

자기동조 PID 제어를 이용한 로봇 매니퓰레이터의 위치제어

김 유 택, 이재 호, 양 태 규, 이 상 효  
 광운대학교 전자공학과

Position Control of Robot Manipulator  
 using Self-Tuning PID controller

You-Taek Kim, Jae-Ho Lee, Tae-Kyu Yang, Sang-Hyo Lee  
 Dept. of Electronics, Kwang Woon University

Abstract

This paper represents the study of an effective self-tuning PID control for a robot manipulator to track a reference trajectory in spite of the presence of nonlinearities and parameters uncertainties in robot dynamic models. In this control scheme, an error model of the manipulator is established, for the first time, by difference between joint reference trajectory and tracked trajectory.

It's model Parameters are estimated by the recursive least-square identification algorithm, and classical controller parameters are determined by pole placement method. A computer simulation study was conducted to demonstrate performance of the proposed self-tuning PID control in joint-based coordinates for a robot with payload.

1. 서 론

로봇 매니퓰레이터의 제어 방법은 일반적으로 비 적응 제어 방식과 적응 제어 방식으로 나눌 수 있다.

적응 제어 방식은 기준 모델 제어 방식(Model Reference Adaptive Control)과 자기 동조 제어 방식(Self-Tuning Adaptive Control)으로 나눌 수 있으며, MRAC 방법은 로봇 계통이 원하는 특성을 갖도록 지정하는 방식으로 Lyapunov 설계 기법과 Popov 초안정도 이론을 기초로하여 제어를 설계하는 것이다.[1] STAC 방법은 로봇 모델에 대한 이산 시간 차분 모델과 임출력 자료를 통한 모델 매개변수 추정 방법을 기초로하여, 주어진 평가함수를 만족하도록 제어를 설계하는 것이다.[2]

이러한 적응 제어 방식은 매니퓰레이터에 대한 정확한 동특성 모델을 필요로 하지 않으며, 부하 변동과 매개변수의 불확실성에도 잘 적용됨을 알 수 있다.

또한 로봇 매니퓰레이터의 제어를 설계는 공간(Cartesian) 좌표 제어와 관절(Joint) 좌표 제어로 나눌 수 있으며, 관절 제어는 다변수 제어 계통인 결합관절 제어(Associated-Joint Control)와 단일 입출력 계통인 독립관절 제어(Separate-Joint Control)로 나눌 수 있으며, 결합관절 제어와 독립관절 제어는 제어 성능이 유사하다.[2]

본 논문에서는 로봇 매니퓰레이터에 대한 자기 동조 PID 극점 배치 제어를 제안하였다.

이 제어기는 독립관절 제어 형태이며, 제어 방법은 관절 기준(Reference) 궤적과 추종된 궤적의 오차 모델 매개변수를 RLS 방법에 의해 추정한다. 그리고 추정된 매개변수와 부정화된 페루프의 특성 방정식에 의해 고전적인 PID 제어기의 매개변수를 결정한다.

제한된 제어기의 성능을 조사하기 위하여 3개의 자유도를 갖는 로봇 매니퓰레이터에 대하여, 부하를 부과하여 시뮬레이션하였다.

2. 매니퓰레이터 모델

매니퓰레이터의 동적 방정식은 기본적으로 관절 입력 토크와 운동과의 관계식이며, 고전적인 역학으로 유도할 수 있다.[3]

여기서 매니퓰레이터의 전체 운동을 간단한 모델로 하기 위하여 링크의 유연성, 모터의 backlash를 무시한다. 그리고 손목의 질량은 부하와 함께 집중 질량으로 취급하고, 링크들은 rigid 하고, 집중 질량, 집중 관성이라고 가정한다.

매니퓰레이터의 동적 방정식은

$$D(q)\ddot{q} + h(q, \dot{q}) + g(q) = u(t) \quad (1)$$

여기서,  $D(q)$  =  $n \times n$  관성 행렬  
 $h(q, \dot{q})$  =  $n \times 1$  원심력 및 코리올리 벡터  
 $g(q)$  =  $n \times 1$  중력 벡터  
 $u(t)$  = 관절에 가해지는 토크

매니퓰레이터의 상태 벡터를 다음과 같이 정의하자.

$$X(t) = [q(t)^T, \dot{q}(t)^T]^T \quad (2)$$

여기서,  $q(t) \in R^n$ ,  $\dot{q}(t) \in R^n$

그러므로 식(1)의 동적 방정식은 식(3)과 같이 상태 방정식으로 나타낼 수 있다.

$$\dot{X}(t) = E(t)X(t) + F(t)u(t) \quad (3)$$

$$E(t) = \begin{pmatrix} 0 & & I \\ \dots & \dots & \dots \\ -D(q)^{-1}G(q) & \dots & -D(q)^{-1}H(q, \dot{q}) \end{pmatrix}$$

$$F(t) = \begin{pmatrix} 0 \\ \dots \\ -D^{-1} \end{pmatrix}$$

$I$ 는  $n \times n$  단위 행렬,  $0$ 는  $n \times n$  영 행렬

$$D(q) \in R^{n \times n}, g(q) = G(q)q$$

$$g(q) \in R^n, G(q) \in R^{n \times n}$$

$$h(q, \dot{q}) = H(q, \dot{q})\dot{q}$$

$$h(q, \dot{q}) \in R^n, H(q, \dot{q}) \in R^{n \times n}$$

컴퓨터로 수행하기 위하여 이산 시간 모델 표현이 필요하다. 식(3)의 시간에 대한 미분은 식(4)의 forward difference를 이용한다.

$$\dot{X}(t) = \frac{X(t + \Delta t) - X(t)}{\Delta t} \quad (4)$$

식(4)을 식(3)에 대입하면 식(5)과같은 상태 방정식을 얻는다.

$$X(k+1) = A'(k)X(k) + B'(k)u(k) \quad (5)$$

여기서,  $t = t_0 + k\Delta t$  라하면

$$A'(k) = I + E(t)\Delta t$$

$$B'(k) = F(t)\Delta t$$

원하는 궤적의 관절 위치를  $q_d(k)$ , 관절 속도  $\dot{q}_d(k)$  라하면, 원하는 상태 벡터는 다음과 같다.

$$X_d(k) = [q_d(k)^T, \dot{q}_d(k)^T]^T$$

또한 매니퓰레이터의 출력을  $q(k)$  라하면, 출력 오차 방정식은

$$dy(k) = y(k) - y_d(k) \quad (6)$$

여기서,  $y(k) = q(k)$

$$y_d(k) = q_d(k)$$

상태 방정식 식(5)과 출력 오차 방정식 식(6)을 결합하고, 외부 외란을 고려하면 다음과 같은 출력 오차 차분 방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{pmatrix} A_{11}(z^{-1}) & \dots & A_{1n}(z^{-1}) \\ \dots & \dots & \dots \\ A_{n1}(z^{-1}) & \dots & A_{nn}(z^{-1}) \end{pmatrix} dy(k) = z^{-d} \begin{pmatrix} B_{11}(z^{-1}) & \dots & B_{1n}(z^{-1}) \\ \dots & \dots & \dots \\ B_{n1}(z^{-1}) & \dots & B_{nn}(z^{-1}) \end{pmatrix} u(k) + e(k) \quad (7)$$

여기서,  $A_{ij}(z^{-1})$ ,  $B_{ij}(z^{-1})$ , ( $i, j = 1, 2, \dots, n$ )은  $z^{-1}$ 의 다항식이고,  $d$ 는 시간 지연,  $z^{-1}$ 은 후향 이동 연산자,  $e(k)$ 는 외부 외란 및 모델링 오차를 갖는  $nx1$  벡터의 백색잡음(white noise)이다.

식(7)은  $n$ 개의 입력출력을 갖는 다변수 계통이므로 많은 계산량이 요구된다. 그러나 이 방법과 각각의 관절에 대한 제어 방법과는 성능면에서 비슷하다. 그러므로  $i$ 번째 관절에 대한 출력 오차 방정식은 다음과 같다.

$$A_i(z^{-1})dy_i(k) = z^{-d}B_i(z^{-1})u_i(k) + h_i + e_i(k) \quad (8)$$

$$\text{여기서, } h_i = \sum_{j \neq i} z^{-d}B_{ij}(z^{-1})u_j(k) - \sum_{j \neq i} A_{ij}(z^{-1})dy_j(k)$$

### 3. 자기 동조 PID 제어

각각의 관절에 대한 출력 방정식을 2차계 모델로 고려하면 식(8)은

$$A(z^{-1})dy(k) = z^{-1}B(z^{-1})u(k) + h + e(k) \quad (9)$$

$$\text{여기서, } A(z^{-1}) = 1 + a_1z^{-1} + a_2z^{-2}$$

$$B(z^{-1}) = b_0 + b_1z^{-1}, \quad b_0 \neq 0$$

PID 제어를 다음과 같이 표현하자.

$$u(k) = \frac{R(z^{-1})}{S(z^{-1})} \cdot dy(k) \quad (10)$$

$$\text{여기서, } R(z^{-1}) = r_0 + r_1z^{-1} + r_2z^{-2}$$

$$S(z^{-1}) = (1 - z^{-1})(1 + s_1z^{-1})$$

식(10)을 식(9)에 대입하면 페루프 특성 방정식은

$$T(z^{-1}) = A(z^{-1})S(z^{-1}) + z^{-1}B(z^{-1})R(z^{-1}) \quad (11)$$

원하는 특성방정식을 다음과 같이 표현하자.

$$T_d(z^{-1}) = 1 + t_1z^{-1} + t_2z^{-2} \quad (12)$$

식(11)와 식(12)을 등식으로 놓고 계수 비교법에 의해 제어기 매개변수  $r_0, r_1, r_2, s_1$  을 구할 수 있다.

식(9)에서 매개변수를 추정하기 위하여 매개변수 벡터  $\theta$  와 데이터 벡터  $Z(k)$ 를 정의하자.

$$\theta^T = [a_1 \ a_2 \ b_0 \ b_1 \ h]$$

$$Z(k)^T = [-y(k-1) \ -y(k-2) \ u(k-1) \ u(k-2) \ 1] \quad (13)$$

그러므로 식(9)은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$dy(k) = \theta^T \cdot Z(k) + e(k) \quad (14)$$

매개변수  $\theta$  는 다음의 반복 최소 자승(RLS) 매개변수 추정 알고리즘에 의해 추정된다.

$$\hat{\theta}(k+1) = \hat{\theta}(k) + \left[ \frac{P(k)Z(k)}{\sigma + Z(k)^T P(k)Z(k)} \right] \cdot [dy(k+1) - Z(k)^T \hat{\theta}(k)^T] \quad (15)$$

$$P(k+1) = \sigma^{-1} \left[ P(k) - \frac{P(k)Z(k)}{\sigma + Z(k)^T P(k)Z(k)} \right] \quad (16)$$

여기서,  $0.9 < \sigma \leq 1$  는 망각 요소이며,  $\hat{\theta}$  은 추정된 매개변수이다. 추정된 매개변수는 제어기 매개변수를 결정하기 위하여 사용된다. 그러므로 식(10)의 제어 입력  $u(k)$ 가 결정된다.

자기 동조 PID 제어 계통은 그림 1과 같다.

### 4. 시뮬레이션

제안된 제어 알고리즘의 성능을 조사하기 위해 컴퓨터 시뮬레이션을 하였다. 그림 2와 같은 3개의 관절을 갖는 매니퓰레이터에 대해 비선형 결합 동적 방정식을 구했다.

매니퓰레이터의 매개변수는 다음과 같다.

$$I_1 = 0.2 \text{kg} \cdot \text{m}^2, \quad I_2 = 0.1 \text{kg} \cdot \text{m}^2, \quad I_3 = 0.1 \text{kg} \cdot \text{m}^2$$

$$L_2 = 0.6 \text{m}, \quad L_3 = 0.5 \text{m}, \quad m_2 = 15 \text{kg}, \quad m_3 = 10 \text{kg}, \quad m_g = 1 \text{kg}$$

여기서,  $I_i$ 는  $i$ 번째 링크의 관성 모멘트이고,  $L_i$ 는  $i$ 번째 링크의 길이,  $m_i$ 는  $i$ 번째 링크의 질량이며 질량 중심은  $L_i/2$  이다. 또한  $m_g$ 는 Gripper의 질량이다. 그리고 1 Kg의 부하를 갖는 로봇트 동적 방정식에 대해 컴퓨터 시뮬레이션은 Runge-Kutta 방법이 이용되었다.

공간 좌표에서 로봇트 매니퓰레이터 끝점의 위치 및 속도 궤적은 Inverse Kinematics을 이용하여 관절 좌표 궤적을 구하여 추종하도록 제어하였다. 다시 추종된 관절 좌표 궤적을 Direct Kinematics을 이용하여 공간 좌표 궤적을 구하였다.

Gripper에 대한 원하는 원의 궤적은 다음과 같다.

$$(x - 0.4)^2 + (y - 0.4)^2 = (0.3)^2, \quad z = 0.2$$

이것을 공간 좌표에서 표시하면

$$x(t) = -0.3 \cos(t \cdot 2\pi/3) + 0.4$$

$$y(t) = -0.3 \sin(t \cdot 2\pi/3) + 0.4$$

$$z(t) = 0.2$$

샘플링 시간은 10 ms이고 3초에 수행하도록 하였다. 원하는 특성 방정식은

$$T_1(z^{-1}) = 1 - 1.0z^{-1} + 0.21z^{-2}$$

$$T_2(z^{-1}) = 1 - 1.0z^{-1} + 0.21z^{-2}$$

$$T_3(z^{-1}) = 1 - 1.0z^{-1} + 0.21z^{-2}$$

망각 요소는  $\sigma = 0.95$ 로 선택하였고, 초기치는

$$Z_1(0) = 0, \quad \hat{\theta}_1 = [0.01, \dots, 0.01]^T, \quad P_1(0) = 10^6 \cdot I$$

( $i=1, 2, 3$ )로 선택하였다.

### 5. 결과 및 고찰

공간 좌표에서 Gripper 출발점이 (0.1, 0.4, 0.2)m 이고 수행 시간이 0초에서 3초 까지의 원의 운동

궤적은 그림 3과 같으며, Gripper의 기준(reference) 궤적과 추종된 궤적의 거리오차 Error는 그림 4에서 나타내었다.

$$Error = \sqrt{(x_d - x_0)^2 + (y_d - y_0)^2 + (z_d - z_0)^2}$$

여기서,  $x_d, y_d, z_d$  는 공간좌표에서 기준  $x, y, z$  의 궤적이며,  $x_0, y_0, z_0$  는 추종된  $x, y, z$  의 궤적이다. 정확한 초기값을 얻는 것은 불가능하므로 궤적의 처음 시작 부분에서 최대 거리 오차가 약 0.2m가 발생되었다. 그러나 약 1.5초 후 부터 비교적 좋은 추종 상태를 보인다. 관절 좌표에서 각 관절의 위치는 그림 5 - 7과 같이 주어지며, 궤적의 처음 시작 부분 외에는 좋은 응답 특성을 가진다.

일반적으로, 로봇 매니퓰레이터는 반복적인 작업을 수행하므로 처음 작업의 마지막에서 제어기 매개변수의 값을 다음 작업의 초기값으로 사용할 수 있다.

그림 8 은 수행시간이 3초에서 6초까지 Gripper의 두번째 원 궤적을 나타내었으며 Gripper의 거리오차 Error는 그림 9 와 같이 약 4mm이하의 오차를 보인다. 이것은 초기치의 부정확성으로부터 발생하는 큰 거리오차는 초기치의 정확한 설정에 의해 제거할 수 있다는 것을 보여준다.

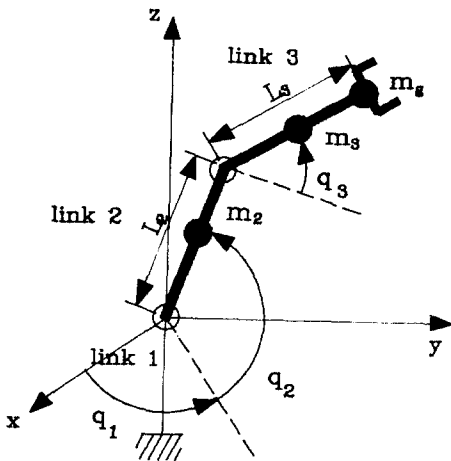


그림 2. 로봇 매니퓰레이터 모델  
Fig. 2. Model of Robot Manipulater

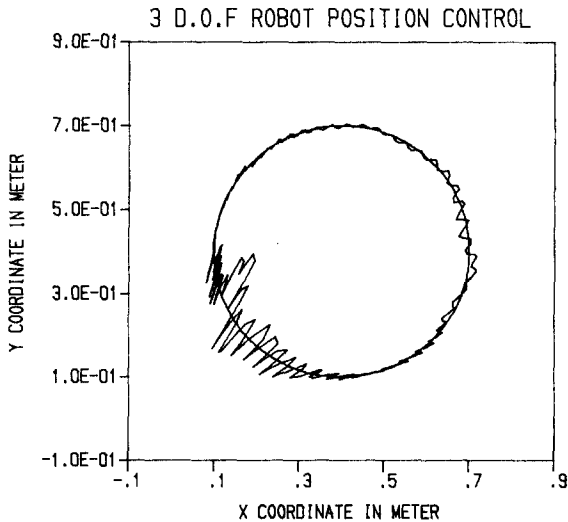


그림 3. 공간좌표에서 원 궤적의 추종  
Fig. 3. Tracking a Circular Trajectory in Cartesian Coordinate

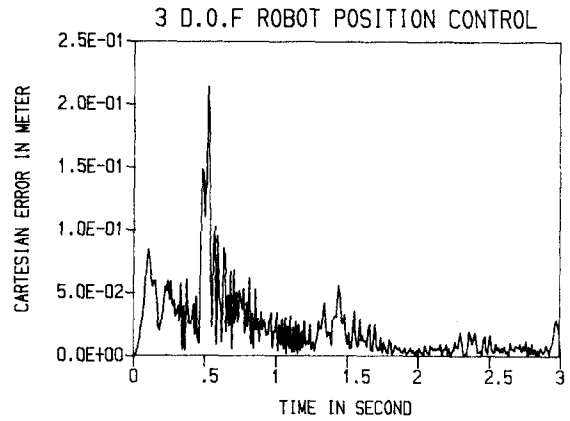


그림 4. 공간좌표에서의 거리오차  
Fig. 4. Distance Error in Cartesian Coordinate

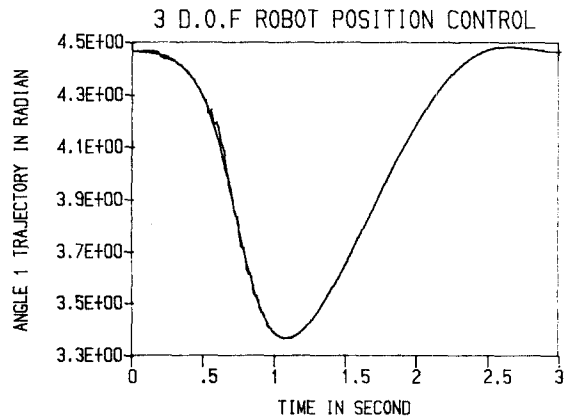


그림 5. 관절 1의 위치 추종  
Fig. 5. Position Tracking of Joint 1

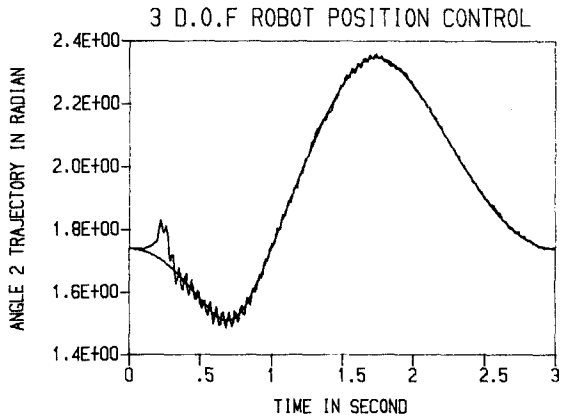


그림 6. 관절 2의 위치 추종  
Fig. 6. Position Tracking of Joint 2

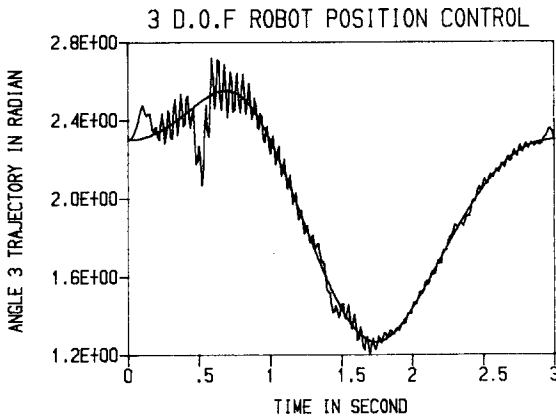


그림 7. 관절 3의 위치 추종  
Fig. 7. Position Tracking of Joint 3

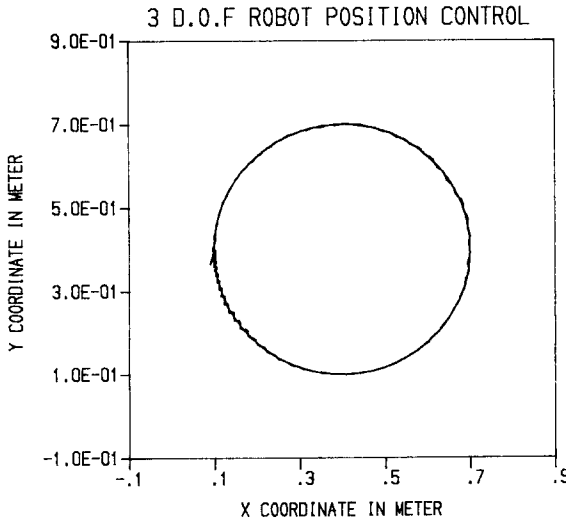


그림 8. 공간좌표에서 원 궤적의 추종  
Fig. 8. Tracking a Circular Trajectory in Cartesian Coordinate

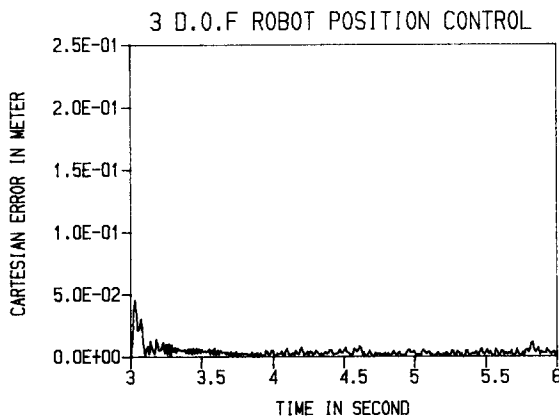


그림 9. 공간좌표에서의 거리오차  
Fig. 9. Distance Error in Cartesian Coordinate

## 6. 결론

본 논문에서는 로봇트 매니플레이터에 대한 자기 동조 PID 제어를 제안하였다.

출력 오차 방정식의 매개변수를 RLS 방법으로 추정 하였으며, 이 PID 제어기 매개변수는 극점 배치 방법 에 의해 온 라인 으로 결정되었다.

컴퓨터 시뮬레이션을 통해 제안된 제어기는 기준 궤적에 대해 부정확한 초기치 때문에, 궤적의 처음 시작 부분에서는 큰 추종 오차가 있으나 비교적 잘 추종됨을 보였다. 또한 반복적인 작업을 하는 매니 플레이터는 이전 작업의 제어기 매개변수를 사용함으 로써 보다 더 추종 오차가 없음을 보였다.

## 참 고 문 헌

- (1) S.Dubowsky & D.T.DesForges, "The Application Model-Referenced Adaptive Control to Robotic Manipulators", Trans. of the ASME, Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, Vol. 101, Sep. 1979.
- (2) A.J.Koivo & T.H.Gue, "Adaptive Linear Control of Robotic Manipulators", IEE Trans. on Automatic Control, Vol.AC-28, No.2, Feb.1983.
- (3) K.S.Fu, R.C.Gonzalez, C.S.G.Lee, Robotics control, sensing, vision, and intelligence McGraw-Hill, 1987.
- (4) M.S.Welstead, "Pole Assignment Self-tuning Regulator", Proc.IEE, Vol.126, No 8, Aug.1979.
- (5) D.W.Clarke, et all., "Self-tuning controller", Proc.IEE, Vol.122, No.8, Sep.1975.
- (6) F.Cameron & D.C.Seborg, "A self-tuning controller with a PID structure", Int.J. Contr., Vol. 38, No.2, 1983.
- (7) M.W.Walker & D.E.Orin, "Efficient Dynamic Computer Simulation of Robotic Mechanisms", Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, Vol.104, Sep.1982.
- (8) Spyros G.Tzafestas, Applied Digital Control, North-Holland, 1985.
- (10) C.S.G.Lee & M.J.Chung, "An Adaptive Control Strategy for Mechanical Manipulators", IEE Trans. on Automatic Control, Vol.AC-29, No.9, Sep.1982.
- (11) Gary G.Leininger, Adaptive Control of Manipulators Using Self-Tuning Methods, Robotic Research, PP.801-816.
- (12) R.Ortega & R.Kelly, "PID Self-Tuners: Theoretical and Practical Aspects", IEEE Trans. on Industrial electronics, Vol.IE-31, No.4, Nov. 1984.
- (13) Mei-Hua Liu, "Pole Assignment Self-Tuning Control of Robotic Manipulators", Proc. 15th Int. Symp. on Industrial Robots, Vol.2, Sep.1985.
- (14) Richard P. Paul, Robot Manipulator Mathematics, Programming and Control, MIT Press, 1982.

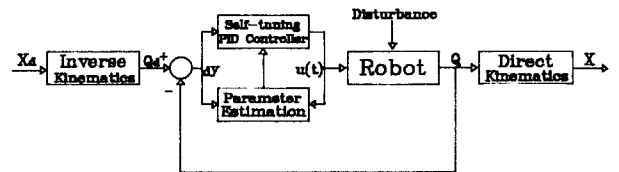


그림 1. 자기동조 PID 제어 계통  
Fig. 1. Self-tuning PID Control System