
- [3] H. Kazerooni and P. K. Sheridan, "On Approach to Loop Transfer Recovery using Eigen-structure Assignment", Proc. of the American Control conf., June 19-20, 1985
- [4] W. H. Kwon and S. J. Lee, "LQG/LTR Methods for Systems with Input Delay", Proc. of 86 Korean Automa. Control Confr., Vol. 1, p356-361, Oct. 1986
- [5] G. Stein and M. Athans, "The LQG/LTR Procedure for Multivariable Feedback Control Design", IEEE-AC, Vol. AC-32, No. 2, p105-114, Feb. 1987
- [6] M. G. Sufonov, Stability and Robustness of Multivariable Feedback Systems, The MIT Press, 1980
- [7] P. S. Maybeck, "Stochastic Models, Estimation, and Control", Vol. 3, Academic Press, 1982
- [8] J. M. Maciejowski, "Asymptotic Recovery for Discrete-Time Systems", IEEE-AC, Vol. AC-30, No. 6, p602-605, June 1985
- [9] U. Shoked, "Guaranteed Stability Margins for the Discrete-Time Linear Quadratic Optimal Regulator", IEEE-AC, Vol. AC-31, No. 2, p162-165, Feb. 1986
- [10] N. A. Lehtomaki, N. R. Sandell and M. Athans, "Robustness Results in Linear-Quadratic Gaussian Based Multivariable Control Design", IEEE-AC, Vol. AC-26, No. 1, p75-92, Feb. 1981
- [11] A. G. J. MacFarlane, "Return-Difference and Return-ratio Matrices and their Use in Analysis and Design of Multivariable Feedback Control

[12] J. C. Doyle and G. Stein, "Robustness with Observers", IEEE-AC, Vol. AC-24, No. 4, p607-611, Aug. 1979

표 1 이산시간 LQG 제어기의 위상여유, 이득여유 및 ω_c
(단, $\rho = 8.2 \times 10^{-4}$, $\Delta T = 0.01$ 초)

Q_2	\hat{K}_f	Pole of Filter	위상여유 (deg)	이득여유 (dB)	Crossover Freq ω_c (rad/sec)
10	0.3570 0.4118	0.6882 $\pm j0.1820$	79.8	17.7	5.8
10^2	0.7381 0.1567 E+2	0.4977 $\pm j0.2812$	84.5	18.0	6.7
10^4	0.1783 E+1 0.7094 E+2	-0.2514 $\pm j0.1855$	89.4	18.2	7.6
10^6	0.1996 E+1 0.85086 E+2	-0.1818 E-2+ 0.2613+j0	90.0	18.4	7.8
10^8	0.1999 E+1 0.8530 E+2	-0.1791+j0 -0.2663+j0	90.0	18.4	7.8

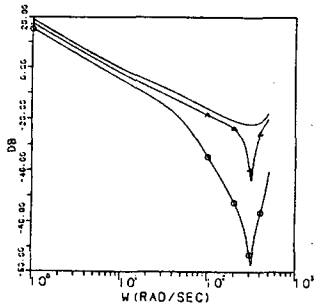


그림 3 이산시간 LQ 및 LQG 제어 시스템의 주파수 응답
(단, - : LQ, --- : LQG $Q_2 = 10^6$, ··· : LQG $Q_2 = 10^8$)

표 2 정음분산 Q_2 변화시 계단입력 (0.1 rad) 응답의 측정결과
(단, $\rho = 8.2 \times 10^{-4}$, $\Delta T = 0.01$ 초)

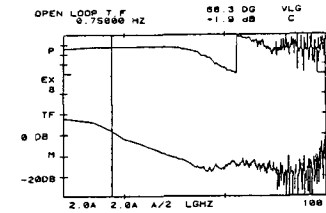
Q_2	응답시간 (Sec)	정착시간 (Sec)	최대과도응답 (%)	정상상태오차 (rad)
10	0.25	-	80.0	-
10^2	0.25	0.8	20.0	0.08×10^{-3}
10^4	0.40	0.45	0.0	0.02×10^{-3}
10^6	0.45	0.5	0.0	0.02×10^{-3}
10^8	0.5	0.6	0.0	0.02×10^{-3}

표 3 가중치 ρ 변화시 계단입력 (0.1 rad) 응답의 측정결과
(단, $Q_2 = 10^6$, $\Delta T = 0.01$ 초)

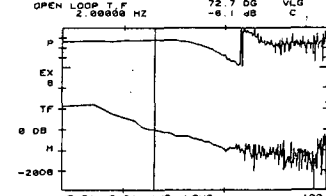
ρ	응답시간 (Sec)	정착시간 (Sec)	최대과도응답 (%)	정상상태오차 (rad)
3.3×10^{-4}	0.6	0.9	0.	0.02×10^{-3}
1.8×10^{-4}	0.6	0.7	0.	0.02×10^{-3}
8.2×10^{-5}	0.45	0.6	0.	0.02×10^{-3}
4.6×10^{-5}	0.40	1.2	5.0	0.08×10^{-3}
3.0×10^{-5}	0.40	-	10.0	-

표 4 LQG/LTR 제어시스템의 주파수 응답 측정결과
($\Delta T = 0.01$ 초)

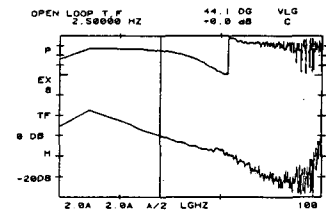
ρ	Q_2	위상여유 (deg)	이득여유 (dB)	crossover frequency ω_c (rad/sec)
3.3×10^{-4}	10^6	112.0	14.0	4.70
8.2×10^{-5}	10^6	107.0	10.0	12.50
8.2×10^{-5}	10^2	136.0	9.0	15.70



(a) $\rho = 3.3 \times 10^{-4}$ 및 $Q_2 = 10^6$ 일때

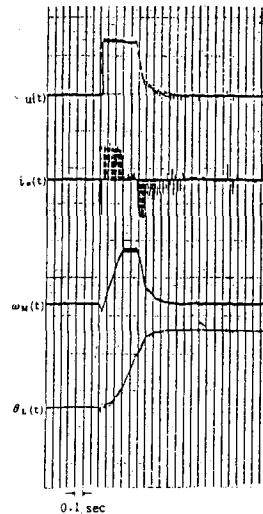


(b) $\rho = 8.2 \times 10^{-5}$ 및 $Q_2 = 10^6$ 일때



(c) $\rho = 8.2 \times 10^{-5}$ 및 $Q_2 = 10^2$ 일때

그림 4 LQG/LTR 제어시스템의 주파수 응답 측정결과 ($\Delta T = 0.01$ 초)



LQG/LTR

그림 5 계단입력 (0.2 rad) 에 대한 응답 측정 결과