

**Concatenated 코딩 방식을 이용한
효율적인 통신 시스템 설계**

°장용문* 김신형** 강창언***
* 한국전기통신공사 ** 연세대학교 전자공학과

**Design of an Effective Communication
System Using Concatenated Codes**

Young Moon JANG* Sin Ryeong KIM** Chang Eon KANG***
* Korea Telecommunication Authority ** Dept. of Electronic Eng. Yonsei Univ.

ABSTRACT

In this paper, the (49,9) concatenated coding system using the (7,3) Reed-Solomon and the (7,3) majority-logic decodable codes has been constructed. The encoding system has been designed by employing the general cyclic codes. In the decoding system, the inner decoder has been designed by employing the type II one step majority-logic method and the outer decoder by the error trapping method. Computer simulation has been shown to be able to correct 9 random errors and 12 burst errors. The concatenated coding system has been shown to be more efficient than other conventional single coding systems and some hybrid coding systems by reducing the complexity and error probability of the communication system.

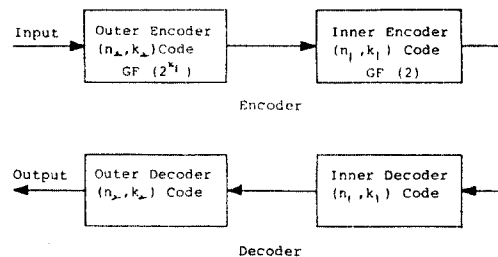
1. 서 론

디지털 통신방식이 고도로 발달해 감에 따라 디지털 통신망의 정보통신에 있어 많은 여러 정정능력을 가진 코딩시스템을 요구하게 되었다. 이와같은 코딩시스템은 코드의 길이가 길어져 설계상의 복잡성이 증가한다. 이러한 이유로 구조가 간단하면서 여러정정능력이 우수한 복합코드에 대한 연구가 시작되었다. 복합코드에 대한 연구는 1954년에 Elias가 곱셈코드를 처음으로 소개하였고 1965년 Forney에 의해 2진코드와 비2진코드를 이용한 concatenated코드가 제안되었다. 그이후 Falconer, Abramson, Odenvaller에 의해서 계속 연구되어 왔다. 본 논문에서는 비 2진코드로 버스트 여러 정정능력이 우수한

Reed-Solomon코드를 외부코드로 하고 majority-logic decodable코드를 내부코드로 하여 잡음이 심한 채널에서 구조가 간단하면서 효율적인 concatenated코드를 설계하였다.

2. (49, 9) concatenated 코드
(1) concatenated코드의 개요

concatenated코딩은 코드길이 짧은 코드들로 부터 코드길이 긴 코드를 실현하는 방법으로 2 개 또는 여러개의 코드를 2 단계이상으로 코딩하는 방법을 말한다. 가장 보편화된 concatenated코딩 방법은 내부코드로 binary코드를 외부코드로는 nonbinary코드를 2 단계 concatenation하는 방법이다. 그림]에서는 concatenated코드를 사용한 통신시스템 계통을 나타냈다.



그림] concatenated 코드의 통신 시스템
communication system using a concatenated code

2 단계의 concatenated코딩 과정을 고찰하여 보면 다음과 같다. 최소거리가 d_i 인 (n_i, k_i) 코드를 내부코드로 하고 최소거리가 d_e 인 (n_e, k_e) 코드를 외부코드로 할 때의

concatenated코드의 2 차원 배열 및 매개변수는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} n &= n_1, n_2 \\ k &= k_1, k_2 \\ d &= d_1, d_2 \end{aligned} \quad (1)$$

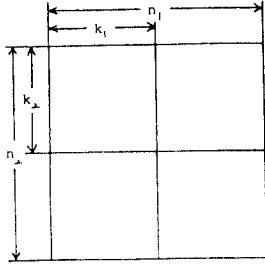


그림2 concatenated 코드의 2 차원 배열
two-dimensional structure of concatenated code

concatenated코드의 인코딩 및 디코딩 과정을 단계별로 살펴보면 다음과 같다. 인코딩 과정은 k_2 정보심벌을 외부 인코더에 입력시킨후 출력에 n_2 시퀀스, n_2 시퀀스를 내부코드에 입력시켜 (n_1, n_2, k_1, k_2) 의 concatenated코드를 만든다. 디코딩 과정은 수신된 코드 (n_1, n_2, k_1, k_2) 를 내부코드에서 k_1 정보들만 디코딩하고 이 디코딩된 값 n_2 심벌들에 대해서 k_2 정보심벌들만 디코딩한다.

(2) (49, 9) concatenated코드의 인코더 및 디코더

외부코드로 (7, 3) Reed-Solomon코드를 사용하고 내부코드로 (7, 3) majority-logic decodable코드를 사용하여 (49, 9) concatenated코드를 설계하였다. 외부코드로 사용한 (7, 3) Reed-Solomon코드의 인코더는 일반적인 순환코드의 인코딩 방식을 사용하였고 디코더는 에러트래핑 방식을 사용하여 구성하였다. (7, 3) Reed-Solomon코드의 생성다항식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} g(x) &= (x+\alpha)(x+\alpha^2)(x+\alpha^3)(x+\alpha^4) \\ &= \alpha^6 + \alpha^4 x + x^2 + \alpha^3 x^3 + x^4 \end{aligned} \quad (2)$$

내부코드로 사용한 (7, 3) majority logic decodable코드의 인코더는 일반적인 순환코드의 인코딩방식을 사용하였고 디코더는 Type II형 1 단 majority-logic방법을 사용하였다. 이코드의 생성다항식은 다음과 같다.

$$g(x) = \frac{x^7+1}{p(x)} = 1+x^2+x^3+x^4 \quad (3)$$

$$p(x) = 1+x^2+x^3 \text{ (3차의 원시다항식)}$$

외부인코더가 (7, 3) Reed-Solomon코드가므로 인코더의 출력은 3-tuple로 나오게 된다. 따라서 내부인코더에 입력시킬때는 parallel to serial 변환이 필요하게 된다. 이와같은 원리로 설계된 (49, 9) concatenated코드의 인코더는 다음과 같다.

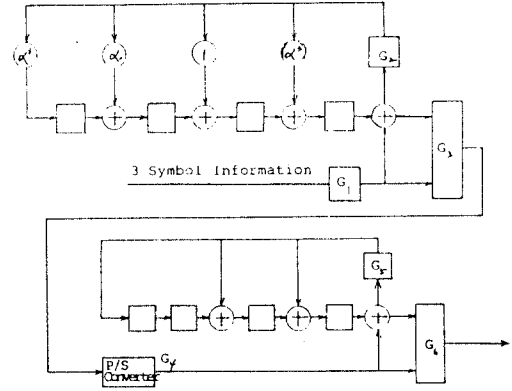


그림3 (49, 9) concatenated코드의 인코더

Encoder of (49, 9) concatenated code

인코딩과정은 3개의 정보심벌들중 하나의 정보심벌이 외부인코더에 입력됨과 동시에 심벌이 3개의 비트로 변환되어 내부인코더에 입력되므로서 하나의 (7, 3) 내부코드를 형성하게 된다. 이 동작이 3번 반복되면 외부 인코더에 parity check심벌들이 형성되고 이 4개의 parity check심벌들도 정보부분에서의 값이 parallel to serial로 변환되어 내부 인코더에 의해 각각 (7, 3) 내부코드들로 형성된다.

에러정정을 위한 디코딩은 다음과정에 의하여 이루어진다. 내부디코더에서 (7, 3) 내부코드의 7비트중 3개의 정보비트만 디코딩한 다음 serial to parallel로 변환하여 외부디코더에 한심벌씩 입력시킨다. 그다음 내부디코더의 버퍼레지스터의 내용을 제거한다. 위 동작이 7번 반복되면서 7개의 심벌들이 외부디코더에 입력되어 신드럼을 형성하게된다.

외부디코더에 신드럼이 형성되면 정정방법에 의해 심벌에러들을 정정하게된다. 두개의 디코더를 cascade로 연결하여 구성하였으므로 내부디코더에서는 주로 랜덤에러들을 정정하고 외부디코더에서는 버스트에러를 정정한다.

위 정정과정을 수행하는 (49, 9)concatenated코드의 디코더를 그림4 에 나타냈다.

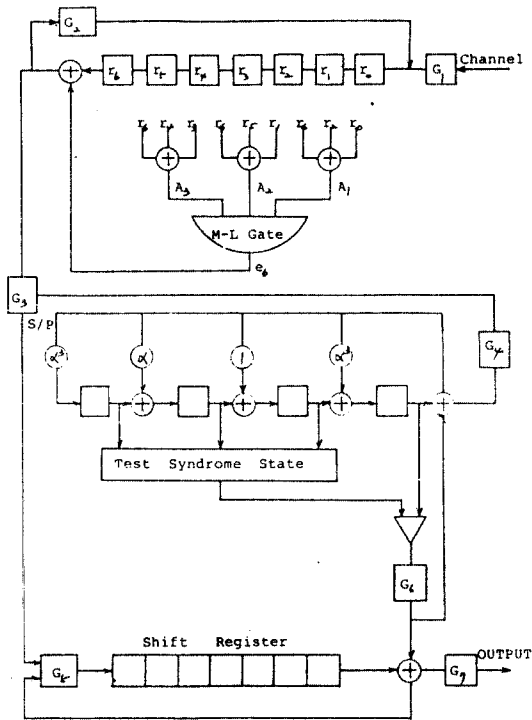


그림4 (49, 9)concatenated 코드의 디코더
Decoder of (49, 9)concatenated code

3. 컴퓨터시뮬레이션 및 결과고찰

(1) 컴퓨터 시뮬레이션

앞장에서 설계한 (49, 9)concatenated코드의 인코더 및 디코더의 동작과정을 시뮬레이션하였다. 이과정은 인코더에서 출력된 코드어에 임의의 에러를 발생, 첨가한후 이것을 디코더에 입력시켜서 정정과정을 통하여 정정된 정보어를 얻는 것이다. 시뮬레이션 결과 9 개의 랜덤에러와 12개의 버스트에러를 정정할 수 있는 것을 알 수 있었다.

(2) Performance 고찰

채널이 BSC이고 채널에서 발생하는 에러가 랜덤하고 서브 독립적으로 발생한다고 가정하였을때, (49, 9)concatenated 디코더가 에러를 정정하지 못한 확률을 구하기 위해서 내부디코더로 사용한 (7, 3)majority-logic코드의 에러확률을 구하면 다음과 같다.

$$P_m = \sum_{i=2}^7 \binom{7}{i} P_e^i (1 - P_e)^{7-i} \quad (4)$$

P_e : 채널 고유의 에러확률

그러므로 (7, 3)Reed-Solomon코드를 외부디코더로 구성한 (49, 9)concatenated 디코더의 에러확률을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$P_r = \sum_{i=2}^9 \binom{9}{i} P_m^i (1 - P_m)^{9-i} \quad (5)$$

위의 방법으로 구한 (49, 9)concatenated코드의 에러확률과 2진코드로서 에러정정능력이 가장 우수한 BCH코드 및 product코드의 에러확률과 비교했다. 그림5 에 에러확률들을 비교하여 나타내었다.

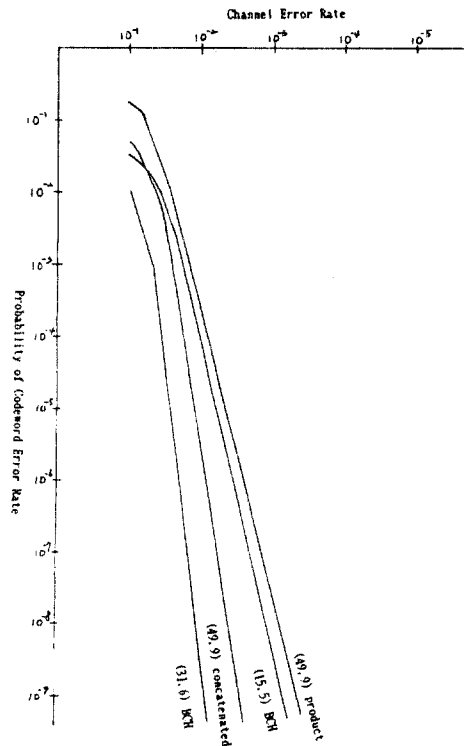


그림5 concatenated코드와 BCH 및 product코드의와 Performance 비교

Performance comparision of concatenated code, BCH code, and product code

비교결과 부호화율이 같은 (49, 9)product코드보다는 에러확률이 작게 나타나 효율적이었고 BCH코드보다는

에러확률이 전반적으로 컸으나 채널에러확률이 커짐에 따라 두코드의 에러확률이 비슷해 지는것을 알 수 있었다. 그러나 하드웨어적 구성은 BCH코드보다 훨씬 간단했다.

4. 결 론

실제 디지털통신에 있어 잡음이 심한 채널에서 시스템 효율을 높이기 위해서는 많은 에러를 정정하는 코드가 필요로 되는데 이러한 코드는 코드길이가 길어지게 되므로 코드의 구조가 복잡해 지게 된다.

본 논문에서는 이러한 이유로 구조가 간단하면서 에러정정 능력이 우수한 concatenated코드에 대한 설계 및 성능분석을 하였다. 컴퓨터 시뮬레이션 결과 9 개의 랜덤에러와 12 개의 버스트에러를 정정할 수 있었고 error performance계산 결과 채널에러가 $1.2 * 10^{-2}$ - $7.5 * 10^{-3}$ 일때 에러확률이 $8.4 * 10^{-7}$ - $5.2 * 10^{-9}$ 로 되어 거의 에러가 없는 것으로 간주할 수 있었다. product코드와 BCH코드와 에러확률을 비교한 결과 concatenated코드는 랜덤에러와 버스트에러가 혼합되어 발생하는 채널에서 효율적이며 긴 코드를 구성하는 경우 코딩시스템의 구성이 단일코드에 비해 구조가 간단해지면서 효율적이 됨을 알 수 있었다.

참 고 문 헌

1. G. D. Forney, Concatenated Code, M. I. T. Press, Massachusetts, 1966.
2. W. W. Peterson, E. J. Weldon, Error Correcting Codes, M. I. T. Press, Massachusetts, 1972.
3. S. Lin, An Introduction to Error Correcting Codes, Prentice-Hall, 1970.
4. S. Lin, Error Control Coding, Prentice-Hall, 1983.
5. M. Kasara, "New Classes of Binary Codes Constructed on the Basis of Concatenated Codes and Product Codes," IEEE Trans. on Information Theory, Vol. IT-22, No. 4, pp.462-468, July, 1976.
6. L-J. Weng, "Concatenated Codes with Large Minimum Distance," IEEE Trans. on Information Theory, Vol. 23, No. 5, September, pp.613-615, 1977.