

제한 입력을 고려한 로봇트 매니퓰레이터의
학습 제어에 관한 연구

◦성 호 진 조 현 찬 전 흥 태

중앙대학교 전자 공학과

ON LEARNING CONTROL OF ROBOT MANIPULATOR
INCLUDING THE BOUNDED INPUT TORQUE

◦Ho-Jin Seong Hyun-Chan Cho Hong-Tae Jeon

Dept. of Electronic Engineering of Chung-Ang Univ. Seoul, Korea

ABSTRACT

Recently many adaptive control schemes for the industrial robot manipulator have been developed. Especially, learning control utilizing the repetitive motion of robot and based on iterative signal synthesis attracts much interests. However, since most of these approaches excludes the boundness of the input torque supplied to the manipulator, its effectiveness may be limited and also the full dynamic capacity of the robot manipulator can not be utilized.

To overcome the above-mentioned difficulties and meet the desired performance, we propose an approach which yields the effective learning control schemes in this paper. In this study, some stability conditions derived from applying the Lyapunov theory to the discrete linear time-varying dynamic system are established and also an optimization scheme considering the bounded input torque is introduced.

These results are simulated on a digital computer using a three-joint revolute manipulator to show their effectiveness.

1. 서 론

산업용 로봇트 매니퓰레이터는 공장 자동화의 중추적 역할을 담당하며 컴퓨터에 의해 제어되는 기계적 시스템이다. 대부분 산업용 로봇트는 주어진 임무를 반복적으로 수행하는 시스템으로 오차 발생시 사람의 조정이나 적합한 귀환(feedback) 제어 시스템 없는 이전의 실수를 계속적으로 반복한다. 이는 생산성 측면에서 큰 손실로 많은 연구자들이 이 어려움을 극복하기 위해 노력해 왔다. 학습 제어는 이러한 노력의 일환으로서 이전의 경험을 바탕으로 현재 행의 수행성(performance)을 개선할 수 있는 제어 방법이다. 이 학습 제어는 정확한 파라미터의 추정을 필요로 하지 않는 잇점을 갖고 있다.

최근 Arimoto[2]는 원하는 출력과 실제 출력의 오차를 없애기 위해 제어 입력을 반복적으로 계산해 내는 학습 제어 알고리즘을 발표하였으며 이 방법은 학습 제어의 일반적인 형태로 인식되고 있다. 또한 Arimoto[3]와 Craig[4]는 결정론적 제어(deterministic control) 이론을 사용하여 효율성이 향상된 새로운 학습 제어 방법을 제안하였으며 Togai와 Yamano[5]는 이산적 제어 방법을 이용한 학습 제어를 제안하였다. 이 밖에도 많은 연구자들에 의해 여러가지 형태의 학습 제어 방법이 발표되었다[5][6][7].

그러나 발표된 대부분의 결과들은 매니퓰레이터의 주요 동작 특성인 입력 제한 조건을 무시하고 있다. 따라서 그 결과들은 실제 효율성에 많은 어려움을 갖게 된다. 본 논문은 이러한 어려움을 효율적으로

극복하기 위해 학습 제어 알고리즘 개발에 입력 제한 조건을 고려한 새로운 학습 제어 방법을 제안하고자 한다. 본 논문에서 제시된 제어 방법은 Togai [1]가 제안한 이산적 학습 제어에 기초를 두고 있다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서 Lagrange-Euler 방법을 사용해 매니퓰레이터의 운동 방정식이 구성되고 학습 제어를 위한 기준 모델이 설명된다. 3장에서는 입력 제한 조건과 상태 오차에 의해 보조 입력을 산출하는 새로운 학습 제어 알고리즘이 설명된다. 4장에서는 3개의 자유도를 갖는 Revolute형의 매니퓰레이터를 이용해 본 논문에서 제시되는 알고리즘의 효율성이 입증된다. 마지막으로 5장에서는 본 연구의 결론 및 앞으로의 연구 방향이 제시된다.

2. 운동 방정식과 기준 모델

2.1 로봇트 매니퓰레이터의 동적 모델

일반적으로 로봇트 매니퓰레이터의 동적 방정식을 기술하는 방법에는 여러가지가 있다. 본 논문에서는 closed 형태를 제공하는 Lagrange-Euler 방법을 사용한다. n 자유도를 갖는 매니퓰레이터의 Lagrange-Euler 방정식은 다음과 같다.

$$M(q) \ddot{q} + D(q, \dot{q}) + G(q) = U \quad (1)$$

여기에서 $U(eR^n)$ 는 입력 토크 벡터, $q(eR^n)$ 는 조인트 위치 벡터, $D(q, \dot{q})(eR^{n \times n})$ 는 대칭 관성 행렬, $h(q, \dot{q})(eR^n)$ 는 Coriolis와 centrifugal 힘 벡터, $c(q)(eR^n)$ 는 중력 벡터이다. 또한 $H(q)(eR^{n \times n})$ 와 $G(q)(eR^{n \times 1})$ 는 다음과 같은 형태를 가지며 상태 방정식 형태로 변환시키기 위해 편의상 정의한 행렬이다.

$$h(q, \dot{q}) = H'(q) \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \cdot \dot{q}_1 \\ \dot{q}_1 \cdot \dot{q}_2 \\ \dot{q}_1 \cdot \dot{q}_3 \\ \vdots \\ \dot{q}_n \cdot \dot{q}_n \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$H(q) = H'(q) \begin{bmatrix} \dot{q}_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dot{q}_1 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \dot{q}_1 \\ 0 & \dot{q}_2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dot{q}_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \dot{q}_n \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$C(q) = \begin{bmatrix} c_1/|q_1| & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & c_2/|q_2| & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & c_n/|q_n| \end{bmatrix} \quad (4)$$

식 (1)로부터 다음과 같은 상태 방정식을 유도 할 수 있다.

$$X(k+1) = A(k) X(k) + B(k) U(k) \quad (5)$$

여기에서 상태 변수 $X(k) = [q^T(k) \dot{q}^T(k)]^T$ 이고 $A(k) (\in \mathbb{R}^{2n \times 2n})$ 와 $B(k) (\in \mathbb{R}^{2n \times n})$ 는 다음과 같이 정의 된다.

$$A(k) = \begin{bmatrix} 0 & I_n \\ -D^{-1}(q)C(q) & -D^{-1}(q)H(q) \end{bmatrix} \quad (6-1)$$

$$B(k) = \begin{bmatrix} 0 \\ D^{-1}(q) \end{bmatrix} \quad (6-2)$$

2.2 기준 모델의 설정

기준 모델은 선형 시불변 특성을 갖고 decoupled된 시스템으로 매니플레이터의 기본 동작 목적을 제공해 준다. 또한 기준 모델을 통해 원하는 상승 시간, 퍼센트 오버 슈트 등의 주요한 파라미터를 임의로 선택할 수 있다. 본 논문에서는 다음과 같은 선형 2계 미분 방정식을 기준 모델로 삼는다.

$$\ddot{x}_{di} + 2\xi_i \omega_{ni} \dot{x}_{di} + \omega_{ni}^2 x_{di} = \omega_{ni}^2 u_{di}(t) \quad (7)$$

$i = 1, 2, \dots, n$

여기에서 ω_{ni} 은 자연 주파수를 나타내고 ξ_i 는 감쇠비를 나타낸다. 동작 방정식과 마찬가지로 식 (7)을 이산형 상태 변수 모델로 변환하면 다음과 같다.

$$X_d(k+1) = A_M X_d(k) + B_M U_d(k) \quad (8)$$

여기에서, $X_d(k) (\in \mathbb{R}^{2n})$ 는 이산형 상태 변수이고

$$A_M = \begin{bmatrix} 0 & I_n \\ -A_1 & -A_2 \end{bmatrix}, \quad B_M = \begin{bmatrix} 0 \\ A_1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$A_1 = \text{diag}(\omega_{n1}^2), \quad A_2 = \text{diag}(2\xi_i \omega_{ni}), \quad \omega_{ni} > 0, \quad 2\xi_i \omega_{ni} > 0$$

이다.

3. 제한 입력을 고려한 새로운 학습 제어

식 (5)의 매니플레이터를 학습 제어하기 위한 i 번째 시행, time k 에서 상태 오차 $e_i(k) (\in \mathbb{R}^{2n})$ 와 control law 는 다음과 같이 정의 된다(참조 그림 1)[1]. (이 control law 의 수렴성은 Togai 와 Yamano 에 의해 증명되었음)

$$e_i(k) = X_d(k) - X_i(k) \quad (10)$$

$$U_{i+1}(k) = U_i(k) + G e_i(k+1) \\ = U_i(k) + \Delta U_i(k) \quad (11)$$

여기에서 $X_d(k) (\in \mathbb{R}^{2n})$ 는 time k 에서 요구되는 모델의 출력이고, $X_i(k)$ 는 매니플레이터의 실제 출력이며 G 는 수렴성을 충족시키기 위한 가변 이득이다. 또한 $\Delta U_i(k)$ 는 상태 오차 $e_i(k)$ 에 의해 결정된 보조 입력이다.

그러나 위의 control law는 실제 산업용 로봇에의 적용에 그 한계성을 가진다. 즉 입력 제한 조건을 만족하지 않기 때문에 새로운 입력 $U_{i+1}(k)$ 가 매니플레이터의 동적능력을 초과하였을 경우 그 control law의 의미를 상실하게 된다. 이에 본 절에서는 식 (11)과 (11)에 기초를 두고 한편으로는 매니플레이터의 입력 제한 조건을 고려한 새로운 학습 제어 방법이 제시된다.

3.1 보조 입력 $U_i(k)$ 의 제한 조건

이미 설명한 것처럼 학습 제어에 있어 새로운 입력은 주어진 입력 제한 조건에 의해 결정되어야 한다. 즉 식 (11)의 다음 시행 입력 $U_{i+1}(k)$ 는 다음과 같은 제한 조건을 만족해야 한다(참조 그림 2).

$$U_{\min}(X_i(k)) \leq U_{i+1}(k) \leq U_{\max}(X_i(k)) \quad (12)$$

그러나 $U_{\min}(X_i(k))$ 와 $U_{\max}(X_i(k))$ 는 실제적으로 정확한 값을 구하기가 매우 어렵기 때문에 이후부터는 하나의 상수값 U_{\min} , U_{\max} 로 가정한다.

식 (11)과 (12)를 살펴보면 보조 입력 $\Delta U_i(k)$ 는 다음과 같은 제한 조건을 갖는다.

$$\Delta U_{\min}(k) \leq \Delta U_i(k) \leq \Delta U_{\max}(k) \quad (13)$$

여기에서 $\Delta U_{\min}(k) \leq U_{\min} - U_i(k)$ 이고 $\Delta U_{\max}(k) \leq U_{\max} - U_i(k)$ 이다.

3.2 최적 제어 입력

본 절에서는 최소의 상태 오차를 갖는 입력을 결정하기 위해 최적 제어 방법을 도입한다. 최적의 입력을 얻기 위한 방법은 여러가지가 있지만 본 논문에서는 각 단계(single stage)마다 실행 지수(performance index)를 최소로 하는데 많은 잇점을 갖는 conjugate gradient 방법을 이용한다[8]. 이를 위해 실행 지수와 제약 조건은 다음과 같이 정의 된다.

$$\text{minimize } J = \frac{1}{2} e_i^T(k+1) Q e_i(k+1) \quad (14)$$

$$\text{subject to } X_i(k+1) = A(k)X_i(k) + B(k)U_i(k) \quad (15)$$

$$\Delta U_{\min}(k) \leq \Delta U_i(k) \leq \Delta U_{\max}(k) \quad (16)$$

여기에서 $Q (\in \mathbb{R}^{6 \times 6})$ 는 양의 가중치 행렬(positive

definite weighting matrix)이다.

위 최적해 문제를 효율적으로 해결하기 위해 식 (14) (15) 그리고 (16) 으로부터 다음과 같은 실행 지수를 정의 한다.

$$J' = \frac{1}{2} e_i^T(k+1) Q e_i(k+1) + [A(k)X_i(k) + B(k)U_i(k) - X_i(k+1)]^T L H(g_1) x [A(k)X_i(k) + B(k)U_i(k) - X_i(k+1)] + [\Delta U_{\max}(k) - U_i(k)]^T M H(g_2) [\Delta U_{\max}(k) - U_i(k)] + [\Delta U_{\min}(k) - U_i(k)]^T N H(g_3) [\Delta U_{\min}(k) - U_i(k)] \quad (17)$$

여기에서 $L_i (\in \mathbb{R}^{6 \times 6})$, $M_i (\in \mathbb{R}^{3 \times 3})$ 과 $N_i (\in \mathbb{R}^{3 \times 3})$ 은 적당한 양의 가중치 행렬이다. 또한 $H(g_1) (\in \mathbb{R}^{6 \times 6})$, $H(g_2) (\in \mathbb{R}^{3 \times 3})$ 그리고 $H(g_3) (\in \mathbb{R}^{3 \times 3})$ 는 다음과 같이 정의되는 Heaviside diagonal matrix 이다.

$$g_1 = A(k)X_i(k) + B(k)U_i(k) - X_i(k+1) \quad (18-1)$$

$$g_2 = \Delta U_{\max}(k) - U_i(k) \quad (18-2)$$

$$g_3 = \Delta U_{\min}(k) - U_i(k) \quad (18-3)$$

$$H(g_1) = \begin{cases} H_{ii}(g_1) = 0 & \text{if } g_1 > 0 \\ H_{ii}(g_1) = 1 & \text{if } g_1 \leq 0 \end{cases} \quad (19-1)$$

$$H(g_2) = \begin{cases} H_{ii}(g_2) = 0 & \text{if } g_2 > 0 \\ H_{ii}(g_2) = 1 & \text{if } g_2 \leq 0 \end{cases} \quad (19-2)$$

$$H(g_3) = \begin{cases} H_{ii}(g_3) = 0 & \text{if } g_3 > 0 \\ H_{ii}(g_3) = 1 & \text{if } g_3 \leq 0 \end{cases} \quad (19-3)$$

$$H(g_4) = \begin{cases} H_{ii}(g_4) = 0 & \text{if } g_4 > 0 \\ H_{ii}(g_4) = 1 & \text{if } g_4 \leq 0 \end{cases} \quad (19-4)$$

$$H(g_5) = \begin{cases} H_{ii}(g_5) = 0 & \text{if } g_5 > 0 \\ H_{ii}(g_5) = 1 & \text{if } g_5 \leq 0 \end{cases} \quad (19-5)$$

$$H(g_6) = \begin{cases} H_{ii}(g_6) = 0 & \text{if } g_6 > 0 \\ H_{ii}(g_6) = 1 & \text{if } g_6 \leq 0 \end{cases} \quad (19-6)$$

일반적으로 새로운 실행 지수 (17)의 최적해를 구하기 위한 방법은 여러가지가 있을 수 있으나 본 논문에서는 간단하고도 많은 계산상의 잇점을 갖는 conjugate gradient 방법을 이용한다. 이 방법에 의한 최소값 J' 를 갖는 입력 $U_{i+1}(k)$ (즉 $i+1$ 번째 시행, time k 에서 최소 오차를 갖는 입력)을 구하는 과정은 다음과 같다.

알고리즘: 최소 입력 탐색 알고리즘

- 단계 1 초기 입력 U_1 을 기준 입력과 같은 값으로 놓는다.
- 단계 2 conjugate direction 벡터 $\nabla_u J'_1$ 을 결정한다.
- 단계 3 $J'(X_i, U_i - K_i \nabla_u J'_1)$ 를 최소로 하는 k_i 를 선정한다.
- 단계 4 $U_{i+1}(k) = U_i(k) - K_i \nabla_u J'_1$ 를 계산한다.
- 단계 5

$$\nabla_u J'_{i+1} = - \frac{\partial J'(X_{i+1}, U_{i+1})}{\partial U_{i+1}} + \frac{\|\partial J'(X_{i+1}, U_{i+1}) / \partial U_{i+1}\|^2}{\|\partial J'(X_i, U_i) / \partial U_i\|^2} \nabla_u J'_i$$

를 결정한다.

- 단계 6 만일 $U_{i+1} = U_i$ 이면 단계 3으로 되돌아가고 그렇지 않으면 정지한다.

여기에서 k_i 는 양의 스칼라로서 이전 시행에서 사용했던 값에 가까운 몇개의 k_i 값을 선정해서 단계 3의 조건을 만족하는 값으로 선택이 된다. 또 단계 2에서 첫번째 시행의 conjugate direction 벡터는 $\nabla_u J'_1 = - (\partial J'(X_1, U_1) / \partial U_1)$ 으로 가정하며 위의 알고리즘에서 알 수 있듯이 최적해를 얻기 위한 탐색은 conjugate direction 벡터 $\nabla_u J'_i$ 를 따라서 이루어진다. 즉 입력 제한 조건을 만족하면서 상태 오차를 최소로 하는 방향으로 탐색이 진행 된다. 본 논문에서 i 번째 시행, time k 에서 conjugate gradient 벡터와 식(11)의 이득 G 는 일반적으로 다음과 같이 정리된다.

$$\nabla_u J'_i = \{-B^T(k) + [2B^T(k)LH(g_1)[A(k)X_i(k) + B(k)U_i(k) - X_i(k+1)] - 2[MH(g_2)\Delta U_{\max}(k) + NH(g_3)\Delta U_{\min}(k) - [MH(g_2) + NH(g_3)]x U_i(k)]\} / e_i(k+1) \quad (20)$$

$$G = K_i \{B^T(k) - [2B^T(k)LH(g_1)[A(k)X_i(k) + B(k)U_i(k) - X_i(k+1)] - 2[MH(g_2)\Delta U_{\max}(k) + NH(g_3)\Delta U_{\min}(k) - [MH(g_2) + NH(g_3)]x U_i(k)]\} / e_i(k+1) \quad (21)$$

윗 식으로부터 본 논문의 알고리즘이 수렴성 조건을 만족할 뿐만 아니라 [1] 때 반복 시행에서 입력 제한 조건이 지켜짐을 알 수 있다.

4. 시뮬레이션 결과

컴퓨터 시뮬레이션을 위해 PUMA 560 로봇 매니퓰레이터의 6 자유도 중에서 처음 3 자유도만을 대상으로 하였다. 로봇 매니퓰레이터의 구동을 위해 joint space 상에서 1차 함수의 경로를 사용하였으며 10 kg의 pay load를 가해 주었다. 또한 입력 제한은 최대 입력과 최소 입력을 각각 50 Nm와 -50 Nm로 하였으며 식 (6)의 $A(k)$ 와 $B(k)$ 에서 상수항을 임의로 변환시켜 줌으로써 외란을 가중했다.

그림 3은 구동 경로이며 그림 4, 5, 그리고 6은 각각 시행을 반복함에 따라 변하는 위치 오차, 속도 오차와 제어 입력을 나타낸다. 그림 4에서 보여지는 것처럼 20회의 반복 시행했을 경우 오차가 거의 0 에 수렴하였다. 또한 그림 6에서 각 반복 시행마다 생성되는 입력 토우크가 입력 제한 조건을 훌륭히 만족하고 있다.

이 결과로서 로봇 매니퓰레이터의 동적 방정식을 정확히 모르는 상태에서도 제어 가능하고 입력 제한 조건이 만족됨을 보였다.

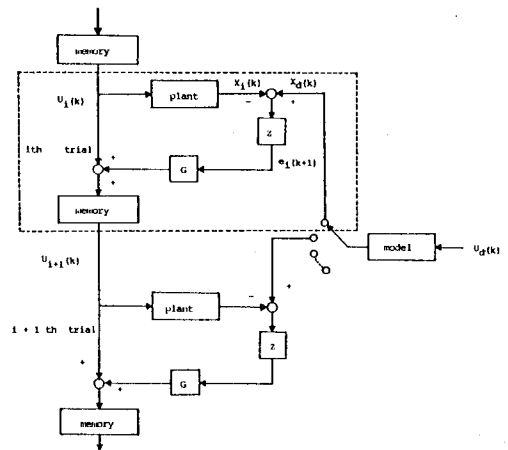


그림 1. 기존의 알고리즘

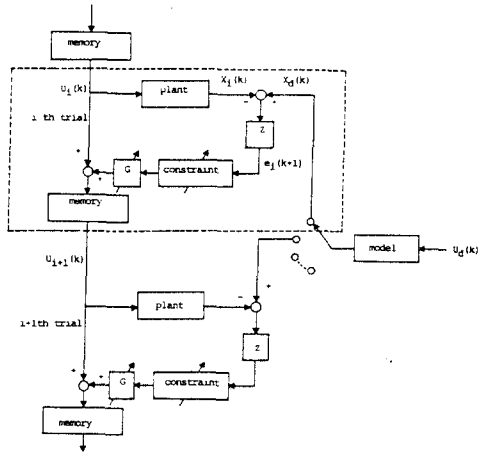


그림 2. 제한 입력이 고려된 본 논문의 알고리즘

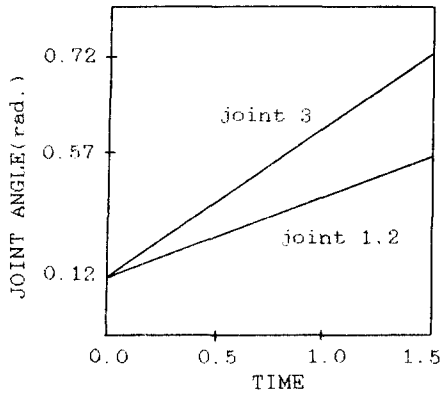


그림 3. 각 조인트의 구동 경로

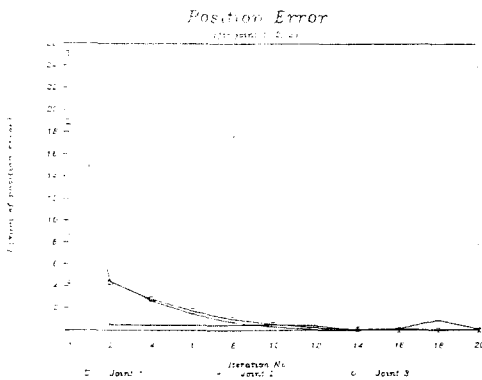


그림 4. 위치 오차

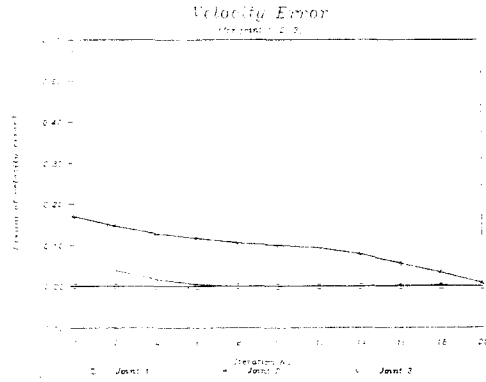


그림 5. 속도 오차

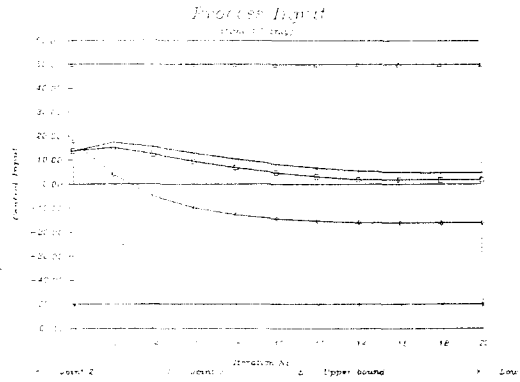


그림 6. 제어 입력

5. 결 론

로봇 매니퓰레이터에서 입력 제한 조건은 매우 중요하며 반드시 지켜져야 한다. 실험 결과에서 보듯이 본 논문에서는 이를 만족하고 있으며 또한 빠른 수렴성을 보이고 있다.

본 논문의 제어 방법은 on-line 상에서 작업이 이루어지며 비교적 계산량이 적은 장점을 가지고 있다. 따라서 제어기 구성이 용이하고 위치와 속도 측정용 센서와 정확한 센서가 적용된다면 실제로 산업용 로봇에 직접 사용이 가능할 것으로 생각된다. 앞으로 보완해야 할 부분은 보조 입력 생성시 자유도 각각에 적합한 이득을 고려해 준다면 더욱 수렴성이 개선될 것이다.

REFERENCE

- [1] M. Togai and O. Yamano "Learning Control and Its Optimality", IEEE Trans. Auto. Contr., pp. 248-253, 1986.
- [2] S. Arimoto, S. Kawamura, and F. Miyazaki "Bettering Operations of Robots by Learning", Journal of Robotic System, Vol. 1, No. 2, pp. 123-140, 1984.
- [3] Ibid, "Bettering Operations of Dynamic Systems by Learning; A New Control Theory for Servomechanism or Mechatronics System," Proc. of the 23rd IEEE Conf. Decision and Conference, Las Vegas, 1984.

- [4] J. J. Craig, "Adaptive Control of Manipulators Through Repeated Trials," Proc. of the 1984 American Control Conference, pp. 1566-1573, 1984.
- [5] M. Togai and O. Yamano "Learning Control of Robot Manipulators," SIAM Conf. Geometric Modeling and Robotics, Albany, NY, July 15-17, 1985.
- [6] Y. Z. Tsytkin, Adaptation and Learning in Automatic Systems, New York:Academic Press, 1971.
- [7] Ibid, "Foundation of Theory of Learning Systems," New York:Academic Press, 1973.
- [8] A. P. Sage and C. C. White, III, "Optimum System Control," Prentice Hall, Inc.,1977.