

# 漢江水系에 있어서 分解模型에 의한

## 模擬 月流量 發生

(A Generation of Synthetic Monthly  
Streamflows in the Han River Basin by  
Disaggregation Model)

姜 官 秀 鮮于仲皓

### 1 . 序 論

水資源시스템의 합리적인 分析, 개발계획과 운영 및 설계를 위하여 충분한 량의 水文資料가 필요하나, 실제로는 한정된 짧은 기간의 과거기록치밖에 없는 경우가 대부분이므로 이와같은 短期間의 자료로부터 統計的 因子를 推出하고 자료의 推計學的 特性을 파악한 후 그자료의 특성에 알맞는 추계학적 모형 ( Stochastic Model )을 택하여 장기간의 수문자료를 얻어내어 보다 개선된 시스템分析을 실시하고자 하는 것이 자료의 모의발생하는 중요한 目的이다.

1973년, Valencia와 Schaake는 장기간, 단기간 특성치가 잘 보존되는, 즉, FFGN모형에 의해서 장기간 단위자료를 발생하여 단기간 단위로 分解模型 ( Disaggregation model )을 제안하였다. 이 모형은 그 이후 여러 학자에 의해서 研究가 계속되고 있으며 앞으로 많은 적용이 있으리라고 본다.

本研究에서는 1917 ~ 1940년 까지 24年間 漢江流域의 실측자료를 이용하여 多地點 ( Multisite ) AR(1)模型으로서 年流量을 발생시키고, 발생한 연유량을 이용하여 분해모형식에 의해 월유량을 발생시킨 다음에 통계학적 특성치를 실측자료와 비교검토하여 본연구에 사용한 모형들이 국내하천에서 유량자료 확장의 적용가능성을 검토하고자 한다.

## 2 . 다지점 AR (1) 모형

### 2 . 1 . 수학적 모형 ( Mathematical Model )

$n$ 을 계열의 수라 하고  $i$ 가 1에서  $n$ 까지 변하는 상수라 할 때 다지점 정상계열 ( Stationary Multisite Series )  $z_t^{(i)}$ 을 표준화된 변수 ( Standardized variables )라면 다지점 AR(1)모형의 수학적 기본식은 다음과 같이 표시되어 간다.

$$Z_t = A_1 Z_{t-1} + B \varepsilon_t \dots\dots\dots ( 2 . 1 )$$

여기에서,  $Z_t$ 는  $z_t^{(i)}$ 요소들의  $(n \times 1)$ 벡터이고  $A_1, B$ 는  $(n \times n)$ 매개변수 행렬이다. 또,  $\varepsilon_t$ 는 서로 독립적이고 평균이 0, 분산이 1인 정규분포를 따르는 무작위 변수 ( random variables )의  $(n \times 1)$ 벡터이다.

### 2 . 2 . 모형 매개변수의 추정 ( Estimation of Model Parameters )

식 ( 2 . 1 )로 표시된 다지점 AR(1)모형의 매개변수  $A_1, B$ 는 다음과 같이 구한다.

$$A_1 = M_1 M_0^{-1} \dots\dots\dots (2.2)$$

$$B B^T = M_0^{-1} M_1 M_0^{-1} M_1^T \dots\dots\dots (2.3)$$

### 2.3. 적합도 검정

본 연구에서 적합도 검정으로 이용한 방법은 다음과 같으며 결과에 대한 언급은 결과분석에 가서 하겠다.

각각의 자료의 상관관계를 알아보기 위하여 원자료와 모의발생된 자료의 상관도를 그려서 비교하여 보았고, 잔차(residual)의 오차를 (2.3)식에 의하여 구한다음 상관행렬  $M_0(\epsilon)$ 을 구하여 공간의 독립성을 검정하였다.

$$\epsilon_t = B^{-1} (Z_t - A_1 Z_{t-1}) \dots\dots\dots (2.3)$$

또, 잔차의 상관도를 그려 시간의 독립성을 검정하였다.

## 3. 율유량 모의발생을 위한 분해모형구조

### 3.1. 분해모형

분해모형의 기본모형 일반식은 다음과 같이 표시된다.

$$Y = AX + B\epsilon \dots\dots\dots (3.1)$$

여기에서,  $X$ 는 분해시키고자 하는 자료값의 벡터,  $Y$ 는 분해되는 자료값의 벡터이다.

$n$ 지점의 연자료의 벡터를  $X$ 라하고  $m$ 개의 계절자료로 분해하고자 할 경우  $Y$ 는  $(mn \times 1)$  벡터이고  $X$ 는  $(n \times 1)$  벡터로서 둘

다 평균은 0이다.  $A$ 는  $(mn \times n)$ 행렬,  $B$ 는  $(nm \times nm)$ 행렬이고  $\epsilon$ 는 평균이 0이고 분산이 1인 정규분포를 따르는 무작위변수로서  $(mn \times 1)$ 벡터이다.

### 3.2. 분해모형 기본식의 매개변수 추정

매개변수  $A$ 와  $BB^T$ 는 다음식으로 표시된다.

$$\hat{A} = S_{YX} S_{XX}^{-1} \dots\dots\dots (3.2)$$

$$\widehat{BB}^T = S_{YY} - S_{YX} S_{XX}^{-1} S_{XY} \dots\dots\dots (3.3a)$$

$$= S_{YY} - \hat{A} S_{XY} \dots\dots\dots (3.3b)$$

$B$ 를 구하는 방법은 Young과 Pisano에 의해 Cholesky 방법을 이용하여 구하는 경우가 제안이 되었으며, 그 이후 Lane에 의해 Positive semidefinite인 경우도 적용할수 있는 방법이 제안되었다. 본 연구에서는 Lane의 방법을 사용하였다.

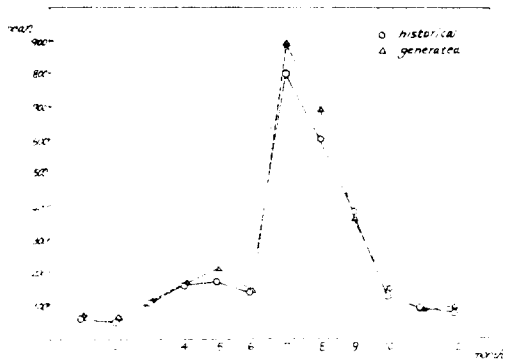


그림 1. 원자료와 모의 발생한 자료의 편료값 비교(평균)

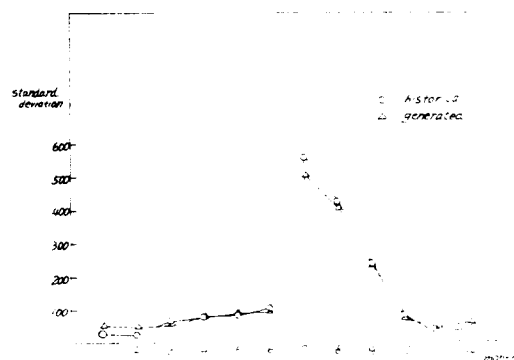


그림 2. 원자료와 모의 발생한 자료의 표준편차비교(확산)

## 4. 결 과 분 석

### 4.1 통계적 특성치 비교

#### 4.1.1 연유량 특성치 비교

다지점 AR(1)모형으로 부터 연유량을 모의발생시킨 결과는 <표-1>과 같다.

<표-1> 연유량의 특성치 비교

지점 자료 특성치	화 천		홍 천		소 양	
	historical	AR (1)	historical	AR (1)	historical	AR (1)
평균	2764.89	2960.68	1900.78	1980.25	1039.54	1107.99
표준편차	913.53	845.01	685.55	629.91	379.77	327.21
왜도	-0.0408	0.0000	0.1094	0.0000	0.2350	0.0000
첨도	-1.2960	0.0000	-1.1959	0.0000	-1.0817	0.0000
Shapiro-Wilk 통계량	0.9609	1.0000	0.9627	1.0000	0.9638	1.0000

#### 4.1.2 월유량 특성치의 비교

모의 발생한 월유량과 실측 유량의 비교는 표 2 와 그림 1 및 2 에 나타나 있다. 그림 1 에서 볼 수 있듯이 월유량의 평균치는 7, 8 월을 제외하면 상당히 유사한 값을 가짐을 알 수 있다.

그림 2 는 표준편차 비교도인데 대체적으로 비슷한 값을 가진다.

< 표 - 2 > 月別 특성치의 설대오차와 상대오차

月別	지 점		화 천	홍 천	소 양
	특성치				
1월	평 균		9.91(0.17)	11.43(0.28)	17.88(0.81)
	표준편차		18.5 (0.56)	22.62(0.91)	36.49(2.55)
2월	평 균		11.75(0.23)	14.86(0.42)	16.40(0.79)
	표준편차		21.23(0.83)	31.15(1.77)	40.71(3.40)
3월	평 균		1.36(0.01)	5.22(0.06)	11.55(0.26)
	표준편차		8.62(0.12)	8.59(0.12)	14.71(0.42)
4월	평 균		4.44(0.03)	10.70(0.08)	11.41(0.15)
	표준편차		3.78(0.05)	6.89(0.09)	6.84(0.14)
5월	평 균		34.74(0.20)	19.15(0.16)	0.09(0.00)
	표준편차		5.90(0.07)	3.72(0.06)	1.52(0.04)
6월	평 균		4.67(0.03)	7.17(0.08)	17.16(0.37)
	표준편차		11.44(0.11)	7.07(0.11)	21.23(0.58)
7월	평 균		89.10(0.11)	8.97(0.01)	72.09(0.23)
	표준편차		60.43(0.11)	10.36(0.02)	26.99(0.11)
8월	평 균		86.78(0.14)	30.04(0.08)	24.65(0.11)
	표준편차		25.93(0.06)	14.97(0.06)	45.94(0.28)
9월	평 균		22.19(0.05)	11.21(0.05)	12.52(0.10)
	표준편차		8.15(0.03)	4.14(0.03)	56.24(0.38)
10월	평 균		13.57(0.10)	10.40(0.14)	13.49(0.35)
	표준편차		0.25(0.00)	14.70(0.43)	35.11(2.14)
11월	평 균		2.82(0.03)	4.51(0.07)	15.86(0.49)
	표준편차		13.39(0.38)	12.01(0.44)	40.39(3.34)
12월	평 균		10.40(0.14)	4.66(0.08)	16.85(0.57)
	표준편차		16.08(0.34)	28.64(1.36)	36.68(2.30)

$$( ) 안은 \quad \text{상대오차값} = \frac{\text{측정 자료치} - \text{발생된 값}}{\text{측정 자료치}}$$

표 2는 평균과 표준편차의 절대 오차와 상대오차를 나타낸 것이다. 이 표에서 알 수 있듯이 유량이 작은 달에서 비교적 상대 오차가 큰 값을 나타내주고 있으나 대체로 볼때 자료간의 상대오차가 비교적 작다. 따라서 전반적으로 측정자료의 통계적 특징치인 평균과 표준편차를 발생한 자료에서도 잘 반영하고 있다.

#### 4 . 2 . 상관도 비교 분석

그림 3과 4에서 알 수 있는 바와 같이 연유량의 자기상관관계수와 부분상관계수가 실측자료와 모의발생된 자료 모두 95% 신뢰구간으로 들어온다. 이는 연시계열 자료가 상관성이 상당히 약한 자료임을 알 수 있다.

그림 5의 월유량 자기상관도를 보면 거의 비슷한 값을 가지면서 12개월을 주기로 하여 뚜렷한 주기성을 보여준다. 이는 월유량이 확실히 1년 주기를 가지며 계절변동성분이 있음을 뜻하며 이와 같이 월유량은 주기성분을 가지고 있으므로 유량자료가 정상시계열이 아닌 비정상 시계열임을 뜻한다.

그림에서는 화천의 예만 보였으나 홍천, 소양의 경우도 결과는 거의 같다.

#### 4 . 3 . AR(1) 모형의 적합도 검정

2장에서 이미 언급하였고 그 결과는 다음과 같다.

잔차의 Lag 0 상관행렬은 다음과 같고 교차상관계수가 검정역안

에 들어와서 공간의 독립성 조건을 만족한다.

$$M_0(\epsilon) = \begin{bmatrix} 1.0000 & 0.00378 & 0.06907 \\ 0.00378 & 1.0000 & -0.10714 \\ 0.06907 & -0.10714 & 1.0000 \end{bmatrix}$$

Test Statistic Range = [ -0.33575, 0.33575 ]

잔차의 상관도에서 알수 있는 바와 같이 시간에 독립적이다. 따라서 AR(1)모형의 적용에 무리가 없다.

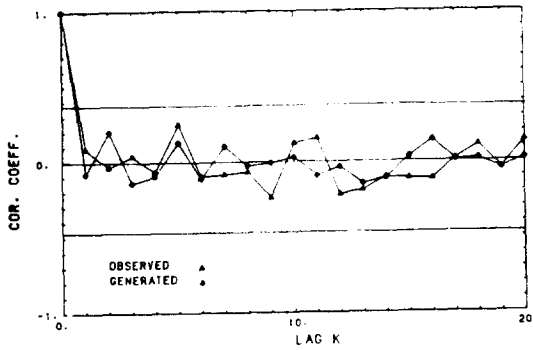


그림 3 Autocor. Annual Series at Hwacheon

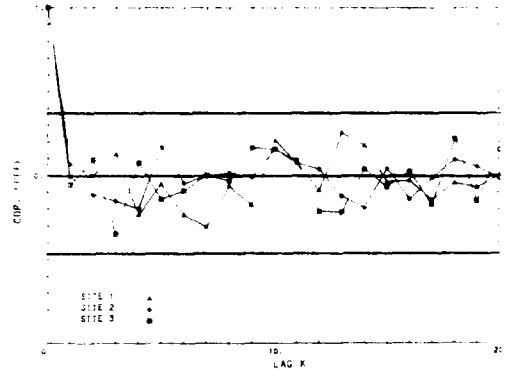


그림 6 Autocor of Residual Series of ar (1) Model

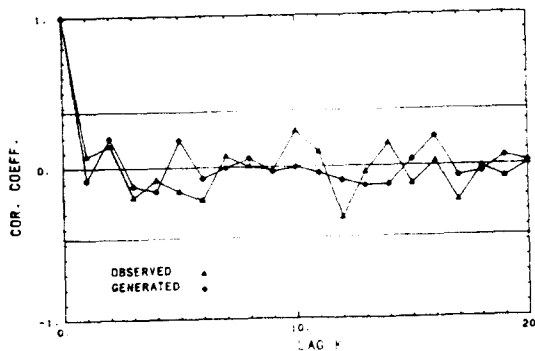


그림 4 Pat Autocor of Annual Ser. at Hwacheon

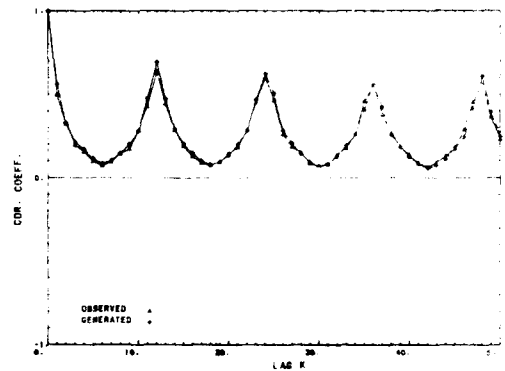


그림 5 Autocor. of Monthly Series at Hwacheon



## 5. 결 론

다지점 AR(1)모형을 사용하여 연유량을 모의 발생시키고 모의발생된 연유량을 분해모형을 이용 월유량을 발생시킨 결과 얻어진 결론은 다음과 같다.

1) 다지점 AR(1)모형을 사용하여 모의발생한 연유량의 통계적 특성치인 평균, 표준편차는 원자료의 특성치를 잘 재현해 주고 있다.

2) 분해모형을 이용하여 모의발생한 월유량의 통계적 특성치인 평균, 표준편차도 원자료의 특성치를 비교적 잘 재현해 주고 있다.

3) 연유량 자료의 상관분석에서 연유량은 서로 상관성이 거의 없는 것으로 나타났다.

4) 모의발생한 월유량의 상관도는 원자료와 같이 뚜렷한 주기성을 나타내 주고 있다.

5) 적용된 모형에서 모의발생된 자료들이 원자료의 특성치를 잘 재현하므로 다지점 AR(1)모형이나 분해모형이 유량발생모형으로 유용하다고 본다. 특히, 분해모형은 연유량을 단계별로 분해시킬 수 있는 모형이므로 계절(월) 자료가 빈곤한 지역에서의 각종 수자원 개발계획에 필요로 하는 월유량 자료를 제공해 줄 수 있는 유용한 모형으로 평가될 수 있다고 본다.

6) 본류의 유량을 지류의 유량으로 나눌때, 시계열의 자료의 수가 서로 다를때(예를들면, 본류의 자료는 100개 지류의 자료는 50

개 같은 경우), 월보다 더 짧은 기간의 자료를 모의발생하는 경우 등에 대한 분해모형의 적용가능성을 검토해 보고 왜곡된 자료의 처리문제, 분해모형의 난점인 매개변수의 문제 ( B행렬 계산, 매개변수의 수 )에 대한 연구가 필요하다고 본다.