

# 로봇 매니플레이터의 역모델을 갖는 자기동조 극배치 제어

\* 이 은 욱 양 해 원  
한양대학교 공과대학 전기공학과

## Self-Tuning Pole-Placement Control of Robotic Manipulators with an Inverse Model

\* Eun-Wook Lee Hai-Won Yang  
Dept. of Electrical Eng., Hanyang Univ.

### (Abstract)

This paper presents an approach to the position control of a robot manipulator by using a self-tuning pole-placement controller with an inverse model.

The linearized independent difference equations of manipulator motion are obtained, and the parameters of these models are estimated on line. The controller is composed of two parts, the primary controller obtains desired torques by using an inverse model and the secondary controller computes variational torques on the basis of induced perturbation equations by minimizing a quadratic criterion with a closed-loop pole-placement.

Simulation is performed to demonstrate the effectiveness of this approach.

### 1. 서론

최근에, 로봇 매니플레이터는 산업 현장에서의 용도가 날로 증가되고 있으며, 고속동작 및 보다 복잡한 작업의 수행이 요구되어지고 있다. 요구되는 로봇 매니플레이터의 동작속도와 성능이 상대적으로 낮은 경우에는 간단한 시스템으로 제어가 충분하지만, 고속 및 정확도가 요구되는 작업에 대해서는 두 개의 중요한 문제점이 극복되어야 한다. 첫째로, 로봇 매니플레이터의 동특성이 관절위치와 관절속도들의 비선형 함수로 표현된다는 것이고, 두번째는, 로봇 매니플레이터의 동특성에서 변하는 부하의 영향이 고려되어야 한다는 것이다. 그러므로 로봇 매니플레이터의 운동방정식에 근거를 두고 비선형특성을 보상하기 위하여 몇가지 제어방법들이 연구되어 왔다. 이러한 방법들을 실현하기 위해서는 로봇 매니플레이터의 물리적인 매개변수들과 부하의 정확한 값들을 알아야 할 필요가 있고, 제어하기 위해서는 매우 복잡한 계산이 요구된다.

이러한 어려움에 대처하기 위해, 어떤 물리적인 정보 없이도 자동적으로 제어기 매개변수를 조절할 수 있는 적응 제어방법이 제안되었다. 적응제어방법은 크게, 로봇 매니플레이터의 출력이 기준모델의 출력을 따라가도록 궤환이득을 조절하는 기준모델 적응제어(model reference adaptive control)와, 로봇 운동에 대한 이산시간 차분모델과 모델 매개변수추정 알고리즘을 기초로하여 주어진 평가함수를 최소화함으로써 입력을 계산하는 자기동조 제어(self-tuning control) 방식의 두 가지로 분류할 수 있다.

로봇 매니플레이터에 대한 적응제어의 적용은 Dubowsky 와 Desforges [6] 에 의하여 기준모델 적

응제어방식을 사용하여 처음 시도되었고, Koivo 와 Guo [1] 는 자기동조 제어방식을 사용하였다. 또한 Liu, Wei 그리고 Huang [5] 은 관절들 사이의 간섭을 고려한 섭동방정식(perturbation equation)에 근거한 새로운 제어방식을 제안했다.

본 논문에서는 제어를 두 부분으로 구성하여, 첫 번째 제어기에서는 로봇 운동에 대한 선형 차분방정식의 역모델에 근거하여 원하는 출력을 얻는데 필요한 입력을 빠른시간내에 계산하여 전향보상하고, 두 번째 제어기에서는 원하는 입력을 가했을때 생기는 궤적오차를 줄이도록 변동입력을 얻기위해, 유도된 섭동방정식에 근거하여 주어진 평가함수가 최소로 되게 두 번째 제어기를 포함하는 페루프 시스템의 특성 다항식의 극점을 원하는 위치에 지정함으로써 위치와 부하의 변화에 둔감한 외재성(explicit) 자기동조 극배치 제어방식을 사용한다.

제안한 방법의 효율성을 알아보기 위하여 RHINO XR-2 로봇의 첫 번째 세 개의 관절을 대상으로하여 컴퓨터 시뮬레이션 하여본다.

### 2. 로봇 매니플레이터의 동특성

제어의 관점에서는, 로봇 매니플레이터의 동특성을 나타내기 위하여 Lagrange의 방법이 바람직하다. 이 방법을 적용하였을때, 관절공간에서의 n 개의 관절에 대한 Lagrange의 운동방정식은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$F_i = \sum_{j=1}^n D_{ij}(q)\ddot{q}_j + \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n C_{ijk}(q)\dot{q}_j\dot{q}_k + G_i(q) \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (1)$$

여기서,  $F_i$  는  $i$  번째 관절에 가하는 힘이나 토크,  $q_i$  는 회전관절인 경우에는 관절회전각, 미끄럼관절인 경우에는 관절이동거리,  $\dot{q}_i$  와  $\ddot{q}_i$  는 관절변수  $q_i$  의 속도와 가속도,  $D_{ij}(q)$  와  $D_{ji}(q)$  는  $i$  번째 관절의 유효관성(effective inertia) 과 간섭관성(coupling inertia),  $C_{ijk}(q)$  와  $C_{jik}(q)$  는  $i$  번째 관절의 원심력(centrifugal force) 과 Coriolis 힘,  $G_i$  는 중력에 기인하는 힘을 나타낸다.

식 (1) 은  $n$  개의 상호간섭 되어있고, 고도의 비선형성을 갖는 매우 복잡한, 2 차 미분 방정식의 시스템을 나타내고, 많은 삼각함수의 연산을 포함하므로 해를 구하는 것은 상당한 시간이 요구되므로 실시간 제어를 위해서는 모델의 간소화가 필요하다. 따라서 제어기 위 제시된 바와같이 제어대상에 대한 정확한 정보가 요구되지 않는 적응제어의 적용은 타당하다.

### 3. 로봇트 매니플레이터의 관절모델

#### 3-1. 제어모델

관절들 사이의 상호작용을 무시하고, 각각의 관절에 독립적인 제어를 구성하면 각 관절의 제어입력을 동시에, 병렬 수행방식으로 구할 수 있으므로 계산시간을 단축시킬 수 있다.

식 (1) 을 동작점 근처에서 적당히 선형화하고, Euler 방법에 의하여 이산화시키면  $i$  번째 관절에 대해 다음과같은 선형, 단일 입-출력모델을 얻을 수 있다.

$$A_i(q^{-1})y_i(k) = q^{-d}B_i(q^{-1})u_i(k) + h_i + e_i(k) \quad (2)$$

$(i = 1, 2, \dots, n)$

$$A_i(q^{-1}) = 1 + a_{i1}q^{-1} + a_{i2}q^{-2} \dots + a_{ina}q^{-na}$$

$$B_i(q^{-1}) = b_{i0} + b_{i1}q^{-1} + b_{i2}q^{-2} \dots + b_{inb}q^{-nb}$$

여기서,  $u_i(k)$  와  $y_i(k)$  는  $i$  번째 관절의 입력 토크와 측정된 위치출력을 나타내고,  $d_i$  는 시간 지연,  $h_i$  는 bias 항,  $e_i(k)$  는 평균이 0 이고, 분산이  $\sigma^2$  인 Gauss 분포의 백색잡음을 갖는 모델링 오차로 다른 관절들의 영향을 받는 상호간섭을 포함한다. 이 후로는, 편의를 위하여 아랫첨자  $i$  를 생략하겠다.

#### 3-2. 매개변수 추정알고리즘

식 (2) 의 매개변수를 추정하기 위하여 망각인수가 변하는 확장된 순환형 최소자승 알고리즘을 사용하였다. 식 (2) 를 다시쓰면

$$y(k) = \Theta^T \phi(k-1) + e(k) \quad (3)$$

$$\Theta^T = [-a_1 \ -a_2 \ \dots \ -a_n \ b_0 \ b_1 \ \dots \ b_n \ h]$$

$$\phi^T(k-1) = [y(k-1) \ y(k-2) \ \dots \ y(k-na)$$

$$u(k-d) \ u(k-d-1) \ \dots \ u(k-d-nb) \ 1]$$

매개변수  $\Theta$  를 추정하기위한 순환적 형태는

$$e(k) = y(k) - \Theta^T \phi(k-1) \quad (4)$$

$$\Theta(k) = \Theta(k-1) + G(k)e(k) \quad (5)$$

$$G(k) = \frac{R(k-1)\phi(k-1)}{\mu(k) + \phi^T(k-1)R(k-1)\phi(k-1)} \quad (6)$$

$$R(k) = \frac{1}{\mu(k)} \left[ R(k-1) - \frac{R(k-1)\phi(k-1)\phi^T(k-1)R(k-1)}{\mu(k) + \phi^T(k-1)R(k-1)\phi(k-1)} \right] \quad (7)$$

여기서,  $\mu(k)$  는 망각함수 (forgetting function) 로 다음과같이 1차 차분방정식에 의해 결정된다.

$$\mu(k) = \mu_0 \mu(k-1) + (1 - \mu_0) \quad (8)$$

초기조건은  $0.9 < \mu_0 < 1$  이고, 갱신 인수 (updating factor) 는  $0 < \mu_0 < 1$  이다. 매개변수는 on-line 으로 추정되고, 추정된 매개변수는 마지막 실제의 매개변수인 것처럼 입력을 계산하는데 사용된다.

### 4. 제어기의 설계

제어기는 원하는 출력에 대응하는 적절한 입력을 계산하여 전향보상 해주는 제 1 제어기와 궤적오차를 줄이기 위한 변동입력을 계산하는 제 2 제어기의 두 부분으로 구성된다.

#### 4-1. 제 1 역모델 제어기

(2) 식에서  $y(k)$  와  $u(k)$  대신  $y_d(k)$  와  $u_d(k)$  를 대입하면

$$A(q^{-1})y_d(k) = q^{-d}B(q^{-1})u_d(k) + h \quad (9)$$

(9) 식을  $u_d(k)$  에 대해 정리하면 결국, 원하는 입력은

$$u_d(k) = \{y_d(k+d) + a_1 y_d(k+d-1) \dots + a_n y_d(k+d-na) - b_1 u_d(k-1) \dots - b_n u_d(k-nb) - h\} / b_0 \quad (10)$$

#### 4-2. 제 2 자기동조 극배치 제어기

식 (2) 에서 식 (9) 를 빼주면 아래와같은 섭동방정식을 얻을 수 있다.

$$A(q^{-1})\delta y(k) = q^{-d}B(q^{-1})\delta u(k) + e(k) \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \delta y(k) &= y(k) - y_d(k) \\ \delta u(k) &= u(k) - u_d(k) \end{aligned}$$

(11) 식의 섭동방정식에 근거하여 변동입력을 계산하기 위한 자기동조 극배치 제어기를 설계한다. 가중치를 갖는 궤적오차와 제한된 변동입력을 포함하는 2 차형식의 평가함수는 다음과 같다.

$$J = E\{ \|\ P(q^{-1})\delta y(k+d) \|^2 + \|\ Q(q^{-1})\delta u(k) \|^2 \} \quad (12)$$

여기서,  $\|\cdot\|$  는 euclidean norm 이고,

$$\begin{aligned} P(q^{-1}) &= 1 + P_1(q^{-1}) + P_2(q^{-2}) \dots + P_{np}(q^{-np}) \\ Q(q^{-1}) &= Q_0 + Q_1(q^{-1}) + Q_2(q^{-2}) \dots + Q_{nq}(q^{-nq}) \end{aligned}$$

식 (12) 에서  $\delta y(k+r)$ , ( $1 \leq r \leq d$ ) 는 미지이므로, 시간  $k$  까지의 기저의 정보를 사용하는 추정 알고리즘 [(3) - (8)] 에 근거하여 얻어진 매개변수를 사용한  $r$  스텝 예측치  $\delta \hat{y}(k+r/k)$  에 의해 대체된다. 시간  $k$  에서 계산될 수 있는  $r$  스텝 예측치 및  $r$  스텝 예측오차는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \delta \hat{y}(k+r/k) &= -\sum_{j=1}^{na} a_j \delta \hat{y}(k+r-j/k) \\ &\quad + \sum_{j=0}^{nb} b_j \delta u(k+r-d-j) \end{aligned} \quad (13)$$

$$e(k+r/k) = \delta y(k+r) - \delta \hat{y}(k+r/k) \quad (14)$$

이때

$$q^{-1}\delta \hat{y}(k+r/k) = \delta \hat{y}(k+r-1/k) \quad (15)$$

$$\delta \hat{y}(k+r-j/k) = \delta y(k+r-j), \quad (k+r-j \leq k) \quad (16)$$

식 (13) - (16) 을 사용하면 평가함수의 식 (12) 는 다시 다음과같이 쓸 수 있다.

$$J = \|\ P(q^{-1})\delta \hat{y}(k+d/k) \|^2 + \|\ Q(q^{-1})\delta u(k) \|^2 + E\{ \|\ e(k+d/k) + \sum_{j=1}^{d-1} P_j e(k+d-j/k) \|^2 \} \quad (17)$$

평가함수,  $J$  를 최소로 하는 변동입력,  $\delta u(k)$  는 식 (17) 을  $\delta u(k)$  에 대해 편미분하여 얻을 수 있다.

$$bo[P(q^{-1})\delta \hat{y}(k+d/k)] + Q_0Q(q^{-1})\delta u(k) = 0 \quad (18)$$

$\delta x(k) = \delta \hat{y}(k+d/k) - bo\delta u(k)$  를 정의하고, 식 (18) 를  $\delta u(k)$  에 대해 정리하면 변동입력은 결국 다음과 같이 주어진다.

$$\delta u(k) = -1/(bo^2+Q_0^2)\{bo[\delta x(k) + \sum_{j=1}^{np} P_j \delta \hat{y}(k+d-j/k) + Q_0 \sum_{j=1}^{nq} Q_j \delta u(k-j)]\} \quad (19)$$

제 2 자기동조 극배치 제어기를 사용한 페루프 시스템의 극점이 원하는 위치에 지정되도록 (19) 식의 가중다항식  $P(q^{-1})$  과  $Q(q^{-1})$  를 결정한다. 페루프 시스템은 식 (11) 과 식 (18) 에 의하여 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$[Q^*(q^{-1})A(q^{-1})+B^*(q^{-1})P(q^{-1})]\delta y(k) = Q^*(q^{-1})e(k) \quad (20)$$

$$\text{여기서, } Q^*(q^{-1}) = Q_0 Q(q^{-1}) \\ B^*(q^{-1}) = bo B(q^{-1})$$

페루프 특성다항식이 원하는 다항식  $T(q^{-1})$  가 되도록하면

$$Q^*(q^{-1})A(q^{-1}) + B^*(q^{-1})P(q^{-1}) = T(q^{-1}) \quad (21)$$

$$T(q^{-1}) = 1 + t_1q^{-1} + t_2q^{-2} + \dots + t_{n_t}q^{-n_t}$$

식 (21) 이 만족 되도록 다항식  $P(q^{-1})$ ,  $Q^*(q^{-1})$  를 적절히 선택한다. 식 (21) 이 유일해를 갖기 위해서는  $P(q^{-1})$  이  $n_a$  차,  $Q^*(q^{-1})$  이  $n_b$  차 이어야 한다.

방정식 (21) 의 해를 구하기 위하여 Sylvester 행렬,  $(n_a+n_b+1) \times (n_a+n_b+1)$  을 사용하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ a_1 & 1 & \dots & b_0^* & 0 & \dots & 0 \\ \dots & a_1 & \dots & b_1^* & b_0^* & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & b_1^* & \dots & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n_a} & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & a_{n_a} & \dots & b_{n_b}^* & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & b_{n_b}^* & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & a_{n_a} & \dots & b_{n_b}^* & \dots & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_0^* \\ Q_1^* \\ \dots \\ Q_{n_q}^* \\ P_1 \\ P_2 \\ \dots \\ P_{n_p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - b_0^* \\ t_1 - b_1^* \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ t_{n_t} \\ \dots \end{bmatrix} \quad (22)$$

결국 로봇트 매니퓰레이터에 가하는 전체입력은 다음과 같다.

$$u(k) = u_d(k) + \delta u(k) \quad (23)$$

### 5. 시뮬레이션

제안한 방법의 효율성을 알아보기 위하여 컴퓨터 시뮬레이션을 수행하였다. 제어대상은 5 자유도를 갖는 교육용, 소형 RHINO XR-2 로봇트로, 마지막 두개의 링크를 하나의 질량으로 가정하여 세 번째 링크에 포함시키고, 첫 번째 3 개의 회전관절만을 고려하였다. 그림 2. 은 RHINO XR-2 로봇트의 핸드를 제외한 외관이고, 표 1. 은 첫 번째 세계 링크

의 길이와 질량을 나타낸다.

시뮬레이션에서, 출력값은 (1) 식의 복잡하고, 상호간섭되어있는 비선형의 운동방정식을 사용하여 얻는다. 이때 적분주기는 2 msec, 샘플링 주기는 10 msec 로 하였다.

원하는 동작은, 공간좌표계의 (0.2,0.3,0.2)m 인 점에서 출발하여 시계방향으로 반지름이 0.1m 이고, 중심이 (0.2,0.2,0.2)m 인 원을 X-Y 평면상에 2 초 동안 그리도록 하였다. 무부하의 (핸드의 질량은 포함) 경우와 1 kg 의 부하를 핸드에 가한 경우에 대해 시뮬레이션하여 비교하여 보았다.

식 (2) 에서 모델의 차수는 각 관절의 입-출력 관계를 정확하고, 가장 간단하게 나타낼 수 있도록  $n_{a_i} = 2$ ,  $n_{b_i} = 1$ ,  $d_i = 1$  로 하였다. 그러면 식 (21) 에서  $n_{p_i} = 2$ ,  $n_{q_i} = 1$  이 된다. 각 관절에 대한 원하는 다항식은 모두  $1 - 0.5q^{-1}$  로 선택하였고, 매개변수 추정 알고리즘에서, 갱신인수  $\mu_0$  는 0.95 로 택하였고, 초기치  $\mu(0)$  는 0.95,  $\theta(0)$  는  $[-1.0 \ 0.5 \ 0.1 \ 0.1 \ 0.0]^T$ ,  $P(0)$  는  $10^6 I$  로 하였다.

그림 3. 은 무부하(hand의 질량은 포함)의 경우에 대한 관절공간에서의 각 관절의 위치궤적이고, 그림 4. 는 같은 경우, 공간좌표계의 X-Y 평면상에서의 원궤적을 보여준다.

### 6. 결론

본 논문에서는 역 모델을 갖는 자기동조 극배치 제어방식을 사용하여 로봇트 매니퓰레이터의 위치를 제어하여 보았다.

기존의 Newton-Euler 방정식을 사용하지 않고 역 모델을 사용하여 전향보상하였기 때문에 계산시간을 상당히 줄일 수 있었다. 시뮬레이션 결과에 의하면, 부하와 매개변수의 변화에 매우 강인하고, pre-learning 주기를 도입하면 더욱 좋은 결과를 나타낼 수 있었다.

앞으로, 관절들 상호간의 간섭을 고려할 수 있는 다중 입-출력 집중 제어방식을 사용하여 고속으로 동작하는 매니퓰레이터의 제어에 대한 연구가 수행 되어야 할 것이다.

### <참 고 문 헌>

- [1] A. J. Koivo and T. H. Guo, "Adaptive Linear Controller for Robotic Manipulators," IEEE Trans. of Automatic Control, Vol. AC-28, No. 1, pp. 162-171, 1983.
- [2] G. C. Goodwin and K. S. Sin, "Adaptive Filtering, Prediction and Control," Prentice-Hall, 1984.
- [3] K. S. Fu, R. C. Gonzalez and C. S. G. Lee, "Robotics: Control, Sensing, Vision, and Intelligence," McGraw-Hill, 1987.
- [4] L. Liu and N. K. Sinha, "Quadratic-criterion self-tuning control with error transfer-function pole/zero placement," Int. J. Control, Vol. 45, No. 2, pp. 485-502, 1987.
- [5] M. H. Liu, L. Wei and Y. F. Huang "Pole Assignment Self-Tuning Control of Robotic Manipulators," 16th International Symposium on Industrial Robotics, Vol. 1, pp. 290-298, 1986.
- [6] S. Dubowsky and D. T. DesForges, "The Application of Model Reference Control to Robotic Manipulator," Trans. Of the ASME, Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, Vol. 101, pp. 193-200, 1979.

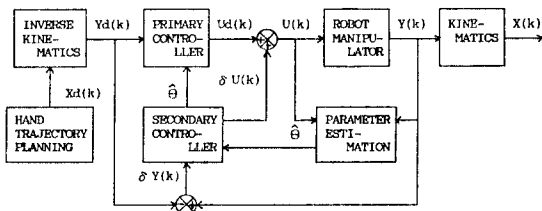


그림 1. 전체 제어계통에 대한 블록선도

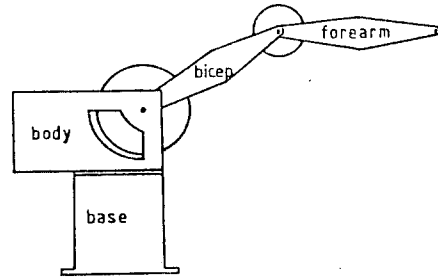
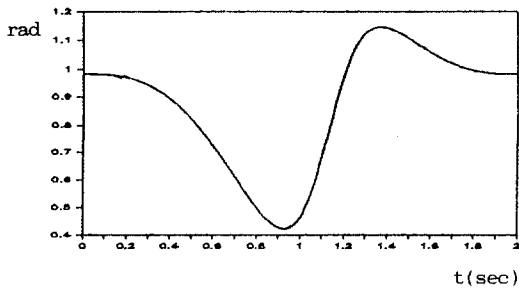
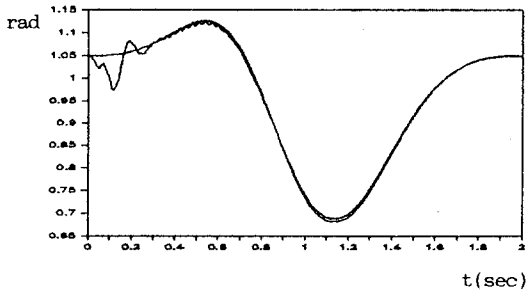


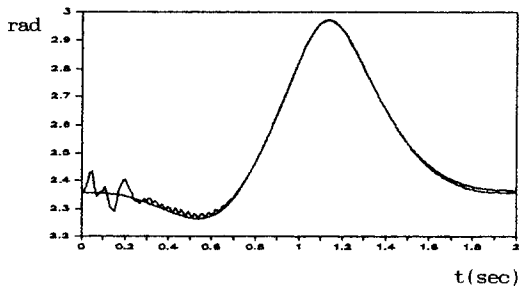
그림 2. RHINO 로봇의 외관 (hand 제외)



a) 관절 1



b) 관절 2



c) 관절 3

그림 3. 각 관절의 위치궤적

표 1. RHINO 각 링크의 길이와 질량

Link	Mass(g)	Length(cm)	Remark
1	3,950	24.8	
2	800	22.9	chain 무게포함
3	1,115	22.9	hand 무게포함

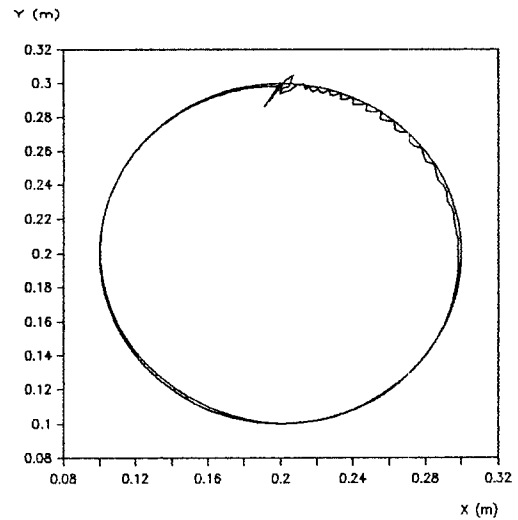


그림 4. 공간좌표계의 원궤적 (X-Y 평면)