

개별 탭 이득 조절에 의한 등화기

김 영 오      오      선      강      창      언  
연      세      대      학      교      전      자      공      학      과

An Equalizer by Individual Tapgain Control

Nam Yong Kim, Yong Sun Oh & Chang Eon Kang

Dept. of Electronic Eng., Yonsei University

ABSTRACT

A new iterative procedure for adjusting the tap gains of an adaptive TDL equalizer is presented. The equalizer contains a processor which adjusts the tap gains of the transversal filter. The input to the processor is a block of samples taken from the channel while the output is a set of tap gains which is substituted to the tap gains of transversal filter.

Unlike the conventional LMS-TDL equalizer, the equalization process in this paper is obtained by applying the LMS algorithm to the individual tap gains.

Computer simulations using three time dispersive radio channels are presented to show the performance of the equalizer. The performance and convergence characteristics of the proposed algorithm are also investigated for four typical adaptive digital filtering problems. Results show that the proposed algorithm yields much faster convergence than the LMS algorithm

시스템 성능을 어떤 기준에 따라 최적화 하도록 하는 탭 이득을 찾아내는 것이다. 이러한 접근방법중의 하나가 MSE(mean-square error), 즉 전송된 심볼  $a_k$  와 등화된 수신 샘플  $\hat{a}_k$  사이의 차이인 오차샘플  $e_k$  에 대한 MSE 를 최소화 하도록 하는 것인데 이러한 접근 방법에 의해 얻어진 등화기를 MSE 등화기라 한다 [1].

MSE 등화기의 탭 이득을 조절하는데 사용되는 알고리즘은 대개가 gradient search procedure [2], [3] 을 사용하고 있으며 그 중에 효율성과 단순성 때문에 널리 사용되고 있는 것이 TDL 필터 구조에 기본을 두고 있는 LMS 알고리즘이다.

그러나 radio 채널과 같은 시변 스펙트럼 특성을 갖는 채널에서는 보다 빠른 수렴성을 요구하고 있기 때문에 본 논문에서는 LMS 알고리즘에 그 기본을 두고 기존의 LMS-TDL 등화기의 수렴속도보다 빠른 수렴속도를 가지는 IT-LMS (Individual Tap-LMS) 알고리즘을 소개하며 이 알고리즘에 의해 설계된 TDL 등화기의 수렴성을 LMS-TDL 등화기와 비교하여 세 가지 채널특성에 대해 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 나타 내었다. 또한 본 논문에서 제시한 IT-LMS 알고리즘을 LMS 알고리즘과 비교하여 네 가지 대표적인 디지털 필터링 문제 [4]에 적용하였으며 그 결과를 비교 고찰 하였다.

1. 서론

최근 디지털 통신에서 왜곡된 채널에 대한 시간 영역 등화기로 TDL(tapped delay line)트랜스버설 등화기(transversal equalizer)가 사용되면서 큰 발전을 이루어 왔으며 이러한 등화기를 설계하는데 있어서 가장 중점적인 문제는

2. MSE criterion 과 LMS 알고리즘

MSE criterion 에서 등화기의 탭 계수(또는 탭 이득) ( $C_k$ ) 는 다음과 같은 오차의 제곱평균값을 최소화 하도록 조정된다.

$$e_k = a_k - \hat{a}_k \quad (2-1)$$

여기서  $a_k$ 는  $k$  번째 신호간격(sampling interval)에서 전송된 정보신호이며  $\hat{a}_k$ 는 등화기 출력에서의 추정값이다. MSE criterion 에서 performance index 를  $\xi$  라고 할때  $\xi$  는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \xi &= E [ e_k^2 ] \\ \xi &= E [ ( a_k - \hat{a}_k )^2 ] \quad (2-2) \end{aligned}$$

식 (2-1)의 오차  $e_k$ 는 등화기 입력신호벡터  $X(k)$ 와 등화기 계수벡터  $C$ 로 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} e &= a_k - \hat{a}_k \\ &= a_k - \sum_{j=0}^{M-1} c_j x_{k-j} \\ &= a_k - C^T X_k \quad (2-3) \end{aligned}$$

여기서  $C = [ c_0, c_1, c_2, \dots, c_{M-1} ]^T$ 로 주어지는  $(M \times 1)$  계수벡터이고  $X = [ x_k, x_{k-1}, x_{k-2}, \dots, x_{k-M+1} ]^T$ 로 주어지는  $k$  번째 시간에서의  $(M \times 1)$  등화기 입력신호벡터이며  $T$ 는 전치 행렬(matrix transpose)을 나타낸다.

식 (2-2)를 탭 계수  $\{C_i\}$ 에 대해 최소화 하는 과정에서 다음과 같은 Wiener-Hopf 방정식을 얻는다[5].

$$C^* = R^{-1} P \quad (2-4)$$

여기서  $R = E [ X_k X_k^T ]$ 이며  $P = E [ a_k X_k^T ]$ 이다. 최적 계수  $C_i^*$ 을 찾아가는 방법 중에 가장 간단한 반복 수행 방법으로 steepest descent 방법이 있으며 이는 다음과 같은 관계식을 갖는다[6].

$$C_{k+1} = C_k + \mu (-\nabla_k) \quad (2-5)$$

여기서  $\mu$ 는 수렴성과 안정도를 제어하는 파라미터(parameter)이며 gradient vector  $\nabla_k$ 는 다음과 같다.

$$\nabla_k = \frac{\partial \xi}{\partial C_k} = -2 P + 2 R P \quad (2-6)$$

실제의 경우  $P$ 와  $R$ 은 정확히 알 수 없는 경우가 많으므로 gradient vector의 추정치가 사용된다. 이 추정치를 사용하는 방법이 LMS 알고리즘이며 식은 다음과 같다.

$$C_{k+1} = C_k + 2\mu e_k \cdot X_k \quad (2-7)$$

### 3. LMS에 의한 개별적 탭 이득 제어

식 (2-2)에 나타난 MSE는 이차곡면함수를 이루고 있다. 그러나 다른 모든 탭 계수들이 상수로 고정되어 있는동안 MSE는 각 하나의 계수의 함수로도 나타낼 수 있다[7]. 바로 이런 조건에서 다음과 같이  $i$  번째 탭에 대한 quadratic function을 얻는다.

$$\xi(c_i) = A c_i^2 + 2 B c_i + D, \quad i=0,1,\dots,M-1. \quad (3-1)$$

여기에서  $A, B, D$ 는  $M$ 개의 계수값과 임펄스 응답 샘플들  $h_j$  그리고 첨가된 잡음분산  $\sigma_n^2$ , 그리고 전송신호  $a_k$ 의 분산(즉, 전력)  $\sigma_a^2$ 에 따라 주어지는 상수들이며 다음과 같다[7].

$$A = \sum_j h_{j-i}^2 + \sigma_n^2 / \sigma_a^2 \quad (3-2)$$

$$B = \left( \sum_j c_n h_{j-i} h_{j-n} \right) - h_{-i} \quad (3-3)$$

$$D = \left( \sum_j \sum_k c_k c_n h_{j-k} h_{j-n} \right) + 1 - 2 \sum_{k=0}^{M-1} c_k h_k + \frac{6}{\sigma_a^2} \sum_{k=0}^{M-1} c_k^2 \quad (3-4)$$

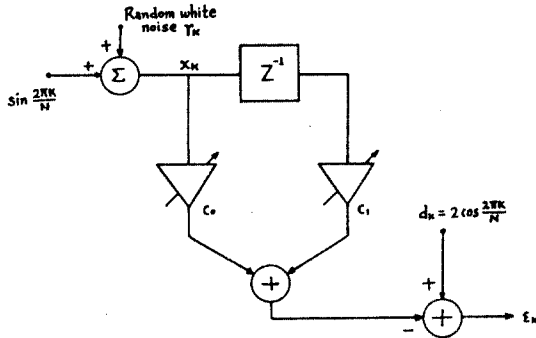
식 (3-1)의 quadratic function에서  $i$  번째 탭의 최적치  $C_i^*$ 을 조절, 찾아가는 방법에 LMS 알고리즘을 적용한다.

즉 다른 탭 계수가 고정된 상태에서 채널 출력으로부터 취하여온 불리샘플들을 현재의 계수벡터와 컨볼루션을 행하는 과정 중에  $i$  번째 탭 이득은 일차원 공간에서의 독립적인 포물선 함수를 가지므로[7] 한 샘플씩 컨볼빙할때마다 나타나는 오차신호로 LMS 알고리즘이 적용되어  $C_i^*$ 에 접근하여 간다. 취하여온 불리샘플들로 컨볼루션과정이 마치면  $C_i^*$  근처에 접근해 있게되며 이 값에서  $C_i$ 는 고정되고 다음  $i+1$  번째 탭에 대하여 같은 과정을 반복한다.

$M$ 개의 탭에 대해 이득이 adjust된 후 계수들은 TDL 필터로

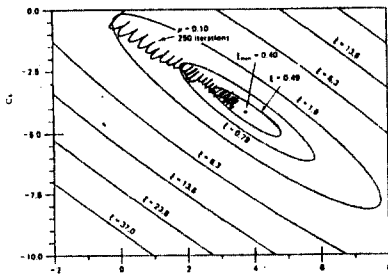
보내지켜 등화기는 한 샘플의 출력을 보내게 된다.

프로세서에서 행하는 탭 조정은 계단형으로 이루어진다. 탭 수를 두 개로 하여 얻은 이 차원 공간에서의 접근궤적을 LMS 알고리즘과 비교하여 그림 (3-2) 에 나타내었다. 여기서 사용된 시스템은 그림 (3-1) 에 나타나 있으며 [1] 에서 행한 시스템과 동일하다.

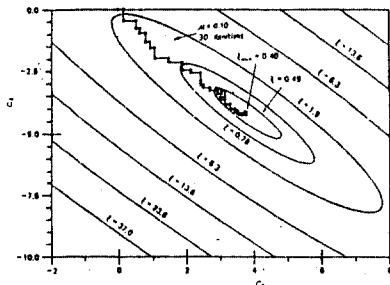


그림(3-1) 적응선형 결합기 (The adaptive Linear combiner) 의 예

$\sin \frac{2\pi k}{N}$  과  $Y_k$  가 더하여져 필터에 들어오며 그림(3-1)은 이 필터 입력에서 10 샘플을 한 블록으로 취하여 프로세서의 탭 이득 조정에 사용하였다. 백색 랜덤 가우시안 잡음  $Y_k$  의 분산은 0.01로 하였으며  $N=16$ , 초기 계수값은  $c_0 = 0.0$ ,  $c_1 = 0.0$ 으로 하였다. 수렴상수  $\mu$  는 0.10으로 동일하게 사용하였다.



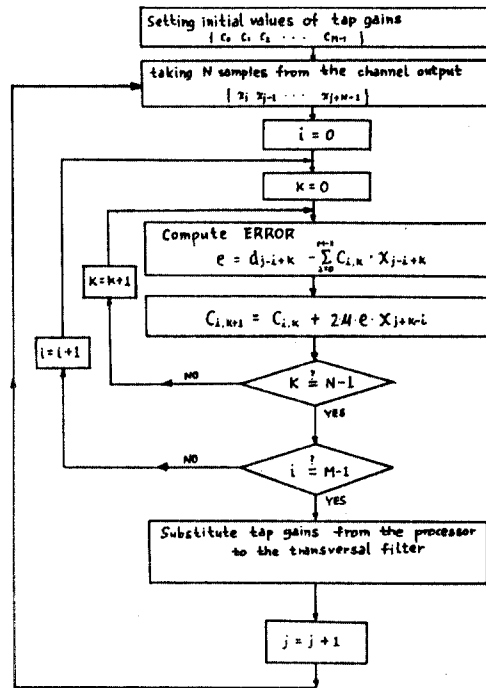
(a) 성능 등고선 (performance surface contours)과 LMS 알고리즘에 대한 탭계수 추적



(b) 성능 등고선 (performance surface contours)과 ITLMS 알고리즘에 대한 탭 계수 추적

그림(3-2) 계수의 접근궤적

다음 그림(3-3)은 샘플시간  $j$ 에서  $i$  번째 탭에 대한 프로세서의 흐름도이다.

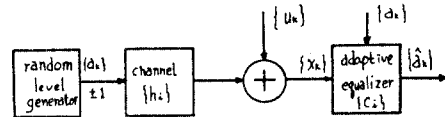


그림(3-3) 시간  $j$ 에서 PROCESSOR 의 흐름도

- $i$  : tap position
- $k$  : iteration number from 0 to  $N-1$
- $M$  : number of taps

#### 4. 시뮬레이션 결과

시뮬레이션을 위해 구정한 시스템은 아래 그림(4-1)에 나타나 있다. 전송된 시퀀스는 랜덤 바이폴라 시퀀스(random bipolar sequence)  $\pm 1$ 이며 가상 랜덤 발생기(pseudo-random generator)[8]에 의해 만들어졌으며 시뮬레이션에 사용된 세 가지 radio 채널의 임펄스 응답은 다음 그림(4-2)과 같다.



그림(4-1) 시뮬레이션을 위한 Base Band 통신 시스템.

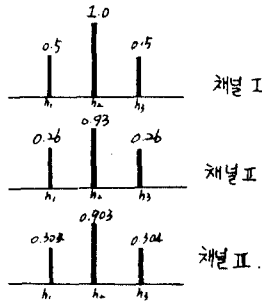
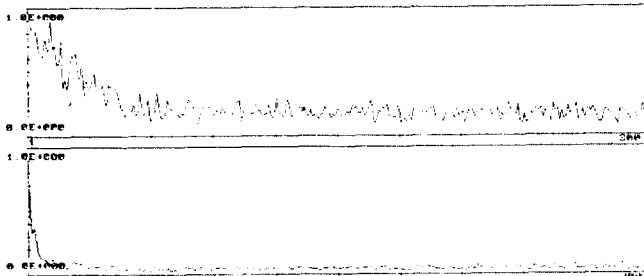
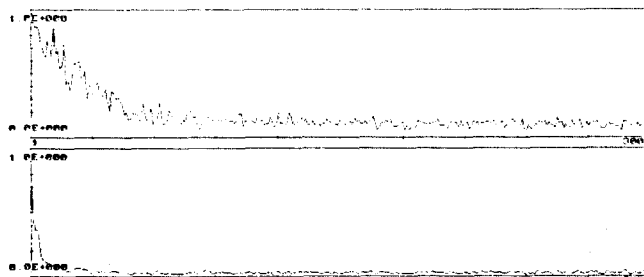


그림 (4-2) 시분레이션에 사용된 채널

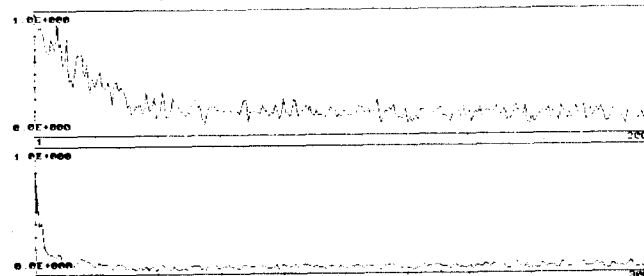
채널 출력은 분산 0.001 을 갖는 백색 가우시안 잡음 시이  
 련스가 더하여져 등화기에 입력된다. 사용된 등화기 계수 수  
 와 수렴상수 값은 공히 10, 0.015 로 하였다. 그리고 IT-LMS  
 등화기에서 필요로하는 블럭 샘플수는 5 샘플로 하였다.  
 두 등화기의 세 가지 채널에 대한 MSE learning 곡선은  
 다음 그림(4-3) 에 나타나 있다.



(a) 채널 I 에 대한 MSE Learning 곡선



(b) 채널 II 에 대한 MSE Learning 곡선



(c) 채널 III 에 대한 MSE Learning 곡선.  
 그림(4-3) MSE Learning 곡선.

다음은 IT-LMS 알고리즘을 LMS 알고리즘과 비교하여 대표적  
 인 네 가지 적용 디지털 필터링 문제에 적용하였다. 사용된  
 신호와 변수들 즉 필터계수의 갯수 M 과 수렴상수  $\mu$  그리고  
 취하여 오는 블럭 샘플수 N 이 표 4-1 에 정리되어 있다.  
 표 4-1 시분레이션에 사용된 신호 및 변수

	$y(k)$	$x(k)$	M	$\mu$	N
시스템 인식	$y(k) = \sum_{i=0}^6 h_i(k) N_i(k-2)$ 여섯개 $h_i(k) = 0.921$ $h_1(k) = 0.107$ $h_2(k) = 0.316$ $h_3(k) = 1.000$ $h_4(k) = 0.316$ $h_5(k) = 0.107$ $h_6(k) = 0.921$	$x(k) = N_1(k-2)$ $N_1(k)$ : 통신품위수 $f_c = 32000$ Hz 직접구단수 $f_s = 4000$ Hz로 갖는 4차 Butterworth 적역필터에 통과시킨 분산이 3이고 IT-LMS 0 인 백색가우시안 잡음 $N_1(k)$ : 분산이 1 이고 IT-LMS가 0 인 백색가우시안 잡음	30	0.05	10
2 좁음레저	$\sin(2\pi 60 k \frac{1}{500}) +$ $0.2 \sin(2\pi 25 k \frac{1}{500})$	$0.2 \sin(2\pi 60 k \frac{1}{500} + 30^\circ)$	30	0.04	10
3 새 추출	2 개의 $y(k)$	$x(k) = y(k-1)$	30	0.03	10
4 Line Enhancement	$\sin(2\pi 60 k \frac{1}{500}) + N(k)$	$x(k) = y(k-1)$	40	0.0005	10

\*  $\mu$  는 두 필터 모두 같은 값을 갖음

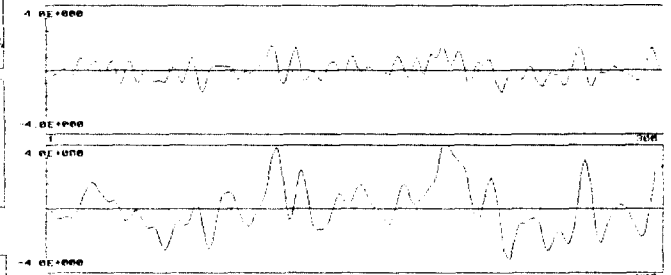


그림 (4-4) 시스템 인식에 사용된 시스템의 입력과 출력

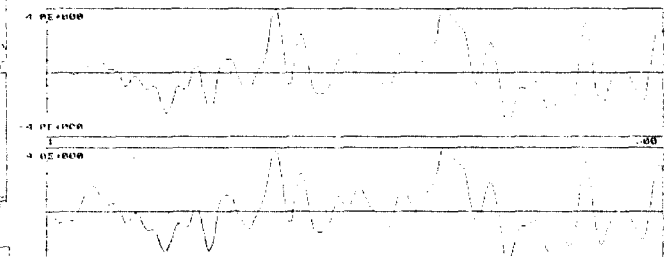


그림 (4-5) 시스템 인식에서 LMS 필터 (a)와 IT-LMS 필터의  
 출력 (b)

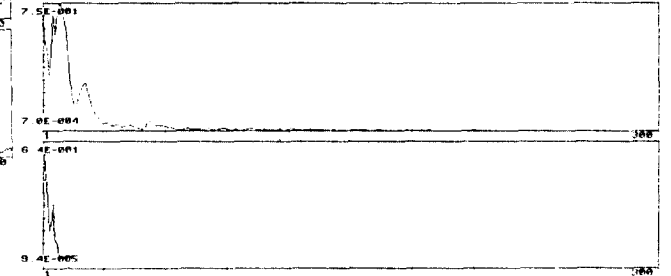


그림 (4-6) 시스템 인식에서 얻은 learning 곡선

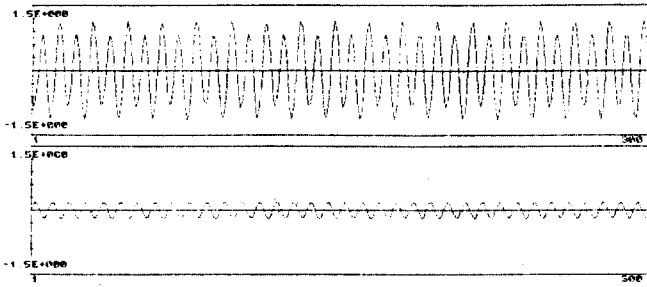


그림 (4-7) 잡음 제거에서 원시 입력신호(a)와 표준 입력

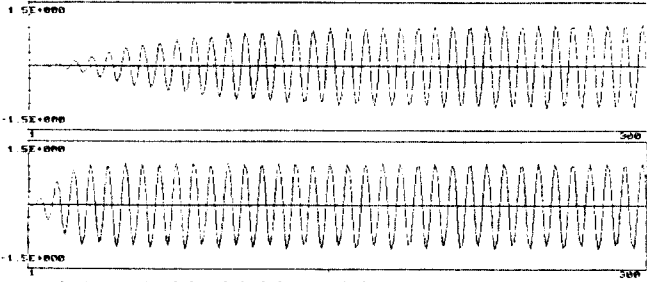


그림 (4-8) 잡음 제거에서 LMS 필터(a)와 IT-LMS 필터의 출력(b)

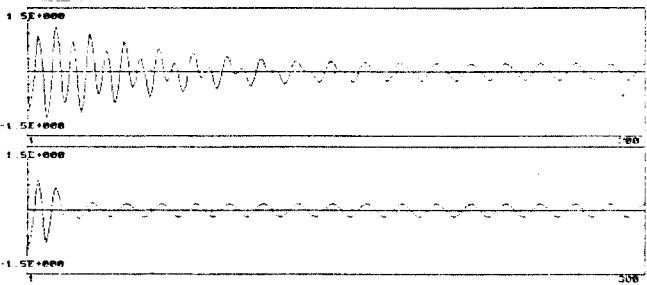


그림 (4-9) 잡음 제거에서 LMS 필터(a)와 IT-LMS 필터의 오차신호(b)

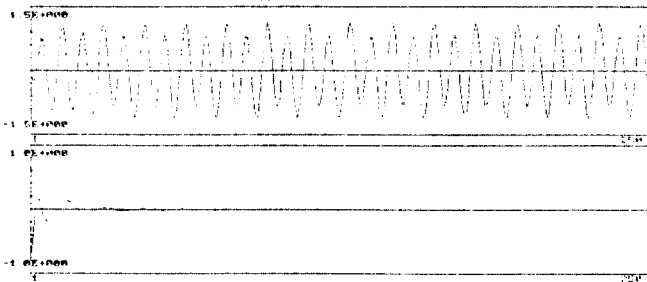


그림 (4-10) 예측기에서 IT-LMS 필터의 예측된 출력(a)과 오차신호(b)

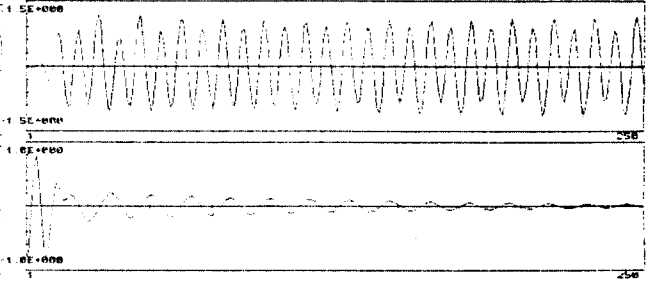


그림 (4-11) 예측기에서 LMS 필터의 예측된 출력(a)과 오차신호(b)

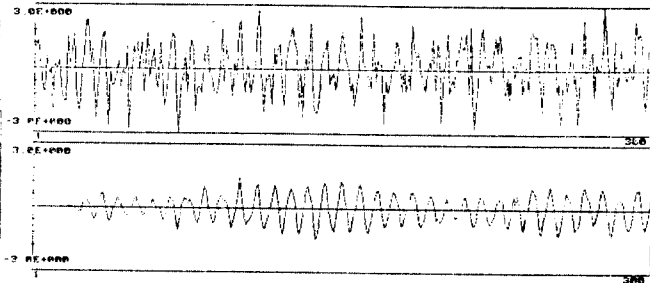


그림 (4-12) Line-Enhancement 에서 IT-LMS 필터의 입력(a)과 출력(b)

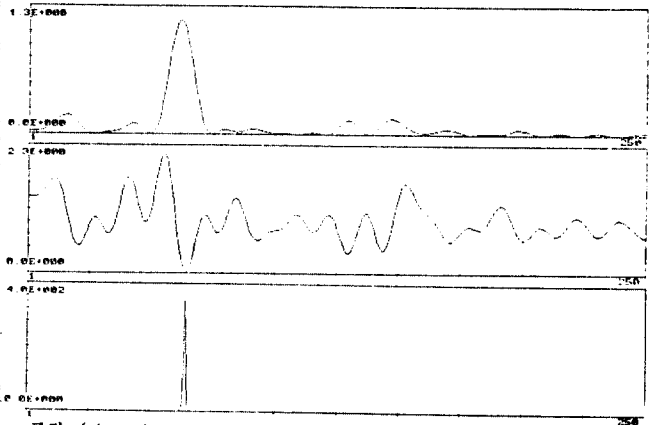


그림 (4-13) Line-Enhancement 에서 적응 예측기를 이용한

정현파 주파수 추정예

그림 (4-13) 은  $k=300$  일 때 얻어진 예측기의 계수들 이용하여 다음에 정의된 주파수 영역 함수들을 보였다.

$$(a) |\hat{H}(f, 300)|^2$$

$$(b) |1 - \hat{H}(f, 300)|^2$$

$$(c) 1 / |1 - \hat{H}(f, 300)|^2$$

여기서  $\hat{H}(f, 300) = FT\{c_i(300), i=0, 1, \dots, M-1\}$

## 5. 결 론

본 논문에서는 등화기의 각 랩에 LMS 알고리즘을 도입한 IT-LMS 알고리즘을 소개하며 multi-path radio 채널에서 데이터 등화(Data Equalization)에 적용시켜 기존의 LMS-TDL 등화기보다 향상된 등화기를 설계하는 데 그 목적이 있다.

제안된 알고리즘이 최적 계수로 접근하는 궤적을 보이기 위해 [9]에서 행한 모델에 대해 LMS 알고리즘과 비교하여 계수가 계단형으로 최적치에 접근하여 감을 보였다. 세 가지 radio 채널에 대하여 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 얻은

Learning 곡선으로부터 정상상태 오차와 수렴특성을 LMS-TDL 등화기와 함께 비교 분석하였다. 시뮬레이션 결과에서 LMS-TDL 등화기가 약 60 샘플부터 수렴한 반면 IT-LMS 등화기에서는 약 15 샘플부터 수렴함을 관찰할 수 있었고 정상상태 오차도 IT-LMS 등화기에서 작게 나타났다. 이 때 LMS-TDL 등화기는 실험상 가장 빨리 수렴하는 파라미터(parameter)를 사용했으며 IT-LMS 등화기에서도 동일한 파라미터를 사용했을 때 얻은 결과들이다. 또한 IT-LMS 알고리즘이 필터로서도 우수한 성능을 발휘할 수 있음을 보이기 위해 여러가지 응용 중 대표적인 네 가지에 대하여 성능을 비교, 검토하였다.

앞으로 계속 뒤따라야 할 과제로서는 본 논문에서 소개된 IT-LMS 알고리즘에 대한 충분한 이론적 연구가 필요하다.

## 참 고 문 헌

- [1] Proakis, J.G. "Digital Communications"  
McGraw-Hill, New York, 1983.
- [2] Gresho "Adaptive Equalization of highly dispersive channels for data transmission', B.S.T.J. 1969.  
JAN, pp. 55-70.
- [3] Proakis and Miller "An adaptive Receiver for digital signaling through channels with intersymbol interference. IEEE trans. communications, 1969, IT-15 pp. 484-497.

- [4] 윤 대희 "적용 디지털 필터" 한국 통신 학회지  
1987년 3월 , pp.80-95.
- [5] Papoulis, A. "Probability, Random Variables and Stochastic Processes", Prentice-Hall, 1985, New Jersey.
- [6] Widrow .B. "A comparison of Adaptive Algorithms Based on the Methods of Steepest Descent and Random Search". IEEE trans. Antenna and Propagation, Vol-Ap24, No 5 September 1976.
- [7] M. J. Hawksford and N. Razaee "Adaptive mean-square-error transversal equaliser", IEE PROC. vol-128, part F, pp. 296-304, Oct. 1981.
- [8] George. D. A. "An Adaptive Decision Feedback Equalizer", IEEE trans. communications vol COM-19, No 3, June 1971. pp. 281-292.
- [9] Widrow. B. "Adaptive Signal Processing", Prentice-Hall, 1985, New Jersey.