

線形貯水池 模型의 parameter 研究  
(A study on parameters of the linear reservoir models)

農業振興公社 技術支援課 徐 榮 濟  
建國大學校 工大教授 高 在 雄

ABSTRACT

The purpose of this study is to estimate the parameters of linear reservoir models in order to derive the instantaneous unit hydrograph from a given small experimental watershed. The linear reservoir model is a conceptual model, consisting of cascade or parallel equal linear reservoirs, preceded by a linear channel which involved NASH, SLR (single linear reservoir) and 2-PLR (two-parallel linear reservoir) model. The NASH model have two parameters  $N$  and  $K$ , single linear reservoir has one parameter  $K_1$  and two-parallel linear reservoirs have two parameters  $K_1, K_2$ ; where  $N$  denote the number of reservoirs and  $K$  is the storage coefficient of each reservoirs.

1. 序論

지금까지 우리나라 河川의 設計洪水量 計算은 無計測 中小河川流域이 많으므로 대부분 外國의 公式를 修正補完하여 쓰거나 또는 그대로 使用함으로 地形的, 流域特性別 相異한 條件에서 이를 適用함은 多少 矛盾을 안고 있는 實情이다. 현재까지 實務에 應用된 공식은 일찌기 1851년 Mulvany가 提案한 合理式에서 부터 1921년 Kajiya가 發表한 韓國河川 最大洪水量 公式까지 모두가 尖頭洪水量을 算定하기 위한 것으로 時間別 水文曲線을 誘導하기 위한 努力은 1980년대까지 單位圖를 제외하고는 尹, 鮮于, 朴等에 의한 漢江, 錦江, 洛東江의 綜合單位流量圖 誘導例 밖에 없다. 그러나 國內에서도 局部的으로 大河川에서 大清潭이나 榮山江河口堰設計時 탱크模型이 適用되기 시작하였으며 錦江, 平沢과 插橋川 大單位農業 開發事業에서는 無次元單位圖와 單位圖가 各各 活用되었다.

本研究는 農業振興公社에서 實測한 論山塔亭池 流域의 降雨-流出量 記錄을 바탕으로 最近 水文學分野에서 활발이 研究開發되고 있는 線形貯水池 流出模型을 適用하여 瞬間單位圖(IUH)를 誘導함과 同時에 各模型이 가지는 媒介變數(parameters)를 決定比較하기 위한 것으로 NASH와 SLR, 2-PLR 模型의 設計適用與否를 檢討하였다. 그리고 위의 模型變數 推定은 NASH는 積率法으로  $N, K$ 값을 推定하였으며 線形貯水池 模型은 回旋積分(convolution integral)方程式에 線形貯水池 模型理論을 unit pulse 函數로 適用 瞬間單位圖 基本式으로 使用하였다.

2. 基本理論

2.1 線形貯水池 模型(linear reservoir model)

線形貯水池 模型은 하나의 集水流域을 貯水池로 假想하여 流出量을 推定하는 方法으로 模型의 貯水量  $S$  가 流出量  $Q$  에 比例한다고 생각하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$S=KQ \quad (2.1)$$

여기서  $K$  는 貯留常數이며 시간에 대한 貯水池의 流入量  $I(t)$  와 流出量  $Q(t)$  의 變化에 따라 連續方程式을 適用하면

$$I-Q=ds/dt \quad (2.2)$$

가 되고 여기서 流入量을 無視한 水文曲線의 減水部(recession curve, Fig. 2.1) 만 생각하면  $I=0$  이므로

$$ds/dt=-Q \quad (2.3)$$

이 된다. 식(2.1)에 식(2.3)의 微分項을,  $t=0$  일때  $Q=Q_0$  를 대입하여 풀면

$$Q_t=Q_0 \text{EXP}(-t/k) \quad (2.4)$$

가 된다. 또  $t=0$  일때 線形貯水池의 單位體積을 考慮하면  $S(0)=1$  이므로 이것을 식(2.1)에 적용하면

$$Q_0=1/k \quad (2.5)$$

가 되고 윗식을 다시 식(2.4)에 대입하면

$$Q(t)=1/k \text{EXP}(-t/k) \quad (2.6)$$

으로 나타낼 수 있으며 이 식을 NASH 와 線形貯水池 模型의 unit pulse 函數로 사용 하였다.

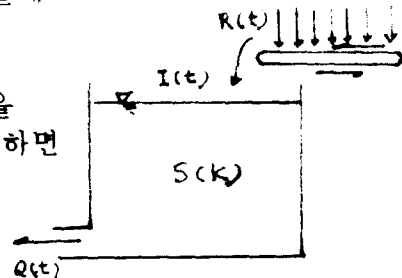


Fig. 2.1 Single linear reservoir model

## 2.2 NASH 模型의 理論

NASH(1957)는 線形貯水池 模型을 cascade化 하여 만든 것으로 우선 두개의 線形貯水池 貯留常數가  $K_1, K_2$  된다고 假定하여 첫번째 貯水池에서 瞬間單位函數(IUH)의 函數를 식(2.6)을 適用 두번째 貯水池로 routing되어 回旋된다고 하면

$$U(0, t)=\int_0^t Q(\tau) 1/k_2 \text{EXP}(-(t-\tau)/k_2) d\tau \quad (2.7)$$

이 되고  $Q(\tau)=(1/k_1) \text{EXP}(-\tau/k_1)$  이므로

$$U(0, t)=\int_0^t (1/k_1) \text{EXP}(-\tau/k_1) \cdot 1/k_2 \text{EXP}(-(t-\tau)/k_2) d\tau \quad (2.8)$$

이 되며 다시 이 식은

$$U(0, t)=1/(k_1-k_2)(\text{EXP}(t/k_1)-\text{EXP}(t/k_2)) \quad (2.9)$$

으로 變形할 수 있다. 같은 方法으로 cascade化 된 線形貯水池 模型의 IUH 를 誘導하면

$$U(0, t)=\int_0^t 1/k \text{EXP}(-\tau/k) \cdot 1/k \text{EXP}(-(t-\tau)/k) d\tau \\ =1/k \cdot (1-k) \text{EXP}(-t/k)=1/k(t/k) \text{EXP}(-t/k) \quad (2.10)$$

이 되며 여기서 cascade 된 線形貯水池 模型의  $k_1$  과  $k_2$  는 같으므로 同一化 하였다. 만약  $n$ 개의 貯水池일 경우

$$U(0, t)=1/k(t/k)^{n-1} \cdot 1/(n-1)! \cdot \text{EXP}(-t/k) \quad (2.11)$$

으로 나타낼 수 있으며  $(n-1)!$  代身 gamma  $\Gamma(n)$  函數로 代置하여 사용할 수 있다. Fig. 2.2

$$U(0, t)=1/k \text{EXP}^{-t/k} \cdot 1/\Gamma(n) \cdot \text{EXP}(-t/k) \quad (2.12)$$

### 2.3 平行線形貯水池模型(Parallel-linear reservoir model)의 理論

Fig.2.3에서 瞬間單位函(IUH)의 單位函數가  $U(0,t)=1/k \text{ EXP}(-t/k)$ 로 주어졌다면

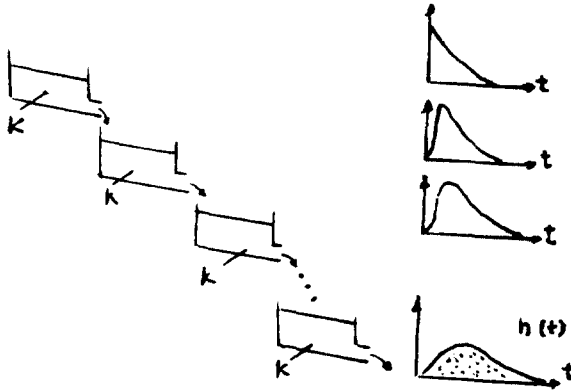


Fig.2.2 A cascade of linear reservoir

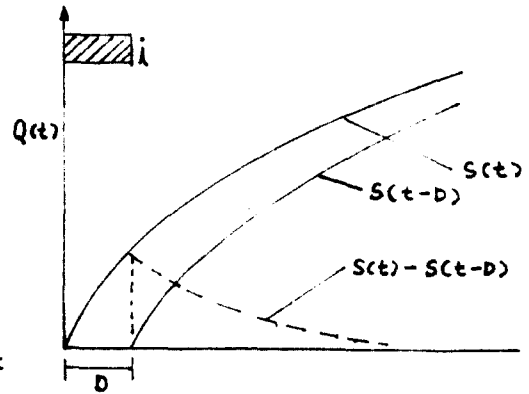


Fig.2.3 S-curve

$$S(t) = i/d \int_0^t U(0,t) dt \quad \text{----- (2.13)}$$

식에서  $i=1$ 을 適用하면

$$S(t) = 1/d \int_0^t 1/k \text{ EXP}(-t/k) dt = 1/d (1 - \text{EXP}(-t/k)) \quad \text{----- (2.14)}$$

가 된다. 이 식에서  $d$  時間만큼  $S$  曲線을 移動시키면

$$S(t-d) = 1/d (1 - \text{EXP}(-(t-d)/k)) \quad T \geq d \quad \text{----- (2.15)}$$

이 되고 다시 單位函  $U(d,t)$ 는

$$\begin{aligned} U(d,t) &= S(t) - S(t-d) = 1/d (1 - \text{EXP}(-t/k)) - 1/d (1 - \text{EXP}(-(t-d)/k)) \\ &= 1/d \text{ EXP}(-t/k) (\text{EXP}(d/k) - 1) \quad t \geq d \quad \text{--- (2.16)} \end{aligned}$$

으로 나타낼 수 있다. 그러므로  $d=1.0$ 시간을 적용할 경우

$$\begin{aligned} U(1,t) &= 1 - \text{EXP}(-t/k) & 0 < t <= 1 & ] \quad \text{----- (2.17)} \\ &= \text{EXP}(-t/k) (\text{EXP}(1/k) - 1) & t >= 1 & ] \end{aligned}$$

이 되며 單位函은 시간의 函數로써 瞬間單位 時間에 대한 一般式으로 나타내면

$$\begin{aligned} DUH &= \int_{t-1}^t U(d,t) dt = \int_{t-1}^t (1 - \text{EXP}(-t/k)) dt = k \text{ EXP}(-t/k) - (k-1) \quad t=1 \\ &= \int_{t-1}^t \text{EXP}(-t/k) (\text{EXP}(1/k) - 1) dt = k \text{ EXP}(-t/k) (\text{EXP}(1/k) - 1) \quad t=2,3,4 \quad \text{---} \end{aligned}$$

가 된다. 그러므로 SLR의 基本方程式은

$$DUH = \{ k \text{ EXP}(-t/k) - (k-1) \quad t=1 \quad \text{----- (2.18)}$$

$$DUH = \{ k \text{ EXP}(-t/k) (\text{EXP}(1/k) - 1) \quad t=2,3,4 \quad \text{---} \}$$

이 된다. 그리고 2-PLR(Two-parallel linear reservoir)模型의 基本方程式은

$$DUH = \{ 1/2 [k_1 \text{ EXP}(-t/k_1) - (k_1 - 1)] + 1/2 [k_2 \text{ EXP}(-t/k_2) - (k_2 - 1)] \quad t=1 \}$$

$$\{ 1/2 k_1 \text{ EXP}(-t/k_1) (\text{EXP}(1/k_1) - 1) + 1/2 k_2 \text{ EXP}(-t/k_2) (\text{EXP}(1/k_2) - 1) \quad t=2,3,4 \quad \text{---} \} \quad \text{--- (2.19)}$$

로 나타낼 수 있다. (Fig.2.4)

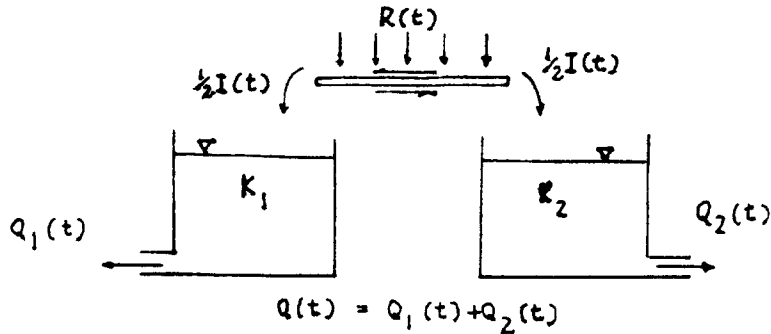


Fig.2.4 General runoff system of 2-PLR model

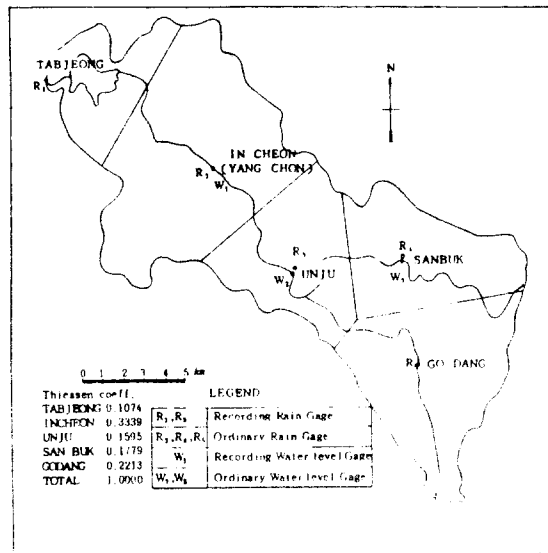


Fig.3.1 Map showing of TABJEONG

#### 2.4 適用된 模型의 媒介變數 算定

NASH 模型의 決定變數  $N, K$ 는 觀測된 降雨記錄-流出水文曲線으로 積率法에 의해 구하였으며 SLR와 2-PLR模型의 決定變數  $K_1$  과  $K_1, K_2$ 는 觀測된 水文曲線의 代表減水曲線(Master depression curve)을 이용하여 구하였다.

### 3. 使用資料 및 分析方法

#### 3.1 使用資料

本 分析에 適用된 対象流域은 錦江의 支流인 論山川 上流部에 築造된 塔亭貯水池의 集水流域( $CA=218.8KM^2$ )으로서 農業振興公社가 世界銀行에 塔亭池 물官理 指針書를 提出하기 위해 設置된 水文觀測所 資料를 引用하였다. 그러나  $W_2$ (UNJU)지점과  $W_3$ (SANBUK)지점의 水位觀測所는 普通水位標로서 時間別 資料가 不充分 하여 단지  $W_1$ (IN CHEON)지점의 自記水位 記錄置만을 이용 하였으며 時間別 降雨資料는 Thiessen網에 의거 面積雨量을 適用하였다.(Fig.3.1 参照)

### 3.2 直接流出量과 有効雨량의 分離.

Sampling한 流出量 記錄에서 直接流出과 有効雨量 分離은 水文曲線 減水部 變曲點 이후의 流量이  $Qt=Q_0 \text{EXP}(-t/k)$ 에 比例한다는 條件에서 流量-時間과의 水文曲線을 半代數紙에 프롯팅하여 물때急變點法으로 分離하였고 有効雨量은 初期損失과 一定損失雨量法으로 나누어 取하였다.

Table 4.1 Comparison of modelling parameters

Date	Applied model	Channel delay time	Parameters				Output			RMS	P	Depth of IUR (Cm)		
			Starting		Final		Observed	Computed	Error rate(%)					
			$k_1(k)$	$k_2(k)$	$k_1(h)$	$k_2(k)$								
7.12(83)	NASH	4	1,476	8,705	1,311	9,177	1.70	1.543	-11.1	12	12	0.0033	1.448	0.986
	SLR	4	16.8	-	11,405	-	1.70	1.511	+6.0	12	12	0.0027	0.501	0.993
	2-PLR	3	2.7	16.8	10,298	14,480	1.70	1.701	-2.0	12	12	0.0042	0.736	0.988
8.12(83)	NASH	4	1,700	8,965	1,315	12,104	0.71	0.687	+3.1	6	6	0.0027	1.086	0.976
	SLR	3	16.8	-	17,576	-	0.71	0.767	+8.3	6	6	0.0037	0.158	0.947
	2-PLR	3	2.7	16.8	15,900	16,585	0.71	0.827	+16.5	6	6	0.004	1.189	0.958
7.12(83)	NASH	3	1,125	5,069	1,007	5,213	4.79	4.84	+1.0	8	8	0.0058	1.65	0.997
	SLR	3	16.8	-	4,077	-	4.79	5.82	+21.5	8	8	0.0109	1.86	0.999
	2-PLR	3	2.7	16.8	3,317	9,857	4.79	4.685	-2.2	8	8	0.0056	1.509	0.977

①은 Parameter검정여 사용된 IUR  
②③④는 Nash-model의 Parameter인.

### 3.3 分析方法

本 分析에서는 論山 塔亭池 流域에서 觀測된 降雨-流出量 資料中 洪水 水文曲線이 比較的 뚜렷한 '81년 洪水記錄 3件을 Sampling하여 NASH模型의 變數 N, K는 積率法(Moment method)으로 그리고 SLR와 2-PLR模型의 變數는 代表 減水曲線(Master depression curve)방법으로 算定한  $k_1$  과  $k_2$ 값을 初期變數로 定하였다. 그리고 實測值에서 誘導된 各模型의 媒介變數는 模型化 (Modelling)하는 過程에서 RMS(Root mean square)값을 比較하여 가장最少值를 檢定하는 目的函數(Objective function)로 삼았으며 또 降雨 發生時間과 流出量과의 遲滯時間(Channel delay time)은 수로지체 時間으로 假定하여 1 시간씩 變化시켜 가면서 行하였다. (Table 4.1)

## 4. 檢討 및 考察

### 4.1 實測值와의 比較

3건의 洪水發生 記錄으로 水路遲滯 時間을 한시간씩 주면서 NASH模型과 SLR, 2-PLR 模型의 變數들을 模型化한 結果 水路遲滯 時間은 大部分의 降雨發生件에서 3시간 範圍로 나타났으며 RMS값은 0.002-0.005範圍(7/12 SLR 模型만 除外)로 比較的 모든 模型이 類似한 값으로 檢定되었다. 그리고 尖頭洪水量( $Q_p$ )의 誤差도 10% 未滿 이었으며 全体 瞬間單位函(IUH)體積도 0.95cm이상으로 나타났다. 그러나 實測值와 誘導된 模型의 結果值의 最終檢定은 RMS값으로 判別하였으며 S1洪水에서는 SLR模型의 瞬間單位函을 S2, S3

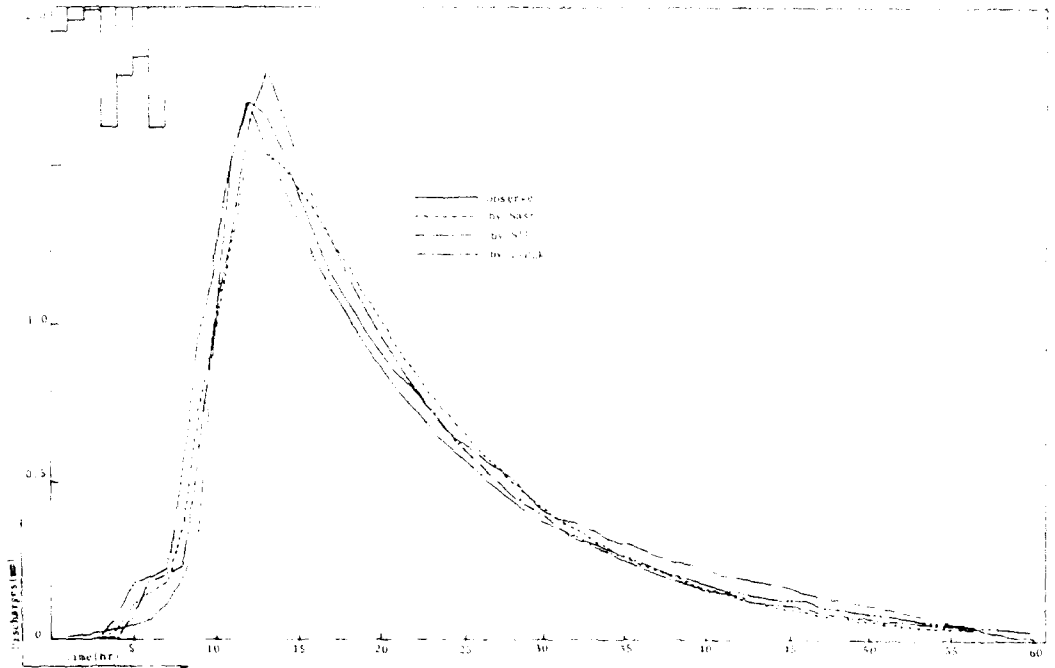


Fig.4.1 Observed & computed flood hydrograph for S1

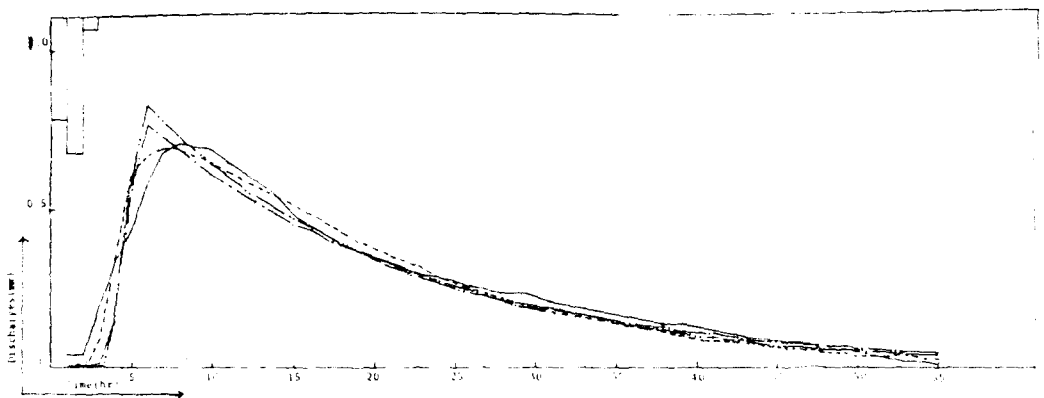


Fig.4.2 Observed & computed flood hydrograph for S2

洪水에서는 NASH와 2-PLR 모델의 瞬間單位圖를 複合降雨-流出記錄의 回旋檢定을 위한 標本IUH로 選定하였다. 그리고 Peak洪水量만을 比較할때 S1洪水에서는 2-PLR, S2, S3洪水에서는 NASH 모델이 잘 맞는 것으로 나타났다. (Table 4.1, Fig. 4.1-Fig. 4.3)

#### 4.2 模型의 媒介變數 檢定

4.1에서 選定된 RMS값이 가장 작은 模型의 瞬間單位圖로써 複合降雨-流出量 記錄에 回旋하여 실제로 각 模型이 實驗流域의 流出形態와 어느精度까지 一致하는가를 살펴 보았다. 즉 세가지 洪水에서 얻은 가장 適合한 3가지 模型의 瞬間單位圖를 長期間의 降雨에 回旋하여 多樣하게 나타난 실제

流出記録과 比較하여 봄으로서 금회 誘導된 模型의 媒介變數 適用与否를 檢討함과 함께 瞬間單位圖의 適合性도 검토 하였다. 그 結果 RMS값은 3개 模型 공히 0.003範圍로 나타났으며 SLR와 NASH模型의 相關性은 대단히 높았다. (Table 4.2)(Fig. 4.4)

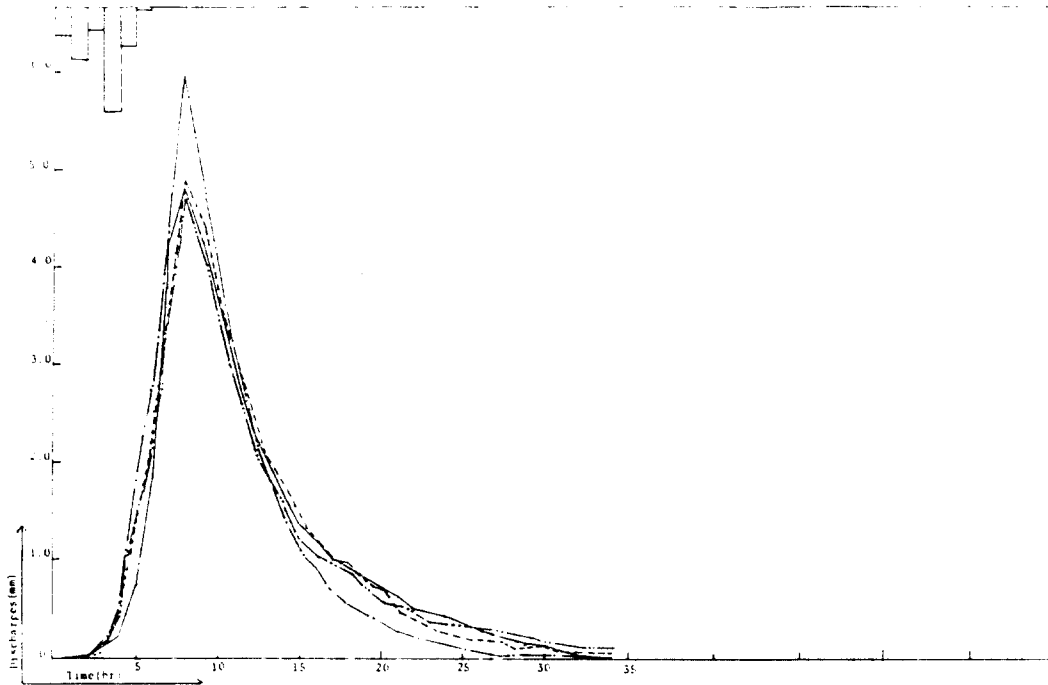


Fig. 4.3 Observed & computed flood hydrograph for S3

Table 4.2 Test of estimated parameters for complex hydrograph

Date	Type	Parameters		RMS	Observed ΣQ(mm)	Computed ΣQ (mm)	Error rate(%)	r
		K <sub>1</sub> (N)	K <sub>2</sub> (K)					
'84.7.1-7.5	S <sub>1</sub> , SLR	11.405	-	0.00362	109.96	103.52	-6.44	0.942
	S <sub>2</sub> , Nash	1.315	12.104	0.00324	109.96	103.47	-6.49	0.895
	S <sub>3</sub> , 2-PLR	3.317	9.857	0.00296	109.96	102.69	-7.27	0.771

( ) Nash-model parameters

## 5. 結論

이상과 같이 論山川 上流部에 位置한 塔亭池 流域의 實測된 時間別 降雨量과 自己水位計의 流出量 資料를 利用하여 NASH模型과 SLR, 2-PLR模型의 媒介變數들을 推定함과 同時에 誘導된 瞬間單位圖를 複合降雨에 回旋하여 檢討하였으며 그 結果를 要約하면 다음과 같다.

- 1) 今回 誘導된 3개 模型 공히 實測資料만 滿足하면 洪水流出解析에는 設計模型으로 충분히 活用할 수 있는 正確도가 檢定 되었다.
- 2) 洪水流出에 適用할 模型은 長期流出과는 달리 降雨-流出量 關係를 線形으로

模型化 하여도 滿足할 만한 結果를 얻을 수 있었다.

3) 實驗流域의 降雨-洪水 遲滯시간은 금회분석에서 概略적으로 3-4 hr 範圍로 나타났다.

4) S3洪水는 事前降雨가 많은 豪雨期間중 발취된 資料로서 瞬間單位圖 誘導에는 不適合 하였다.

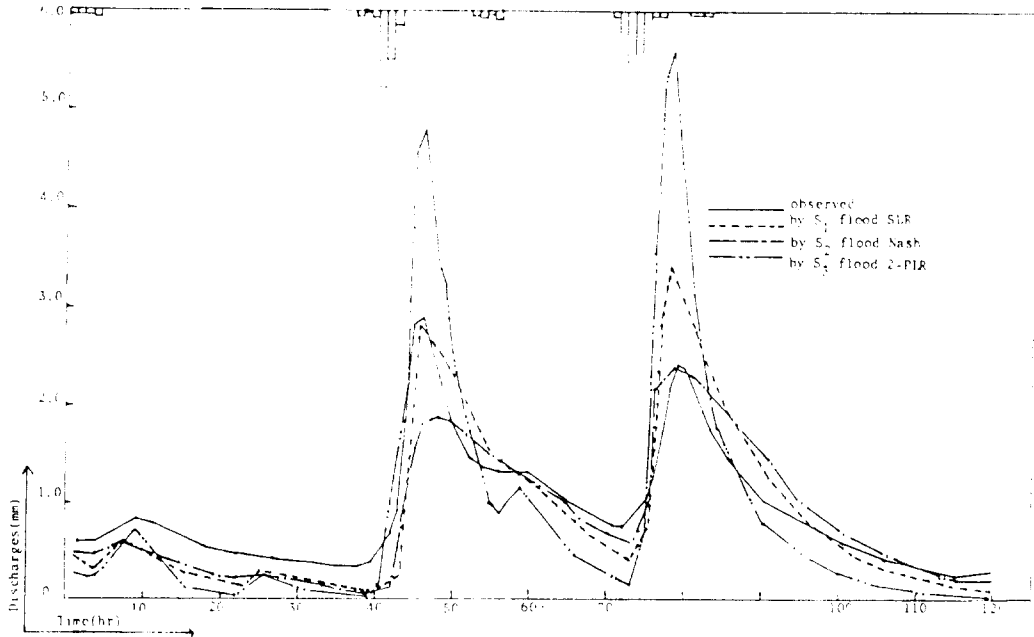


Fig.4.4 Test of complex hydrograph for estimated parameters

5) S1, S2洪水에서 얻은 各 模型의 媒介變數範圍는 NASH-model의 N, K값은  $N=1.3$ ,  $K=9.0-12.0$  그리고 平行線形貯水池 模型의 K값은 10-17 범위로 나타났다. (table 4.1)

짧은 기간('83.6-'84.12)동안 觀測된 資料이므로 不充分하여 여러면으로 分析해 보지 못한점이 아쉽다. 앞으로 自然發生的인 水文現象의 正確한 糾明은 계속적인 觀測없이는 불가능 하다는점과 우리나라에서도 實驗流域을 擴大 選定하여 外國에서 發表된 여러 模型의 媒介變數를 流域特性에 맞게 誘導하여야 할 것으로 思料된다.