

# 多變量 AR(1) 模型에 의한 月流量의 模擬發生

- 남한강 상류유역을 중심으로 -

延世大學校 土木工學科 教授 李元煥

延世大學校 土木工學科 大學院 沈在鉉

延世大學校 土木工學科 大學院 安時權

## 1. 序 論

수자원 개발에 대한 계획 및 수공구조물의 설계에는 과거의 수문자료를 기초로 한 해석이 필요하며 강수나 홍수같은 수문현상은 자연계에 있어서 확률적 인자에 의해 많은 영향을 받기 때문에 이를 고려한 推計學的 解析技法의 개발이 절실히 필요하게 되었다.

본 연구에서는 이러한 추계학적 해석기법으로 미래의 월유량 사상을 모의발생 하였다. 일반적으로 水文時系列에 대한 模擬發生解析技法에는 단일지점의 해석에 의한 일변량 모형(univariate model)과 동일유역 다지점의 동시해석을 가능케 해주는 다변량 모형(multivariate model) 및 disaggregation 모형 등 여러가지가 있다.

본 연구에서는 이러한 모형중에서 多變量 自己 1次 回歸 模型 (multivariate autoregressive first order : [AR(1)] model)을 사용하여 남한강 동일유역의 4개 지점의 월유량 사상을 모의발생 하였다. 또한 이 모형의 유용성을 검토하기 위해 일변량 모형 중에서 월유량사상에 적합한 것으로 알려진 Thomas - Fiering 모형은 같은 자료에 적용, 모의발생하여 그 통계적 특성치들을 비교분석 하였다. 다변량 모형은 동일유역 각 지점간의 공간적, 시간적 共線形性(colinearity)를 유지하면서

수문사상을 모의발생할 수 있기 때문에 유역전반에 걸친 특성을 고려한 시스템의 계획, 설계에 적합할 것으로 사료된다.

## 2. 基本資料

본 연구에서 사용된 자료는 남한강 상류 4개 지점 (단양, 영월, 정선, 평창)의 월 유량자료로 이는 한국수문조사년보, 한국수문조사서, 한국하천조사서에서 일수위 자료를 수집, 수위-유량 관계곡선으로 부터 월유량 시계열을 적출한 것이다. 다변량 모형의 적용을 위해 기본자료는 대상지점간의 시간적인 공선형성을 유지해야 하기 때문에 각 지점의 수위관측자료 기록년이 공존하는 최대년수로 1962-1985년 까지를 택하였다. 그러나 평창 지점의 수위-유량곡선에는 60년대 초기자료를 적용할 수 없었기 때문에 기존의 곡선식을 기초로 국제수문조사계획(IHP)대표유역연구조사서에 수록된 수위-유량 실측치를 이용, 다중회귀분석을 하여 수정하였다.

## 3. 理論解析

### 1) 正規性 (normality)

본 연구에서는 자료를 정규화시키기 위해 기존의 방법에서 계산이 용이한 왜곡도기법 (skewness test)를 사용하였다.

$$s = \frac{(1/N) \sum_{t=1}^N (x_t - \bar{x})^3}{[(1/N) \sum_{t=1}^N (x_t - \bar{x})^2]^{3/2}} \dots \dots \dots (1)$$

여기서 N은 자료수,  $\bar{x}$  는 표본평균 (sample mean)이다.

만약 자료가 정규성을 가진다면 평균이 0 이고 분산이 6/N에 근사하는 정규분포가

된다.

따라서 信賴限界 (confidence limit)는 다음 식으로 나타난다.

$$\left[ -U_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{(6/N)}, U_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{(6/N)} \right] \dots \dots \dots (2)$$

여기서 有意水準 (level of significance)에 대해  $U_{1-\frac{\alpha}{2}}$ 는 표준정규분포에서  $1 - \alpha/2$ 에 해당하는 값이다.

## 2) Fourier 解析

자연적인 수문현상은 주기성을 띠며 확률적 요소를 가진다. 따라서 수문사상의 주기성과 무작위성은 모형화기법에서 중요한 인자가 되며 주기성은 평균, 표준편차, 계열상관계수 등 여러 통계량에서 나타나므로 Fourier 해석을 통해 규명해야 하겠다.

월별 평균치의 주기성분은 다음 식으로 나타낼 수 있다.

$$\mu_{\tau}^{(i)} = \mu^{(i)} + \sum_{k=1}^6 \left( A_k^{(i)} \cos \frac{2\pi\tau k}{\omega} + B_k^{(i)} \sin \frac{2\pi\tau k}{\omega} \right) \dots \dots \dots (3)$$

$A_k, B_k$ 는 調和係數 (harmonic coefficient)로

$$A_k^{(i)} = (2/\omega) \sum_{\tau=1}^{\omega} \mu \cos \frac{2\pi\tau k}{\omega} \dots \dots \dots (4)$$

$$B_k^{(i)} = (2/\omega) \sum_{\tau=1}^{\omega} \mu \sin \frac{2\pi\tau k}{\omega} \dots \dots \dots (5)$$

$$\mu^{(i)} = (1/\omega) \sum_{\tau=1}^{\omega} \mu_{\tau}^{(i)} \dots \dots \dots (6)$$

위와 마찬가지로 월별 표준편차도 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\sigma_{\tau}^{(i)} = \sigma^{(i)} + \sum_{k=1}^6 \left( {}_s A_k^{(i)} \cos \frac{2\pi\tau k}{\omega} + {}_s B_k^{(i)} \sin \frac{2\pi\tau k}{\omega} \right) \dots \dots \dots (7)$$

여기서  $A_k, B_k$  는 식(3)에서  $\mu_t^{(i)}$  대신  $\sigma_t^{(i)}$ 를 대입하면 구할 수 있다.

원 시계열  $y_{v,t}$ 의 평균  $\mu_t$ 와 표준편차  $\sigma_t$ 에 있어서의 주기성분은 다음 식에 의해 제거할 수 있다.

$$Z_{v,t} = \frac{y_{v,t} - \mu_t}{\sigma_t} \dots \dots \dots (8)$$

윗 식은 Young-Pisano 의 잔차기법으로 보통 윗식에 의해 정상화된 계열은 평균 0, 분산 1에 근사하나 정상화되지 않을 경우 한번 더 정상화하게 되는데 이를 Fitted  $Z_t$  series 라 한다.

### 3. 相關分析

계열 상관계수 (serial correlation coefficient)  $\Gamma_k$  는  $k$  만큼 지체된 시계열의 자체 변량사이에 존재하는 상관성의 척도를 나타낸다.

$$\Gamma_k = \frac{\sum_{t=1}^{N-k} (Z_t - \bar{Z}_t) (Z_{t+k} - \bar{Z}_{t+k})}{[\sum_{t=1}^{N-k} (Z_t - \bar{Z}_t)^2 \cdot \sum_{t=1}^{N-k} (Z_{t+k} - \bar{Z}_{t+k})^2]^{1/2}} \dots \dots \dots (9)$$

또한  $i$  지점 시계열  $Z_t^{(i)}$ 와  $j$  지점의 시계열  $Z_{t+k}^{(j)}$ 사이의 지체수  $k$  일때 相互相關係數 (cross correlation coefficient)  $\Gamma_k^{ij}$  는 다음 식으로 정의된다.

$$\Gamma_k^{ij} = \frac{\sum_{t=1}^{N-k} (Z_t^{(i)} - \bar{Z}_t^{(i)}) (Z_{t+k}^{(j)} - \bar{Z}_{t+k}^{(j)})}{[\sum_{t=1}^{N-k} (Z_t^{(i)} - \bar{Z}_t^{(i)})^2 \cdot \sum_{t=1}^{N-k} (Z_{t+k}^{(j)} - \bar{Z}_{t+k}^{(j)})^2]^{1/2}} \dots \dots \dots (10)$$

여기서  $\bar{Z}_t^{(i)}$ 는  $i$ 지점의 처음  $N-k$ 개의 시계열 평균,  $\bar{Z}_{t+k}^{(j)}$ 는 마지막  $N-k$ 개 시계열의 평균을 나타낸다.

#### 4. 模擬發生 模型

##### 1) Thomas-Fiering 모형

$$Q_{v,t} = \mu_t - \frac{\Gamma(\tau)S(\tau)}{S(\tau-1)} Q_{v,t-1} + t_{v,t} S(\tau) \sqrt{(1-\Gamma^2(\tau))} \dots \dots \dots (11)$$

여기서  $Q_{v,t}$ 는  $v$ 년  $\tau$ 월의 모의발생치,  $\mu$ 는  $\tau$ 월 평균,  $S$ 는  $\tau$ 월 분산이며  $\Gamma(\tau)$ 는  $\tau$ 월과  $\tau-1$ 월간의 1차계열상관계수이고  $t_{v,t}$ 는 표준정규분포의 난수를 나타낸다.  $Q$ 가 대수를 취한 값에 대한 발생치라면 실제 모의발생치는  $\exp(Q)$ 가 된다. 여기서  $\Gamma(\tau)$ 는 다음 식으로 구하게 된다.

$$\Gamma(\tau) = \frac{\sum Q_{v,t} Q_{v,t-1} - p \mu_t \mu_{t-1}}{S(\tau)S(\tau-1)(p-1)} \dots \dots \dots (12)$$

##### 2) 다변량 AR(1) 모형

$$Z_t = AZ_{t-1} + B \epsilon_t \dots \dots \dots (13)$$

여기서  $A, B$ 는 상호상관계수를 모수로 갖는  $(n \times n)$ 행렬이며  $Z_t$ 는  $(n \times 1)$ 행렬의 시계열,  $\epsilon_t$ 는  $(n \times 1)$ 의 잔차계열이고  $n$ 은 지점의 수를 나타낸다.

$$A = M_1 M_0^{-1} \dots \dots \dots (14)$$

$$D = BB^T = M_0 - A M_1^T \dots \dots \dots (15)$$

$M_0 = E[Z_t Z_t^T]$ ,  $M_1 = E[Z_{t+1} Z_t^T]$ 로 상호상관계수를 모수로 갖는 행렬식이다.

식 (15)의  $D$ , 즉  $BB^T$ 는 동일행렬의 전치행렬(transpose)와의 곱인 Gramian matrix로  $B$ 행렬로 분해하는 연산은 다음과 같다.

$$b^{ij} = d^{jk} / b^{kj} \quad j=1, 2, 3, 4$$

$$b^{ij} = [d^{ij} - \sum_{k=i}^{j-1} (b^{jk})^2]^{1/2} \quad j=2, 3, 4, \quad i=j \dots \dots \dots (16)$$

$$b^{ij} = [d^{ij} - \sum_{k=i}^{j-1} b^{jk} b^{ik} - b^{ij}] \quad j=2, 3 \quad i=j-1$$

5. 結果分析

1) 지점별 분석

월유량사상의 주기성을 판별하기 위해 자기상관계수로 부터 얻어진 Correlogram 은 그림 1~4 로서 12개월 주기가 뚜렷하게 존재함과 동시에 비정상 시계열임을 알 수 있다.

왜곡도계수는 식 (1)에 의해 구한 결과 원시계열은 비정규성을 나타내고 있어 이를 정규화시키기 위해 자연대수를 취하고 식(8)로 정상화된 시계열 Fitted Z series 로 변환하였다. 그리고 월별 평균치와 표준편차의 주기적 영향을 고려하기 위해 Fourier 분석을 행한 결과 조화계수  $A_k, B_k$  는 표 1과 같았고 이를 사용하여 평균과 표준편차를 수정하였다.

2) 다지점 분석

위와 같은 결과를 기초로 4개 지점의 모형화에 필요한 모수행렬을 구한 것이 표 2이며 지체수가 0일 때 대칭행렬을 이루며 상호상관성이 비교적 크게 나타난 것은 다변량 모형의 적용 타당성을 입증해 주는 것으로 사료된다. 그리고 이 2개의 상관 계수 행렬을 기초로 식 (14)~(16)에서 A, B 행렬을 구한 결과가 표 3 이다.

6. 結 論

이상과 같이 결정된 다변량 AR(1)모형과 Thomas-Fiering모형으로 100년간의 월유량사상을 모의발생하였고 난수의 초기치 영향으로 생길 수도 있는 편기성(biasedne-

ss)을 고려하여 처음 50년 사상을 제거하고 후반부 50년간의 계열을 모의발생계열로 취하여 그림 1~4같은 Correlogram과 표 4~7의 각 지점별 기본통계치로 두 모형을 비교한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 1) 대상지점의 월유량사상의 적정 분포형은 왜곡도 계수 검토 결과 대수정규분포가 높은 적합성을 나타내었다.
- 2) 실측 월유량사상과 다변량 AR(1)모형 및 Thomas-Fiering모형에 의해 모의발생된 월유량사상의 Correlogram을 비교한 결과 12개월 주기가 뚜렷하게 나타났고 비정상 시계열임을 알 수 있었다.
- 3) 실측 월유량사상과 다변량 AR(1)모형 및 Thomas-Fiering모형에 의해 모의발생된 월유량사상의 기본통계치를 비교한 결과 다변량 AR(1)모형이 해당구역에서 비교적 Thomas-Fiering 모형에 비해 높은 정도를 나타내었다.
- 4) 대상지점의 상호상관성을 검토한 결과 동일수계 지점의 공선형성이 크게 나타났기 때문에 다변량 모형이 합리적인 것으로 사료된다.

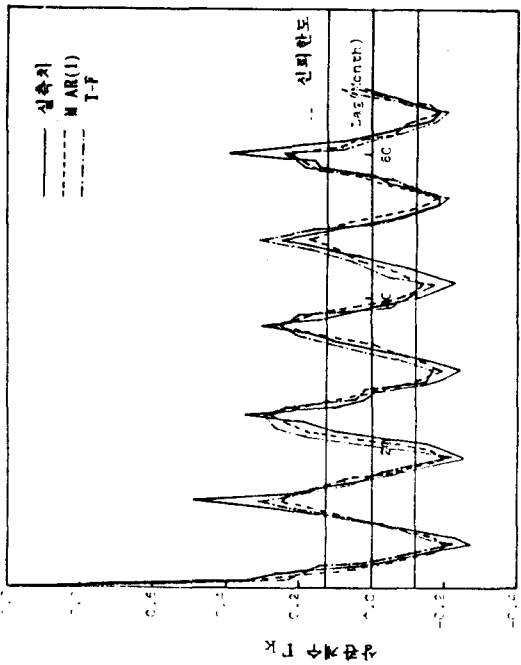


그림 1. 단양지점의 일출치와 모의발생치의 Correlogram비교

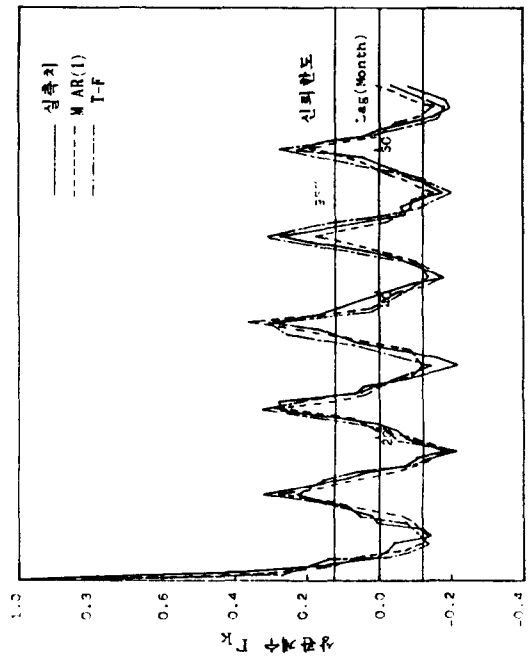


그림 2. 광안지점의 일출치와 모의발생치의 Correlogram비교

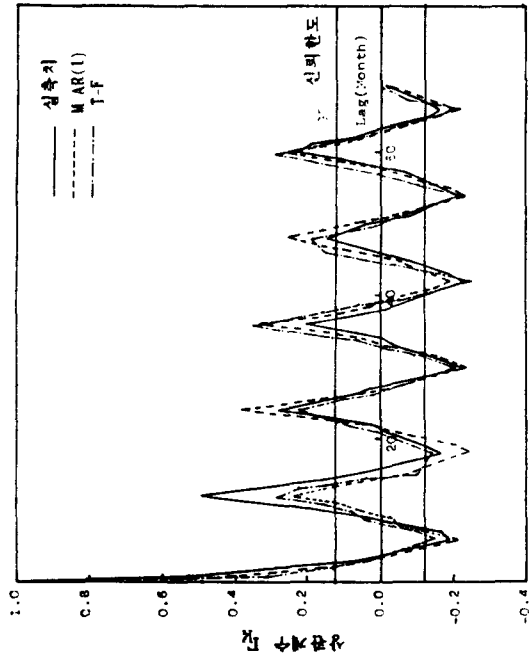


그림 3. 영월지점의 일출치와 모의발생치의 Correlogram비교

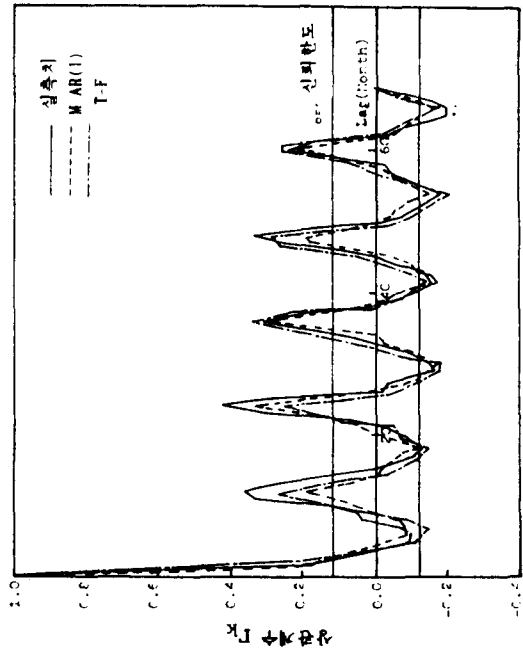


그림 4. 평양지점의 일출치와 모의발생치의 Correlogram비교



표 1. 지점별 평균, 표준편차의 조화계수

Station		Danyang		Jeongseon		Yeongweol		Pyungchang	
Harmonic		Mean	STD	Mean	STD	Mean	STD	Mean	STD
1	A	-1.428	0.142	1.184	0.306	-0.487	-0.084	-0.487	0.040
	B	-0.156	0.045	-0.486	0.042	-0.316	-0.075	-0.387	-0.025
2	A	-0.476	0.196	-0.463	0.021	-0.145	0.033	-0.122	-0.045
	B	0.119	-0.036	0.079	-0.007	0.055	0.033	0.248	-0.082
3	A	0.279	-0.111	0.385	-0.075	0.226	0.014	0.165	0.081
	B	0.034	0.077	-0.030	-0.077	-0.047	-0.035	-0.096	0.029
4	A	0.029	0.024	-0.050	0.037	-0.054	0.017	-0.015	0.048
	B	0.107	0.038	0.067	-0.010	0.084	0.024	0.069	-0.030
5	A	-0.078	0.112	0.086	-0.076	0.047	-0.017	0.021	-0.018
	B	-0.139	0.013	-0.175	-0.066	-0.116	-0.056	-0.110	-0.007
6	A	-0.158	0.014	-0.158	0.079	-0.097	-0.011	-0.103	0.071
	B	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

STD : 표준편차

표 2. 지채수별 상호상관계수

Station	Danyang		Jeongseon		Yeongweol		Pyungchang	
Station	M <sub>1</sub>	M <sub>2</sub>	M <sub>1</sub>	M <sub>2</sub>	M <sub>1</sub>	M <sub>2</sub>	M <sub>1</sub>	M <sub>2</sub>
Danyang	1.000	0.462	0.320	0.202	0.338	0.122	-0.040	-0.138
Jeongseon	0.320	0.244	1.000	0.486	0.121	-0.015	0.002	-0.168
Yeongweol	0.338	0.664	0.121	-0.136	1.000	0.610	0.309	0.209
Pyungchang	-0.040	-0.080	0.002	-0.119	0.309	0.174	1.000	0.658

표 3. A, B 행렬의 원소

Station	Danyang		Jeongseon		Yeongweol		Pyungchang	
	A	B	A	B	A	B	A	B
Danyang	0.435	1.140	0.062	0.000	0.006	0.000	-0.123	0.000
Jeongseon	0.114	-0.256	0.457	1.204	-0.064	0.000	-0.145	0.000
Yeongweol	0.024	-0.511	-0.219	-0.279	0.623	1.533	0.018	0.000
Pyungchang	0.012	0.023	-0.115	-0.241	-0.013	-0.322	0.662	1.432

표 4. 관측치와 다변량 AR(1) 모형 및 Thomas-Fiering 모형에 의한 모의 발생치의 단항 지검 기본통계치 비교

Month	Statistics	Mean		Standard dev.		Skewness	
		A.V.	R.E.	A.V.	R.E.	A.V.	R.E.
1	Historical	28.45		38.65		1.75	
	T-F Model	25.54	10.23	38.78	155.58	6.47	289.71
	Multl AR(1)	13.40	52.90	15.74	59.28	1.64	6.29
2	Historical	29.83		40.87		1.37	
	T-F Model	10.07	66.24	19.35	51.19	3.05	122.63
	Multl AR(1)	28.47	4.56	48.08	17.64	2.75	100.73
3	Historical	64.54		66.62		1.06	
	T-F Model	50.02	22.50	99.85	49.88	4.31	306.60
	Multl AR(1)	100.78	56.15	187.15	180.92	3.81	259.43
4	Historical	157.37		189.84		1.99	
	T-F Model	138.63	11.91	320.65	68.91	5.63	182.91
	Multl AR(1)	237.30	51.17	433.90	128.56	4.34	118.09
5	Historical	119.30		130.18		1.27	
	T-F Model	114.30	4.67	300.37	130.73	4.38	292.13
	Multl AR(1)	156.46	30.49	212.59	63.30	1.96	54.33
6	Historical	133.43		172.31		1.30	
	T-F Model	145.17	8.80	502.91	191.86	6.32	232.63
	Multl AR(1)	234.50	75.75	448.12	160.07	3.25	71.05
7	Historical	213.18		251.14		1.45	
	T-F Model	160.11	24.89	349.67	39.23	4.32	197.93
	Multl AR(1)	177.02	16.36	267.58	6.55	3.48	140.00
8	Historical	135.97		120.45		1.07	
	T-F Model	114.17	16.03	194.14	61.18	4.66	337.38
	Multl AR(1)	124.10	8.73	120.57	0.10	1.67	56.07
9	Historical	141.01		200.38		2.07	
	T-F Model	123.37	12.51	305.72	52.57	5.89	184.54
	Multl AR(1)	123.30	12.56	224.32	11.95	4.88	135.75
10	Historical	33.81		53.03		2.05	
	T-F Model	35.03	3.61	131.63	147.94	6.44	214.15
	Multl AR(1)	31.71	6.21	92.25	73.76	5.79	182.44
11	Historical	19.79		40.64		2.78	
	T-F Model	15.20	23.19	48.47	19.27	6.22	123.74
	Multl AR(1)	13.23	33.15	21.57	46.92	2.98	7.19
12	Historical	18.52		33.42		2.48	
	T-F Model	20.68	11.66	78.11	133.72	6.27	152.82
	Multl AR(1)	12.74	31.21	25.37	24.09	3.16	27.42

A.V. : 절대값.

R.E. : 상대오차 (%)

표 5. 관측치와 다변량 AR(1) 모형 및 Thomas-Fiering 모형에 의한 모의 발생치의 장항 지검 기본통계치 비교

Month	Statistics	Mean		Standard dev.		Skewness	
		A.V.	R.E.	A.V.	R.E.	A.V.	R.E.
1	Historical	5.64		5.95		1.68	
	T-F Model	6.34	12.59	18.26	206.89	6.09	262.50
	Multl AR(1)	7.49	32.80	7.99	34.29	1.23	26.79
2	Historical	8.51		7.40		1.30	
	T-F Model	10.65	25.15	32.52	339.46	5.82	347.69
	Multl AR(1)	15.59	83.20	42.41	473.11	6.40	392.31
3	Historical	17.71		18.68		2.77	
	T-F Model	20.51	15.81	56.23	201.02	6.04	118.05
	Multl AR(1)	18.82	6.27	22.43	20.07	2.69	2.89
4	Historical	49.05		53.64		1.65	
	T-F Model	44.90	8.46	91.19	70.00	5.49	232.73
	Multl AR(1)	53.94	9.97	65.58	22.26	1.98	20.00
5	Historical	26.04		20.17		1.30	
	T-F Model	22.15	14.94	28.92	43.38	4.21	223.85
	Multl AR(1)	27.47	5.49	20.10	0.35	1.82	40.00
6	Historical	23.98		33.56		2.43	
	T-F Model	25.35	10.12	54.07	61.11	5.77	137.45
	Multl AR(1)	19.98	23.09	27.39	18.38	3.68	51.44
7	Historical	73.03		52.40		0.63	
	T-F Model	68.54	6.15	112.95	115.55	5.10	709.52
	Multl AR(1)	84.22	15.32	101.08	92.90	2.57	307.94
8	Historical	68.74		49.58		0.49	
	T-F Model	65.38	4.89	96.86	95.36	4.73	865.31
	Multl AR(1)	69.68	1.37	83.08	67.57	3.40	593.88
9	Historical	69.13		90.77		2.88	
	T-F Model	62.61	9.43	146.38	61.93	5.79	101.04
	Multl AR(1)	85.24	5.63	82.70	8.89	3.84	33.33
10	Historical	16.58		22.36		1.88	
	T-F Model	15.86	4.34	47.87	114.07	6.14	226.60
	Multl AR(1)	18.22	9.89	35.13	57.11	3.88	106.38
11	Historical	11.22		15.21		2.20	
	T-F Model	13.35	18.98	46.63	206.57	6.18	180.91
	Multl AR(1)	9.49	15.42	12.34	18.87	1.90	13.64
12	Historical	7.45		9.11		1.80	
	T-F Model	6.91	7.25	15.31	68.06	3.55	97.22
	Multl AR(1)	5.78	22.42	6.37	23.49	1.89	5.00

A.V. : 절대값.

R.E. : 상대오차 (%)

표 6. 관측치와 다변량 AR(1) 모형 및 Thomas-Fiering 모형에 의한 모의 발생치의 영률 지점 기본통계치 비교

Month	Statistics	Mean		Standard dev.		Skewness	
		A. V.	R. E.	A. V.	R. E.	A. V.	R. E.
1	Historical	60.13	33.23	2.13			
	T-F Model	53.98	10.23	27.07	18.54	0.47	
	Multif AR(1)	59.76	0.62	26.02	21.70	0.99	53.52
2	Historical	58.58	24.76	0.95			
	T-F Model	46.63	21.74	26.93	8.76	1.28	265.71
	Multif AR(1)	81.21	36.30	24.27	1.98	1.31	274.29
3	Historical	84.47	36.64	0.61			
	T-F Model	69.06	18.24	39.25	7.12	1.46	139.34
	Multif AR(1)	81.21	3.80	37.15	1.39	1.03	68.85
4	Historical	161.80	88.70	0.60			
	T-F Model	144.21	10.87	93.23	5.17	2.70	350.00
	Multif AR(1)	163.69	1.17	89.70	1.13	1.61	168.33
5	Historical	119.51	63.06	1.64			
	T-F Model	92.71	22.37	56.93	9.88	1.38	15.85
	Multif AR(1)	128.07	7.16	52.46	16.81	1.14	30.48
6	Historical	126.44	131.58	2.80			
	T-F Model	100.61	20.43	93.30	29.09	3.51	25.36
	Multif AR(1)	114.09	9.77	78.78	40.13	1.43	48.93
7	Historical	236.65	220.21	1.72			
	T-F Model	251.51	15.22	281.38	27.78	3.81	121.51
	Multif AR(1)	313.13	5.58	256.72	16.58	1.75	1.74
8	Historical	230.80	198.81	3.15			
	T-F Model	197.77	14.31	141.82	28.67	2.95	6.35
	Multif AR(1)	249.36	8.30	209.89	5.57	2.88	8.57
9	Historical	198.15	114.03	0.77			
	T-F Model	177.60	10.37	132.86	16.51	3.02	292.21
	Multif AR(1)	202.72	2.31	107.36	5.85	1.46	89.61
10	Historical	90.21	49.40	2.41			
	T-F Model	86.22	11.07	43.46	12.02	2.30	4.56
	Multif AR(1)	84.65	5.94	38.91	21.23	1.06	56.02
11	Historical	84.89	57.18	1.58			
	T-F Model	67.89	20.03	49.45	13.52	2.15	36.08
	Multif AR(1)	76.42	9.98	38.01	33.53	0.87	44.94
12	Historical	70.85	41.35	1.63			
	T-F Model	46.36	34.57	32.09	22.39	1.40	14.11
	Multif AR(1)	73.20	3.32	40.39	2.32	1.21	25.77

A. V. : 절대값. R. E. : 상대오차 (%)

표 7. 관측치와 다변량 AR(1) 모형 및 Thomas-Fiering 모형에 의한 모의 발생치의 평균 지점 기본통계치 비교

Month	Statistics	Mean		Standard dev.		Skewness	
		A. V.	R. E.	A. V.	R. E.	A. V.	R. E.
1	Historical	14.48	10.14	0.57			
	T-F Model	12.48	13.81	17.56	73.18	4.34	661.40
	Multif AR(1)	17.03	17.61	22.07	117.65	4.28	650.80
2	Historical	15.10	10.18	0.65			
	T-F Model	4.66	69.14	3.22	68.37	0.64	1.54
	Multif AR(1)	17.43	15.43	17.33	70.24	2.15	230.77
3	Historical	17.40	11.93	0.69			
	T-F Model	8.55	50.86	11.25	5.70	2.12	2255.56
	Multif AR(1)	25.97	44.08	33.10	177.45	3.05	3288.89
4	Historical	29.74	27.01	1.27			
	T-F Model	14.68	50.64	22.12	18.10	2.29	80.31
	Multif AR(1)	40.85	37.36	47.92	77.42	2.38	87.40
5	Historical	21.80	19.68	1.79			
	T-F Model	15.35	29.59	21.40	8.74	2.88	49.72
	Multif AR(1)	21.74	0.28	18.82	4.37	1.60	10.61
6	Historical	24.30	20.42	1.81			
	T-F Model	19.05	21.60	26.61	30.31	3.33	83.98
	Multif AR(1)	21.90	9.88	20.12	1.47	2.01	11.05
7	Historical	63.59	40.84	1.07			
	T-F Model	56.17	11.67	62.81	53.80	4.01	274.77
	Multif AR(1)	67.40	5.99	43.70	7.00	1.33	24.30
8	Historical	58.44	43.26	0.67			
	T-F Model	58.03	0.70	111.61	158.00	5.42	708.96
	Multif AR(1)	65.42	11.94	77.97	80.24	2.95	325.37
9	Historical	42.41	39.82	1.74			
	T-F Model	31.62	25.44	51.33	28.91	3.11	78.74
	Multif AR(1)	56.02	32.09	62.48	56.91	2.44	40.23
10	Historical	19.00	13.39	0.36			
	T-F Model	15.30	19.47	23.64	76.55	3.47	863.89
	Multif AR(1)	25.50	34.21	32.28	141.08	3.34	827.78
11	Historical	17.81	12.48	0.42			
	T-F Model	4.37	72.66	3.54	71.63	2.83	2.38
	Multif AR(1)	22.28	25.10	26.80	114.74	2.80	566.67
12	Historical	14.77	11.01	0.45			
	T-F Model	11.48	22.27	18.49	67.94	2.36	424.44
	Multif AR(1)	20.17	36.56	25.90	155.33	3.12	593.33

A. V. : 절대값. R. E. : 상대오차 (%)