

로봇 운용조건을 포함한 가변구조 제어방식에 관한 연구

°이 홍 규 이 범 회\*\* 최 계 근 \*

\* 서울대학교 전자공학과 \*\* 서울대학교 제어계측 공학과

A Study on the Variable Structure Control Method Including Robot Operational Condition

Hong Kyu Lee\* Bum Hee Lee\*\* Keh-Kun Choi\*

\* Dept. of Electronic Eng. \*\* Dept. of Control & Instrumentation Eng. Seoul National University

Abstract

Due to the fact that the set point regulation scheme by the variable structure control method concerns only the initial and final locations of a manipulator, many constraints may exist in the application of path tracking with obstacle avoidance.

The variable structure parameter should be selected in the trajectory planning step by satisfying the constraints of the travel time and the path deviation.

This paper presents the selection algorithm of the variable structure parameters with the constraints of the system dynamics and the travel time and the path deviation.

This study makes unify the trajectory planning and tracking control using the variable structure control method.

특히 경로 주위에 장애물 등이 존재하거나 두 로봇이 이 상이 동일 작업 공간에서 작업하는 경우 충돌을 피할 수 있도록 매니플레이터를 제어해야 하는 것이 필수적이므로 시간에 따른 로봇 손의 위치를 정확히 예측할 수 있어야 한다. [7], [8], [9]

본 논문에서는 가변구조 파라메타 선정에 따라 로봇 손의 이동궤적을 구한 다음 직선 경로로부터의 이탈 정도 와 이동 소요시간이 허용 오차 범위내에 포함되지 않을 경 우 경우점 (Knot Point)를 추가하되 이동 소요시간과 경로 추적오차의 허용 범위를 만족할 수 있도록하는 가변 구조 파라메타 선정방법을 제시하였다.

본 연구 결과는 가변구조 제어방법으로 로봇 매니플 레이터를 제어하고자 하는 경우 궤적 계획 단계에서 로보 트 손의 경로에 따라 가변구조 제어에 의한 이동 소요시간 과 경로 추적오차를 최소화 할 수 있는 스위칭면과 경로 점 선정시 효과적으로 적용될 수 있다.

1. 서 론

가변구조 제어방법은 파라메타 변동이나 외란에 둔감한 장점을 가지고 있기 때문에 비선형성이 크고 커플링이 심한 로봇 제어분야에 많이 이용되고 있다. [1], [10], [11] 가변구조 제어가 가장 중요하게 선정되어야 할 파라메타 중의 하나는 스위칭면 이다. 제어 압력이 슬라이딩모드 조건을 만족한다고 가정하면 스위칭면의 선정에 따라 산대 변수의 초기값으로부터 슬라이딩 모드에 도달하는 시간 이 결정되고, 최종 평형상태로 슬라이딩하는 속도가 결정 된다.

스위칭면을 결정하는 방법으로는 EL-ghezawi가 제안한 Projector 방법 [6] Young 등이 제안한 시스템 고유치에 의한 극점 배치 방법 등이 있으나, [4], [5] 실제 응용에 있어서는 평형상태에 도달하는 속도만을 고려하여 임의의 스위칭면을 선정하여 사용되고 있다. [1], [10], [11]

로봇 매니플레이터 제어에 있어서는 로봇 손의 이 동 속도 뿐만 아니라 이동 경로가 매우 중요하다. 그러므 로 스위칭면의 선정시 스위칭면의 선택에 따라 로봇 손 의 경로가 변화되는 점들을 분석하여 정해진 경로로부터 의 이탈 정도가 허용 범위내에 포함되도록 선정 되어야 한다.

2. 제한시간 및 경로오차를 고려한 가변구조 파라메타 선정

2.1 제한시간 조건과 파라메타

로봇 손의 출발점으로 부터 도착점 까지를 가변구조 제어 방법으로 제어하는 경우 이동 소요시간은 다음의 2 가지 시간성분으로 구성된다. 그 한 성분은 상태변수(조인트 각 위치오차) 궤적이 초기값으로부터 스위칭면에 도달하는데 소요되는 시간으로서 조인트 각 가속도에 의하여 소요시간이 결정된다. 다른 한 성분은 상태변수 궤적이 스위칭면에 도달한 다음 스위칭면을 따라 슬라이딩 하여  $\theta$ 에 도달하는 시간으로서 스위칭면의 기울기에 의하여 소요시간이 결정된다. 이상으로부터 조인트  $i$ 의 각 위치 의 총 이동시간  $T_i$ 는

$$T_i = T_{ai} + T_{bi}, \quad i = 1, 2 \quad (1)$$

가 되는데  $T_{ai}$ 는 조인트  $i$ 의 각 위치가 출발점으로 부터 스위칭면에 도달하는데 소요되는 시간을 나타내고,  $T_{bi}$ 는 슬라이딩하는데 소요되는 시간을 나타낸다. 조인트  $i$ 의 각 가속도를  $\alpha(i,t)$ 라하면 스위칭면에 도달했을때 각 위 치 오차  $e_i(T_{ai})$ 는

$$e_i(T_{ai}) = e_{i0} + \int_0^{T_{ai}} \alpha_i(t) \cdot t \, dt, \quad i = 1, 2 \quad (2)$$

가 된다. 여기서  $e_{i0}$ 는 로보트 손의 출발점에서의 조인트  $i$ 의 각 위치 오차가 된다.

상태변수가 스위칭면에 도달한 후 슬라이딩하여 최종치에 도달했을때 평균 이동속도는 채터링 폭과 무관하므로 이상적으로 슬라이딩 하는 것으로 볼 수 있으므로 스위칭면의 기울기를  $C_i$ 로 하면 다음의 관계가 성립된다.

$$e_i(T_{ai}) - C_i T_{ai} \leq \eta, \quad i = 1, 2 \quad (3)$$

여기서  $\eta$ 는 도착점에서의 조인트 각 위치의 허용오차가 된다.

$$\alpha_i(t) \cong \alpha_i\left(\frac{T_{ai}}{2}\right) \text{라 하면 (1), (2) 및 (3)식으로 부터}$$

$$T_{ai} \geq \left( \frac{2(e_i(T_{ai}) - e_{i0})}{\alpha_i(T_{ai}/2)} \right)^{1/2} + \frac{1}{C_i} \ln \frac{e_i(T_{ai})}{\eta}, \quad i = 1, 2 \quad (4)$$

가 된다. (4)식에서 이동 소요시간  $T_{ai}$ 는  $C_i$ 에 의해 결정됨을 알 수 있으며,  $C_i$ 값이 큰 경우 스위칭면에 도달하는데 소요되는 시간이 지배적이며  $C_i$ 값이 작을 경우는 슬라이딩에 소요되는 시간이 지배적이 된다.

$$e_i(T_{ai}) \text{와 } \alpha_i\left(\frac{T_{ai}}{2}\right) \text{는 Numerical한 방법으로 계산할 수}$$

있다.

최소 이동 소요시간을 얻기 위해서는  $C_i$ 값이 속도와 가속도 및 감속도 제한조건이 만족되는 범위내에서 최대값을 가질 경우를 선정해야 한다.

## 2.2 경로오차 조건과 파라메타

최대오차가 발생하는 상태에서부터 각종 제한조건을 고려하여 가장 이격된 상태로하여 경로오차를 최소화하는 방법을 유도하기로 한다. 최대치가 발생하는 조인트 각을 구하기 위하여 경로오차  $D$ 를 시간에 대해 미분하면

$$\left| \frac{dD}{dt} \right| = \left| \dot{X}_1 (r_1 \cos X_1 + r_1 m \sin X_1 + r_1 \cos(X_1 + X_2) + r_2 m \sin(X_1 + X_2)) + \dot{X}_2 (r_2 \cos(X_1 + X_2) + r_2 m \sin(X_1 + X_2)) \right| \quad (5)$$

$X_1 \neq 0, X_2 \neq 0$  일때  $dD/dt = 0$  이려면

$$\cos(X_1 + X_2) + m \sin(X_1 + X_2) = 0 \quad (6)$$

$$\cos X_1 + m \sin X_1 = 0 \quad (7)$$

이어야 한다. 따라서 최대 경로오차가 발생하는 상태는

다음과 같다.

$$X_1 = \tan^{-1} \left( -\frac{1}{m} \right) \quad (8)$$

$$X_2 = 0 \quad (9)$$

$X_1$ 이 이동하는 범위가  $\tan^{-1}(-1/m)$ 을 포함하지 않을 경우에는  $\tan^{-1}(-1/m)$ 에 가장 접근된 값에서 최대오차가 발생된다.

이상에서 최대오차가 발생하는 상황은  $X_1$ 의 직선경로와 수직되는 각을 이루고  $|X_1|$ 가 최소값을 가질 경우인 것을 알 수 있다.

## 2.3 제한시간 조건 및 경로오차를 고려한 파라메타 선정

슬라이딩 모드에서  $C_1 = C, C_2 = KC, = KC$ 로 표현하면

$$X_1 = X_{1,d} + (X_{1,i} - X_{1,d}) e^{-c(t-t_{i5})} \quad (10)$$

$$X_2 = X_{2,d} + (X_{2,i} - X_{2,d}) e^{-kc(t-t_{i5})} \quad (11)$$

가 되는데 여기서  $X_{1,i}, X_{2,i}$ 은 상태궤적이 스위칭 도면에 도달 되었을때의 상태 값이고  $t_{i5}, t_{25}$ 는  $X_1, X_2$  궤적이 스위칭면에 도달된 시간을 나타낸다.

(10), (11)식으로 부터  $K$ 는 다음과 같다.

$$K = \frac{(t-t_{15})}{(t-t_{25})} \cdot \frac{\ln \left| \frac{X_{2,i} - X_{2,d}}{X_{2,f} - X_{2,d}} \right|}{\ln \left| \frac{X_{1,i} - X_{1,d}}{X_{1,f} - X_{1,d}} \right|} \quad (12)$$

i)  $|X_{1,i}| > |X_{1,d}|$ 인 경우

$|X_{2,i} - 0| \max$ 에서 경로 추적오차가 최소이려면  $KC$  값을 최소로 해야 하나 이동 소요시간 제한조건으로 부터 제한시간을  $T_{2, \max}$  라면

$$KC = \frac{1}{T_{2, \max} - t_{25}} \ln \left| \frac{X_{2,i} - X_{2,d}}{X_{2,f} - X_{2,d}} \right| \quad (13)$$

가 된다.  $|X_{1,i} - \tan^{-1}(-1/m)| \max$ 에서 경로 추적오차가 최소이려면  $C$ 값을 최대로 해야하므로 속도 제한조건으로 부터

$$\dot{X}_{1, \max} \geq C(X_{1,i} - X_{1,d}) \quad (14)$$

$$C = \frac{1}{T_{1, \max} - t_{15}} \ln \left| \frac{X_{1,i} - X_{1,d}}{X_{1,f} - X_{1,d}} \right| \quad (15)$$

가 된다. (13), (14) 및 (15)식으로부터

$$1 > K = \frac{T_{1, \max} - t_{15}}{T_{2, \max} - t_{25}} \cdot \frac{\ln \left| \frac{X_{2,i} - X_{2,d}}{X_{2,f} - X_{2,d}} \right|}{\ln \left| \frac{X_{1,i} - X_{1,d}}{X_{1,f} - X_{1,d}} \right|} \geq$$

$$\frac{|(X_{i,1} - X_{i,d})|}{(T_{i, \max} - t_{i,5}) | \dot{X}_{i, \max} |} \cdot \ln \frac{|X_{i,1} - X_{i,d}|}{|X_{i,4} - X_{i,d}|} \quad (16)$$

ii)  $|X_{i,1}| < |X_{i,d}|$  인 경우

i)에서와 반대로 KC 값을 크게해야 하므로 속도 제한조건으로 부터

$$|X_{i, \max}| \geq KC |X_{i,1} - X_{i,d}| \quad (17)$$

C 값은 작게 해야 하므로 시간제한 조건에 의해 (17)식과 같이 표현된다. (13), (15), (17) 식으로부터

$$1 < K = \frac{T_{i, \max} - t_{i,5}}{T_{i, \max} - t_{i,5}} \cdot \frac{\ln \left| \frac{X_{i,1} - X_{i,d}}{X_{i,4} - X_{i,d}} \right|}{\ln \left| \frac{X_{i,1} - X_{i,d}}{X_{i,4} - X_{i,d}} \right|} \leq \frac{(T_{i, \max} - t_{i,5}) \cdot |X_{i, \max}|}{|X_{i,1} - X_{i,d}|} \cdot \frac{1}{\ln \left| \frac{X_{i,1} - X_{i,d}}{X_{i,4} - X_{i,d}} \right|} \quad (18)$$

(16), (18)식으로부터 이동 소요시간과 경로 추적오차를 최소화하는 적절한 K, C 값을 선정할 수 있다.

### 3. 컴퓨터 시뮬레이션

제한된 조인트 구동력과 조인트 속도 및 가속도를 고려하고 총 이동 소요시간과 직선 경로 추적오차 한계를 만족하는 가변구조 파라메타를 선정하는 방법을 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 타당성을 확인해보기로 한다. 로봇은 2차 자유도를 갖는 시스템으로서 각 파라메타는 Young이 사용한 모델과 동일하게 선정하였다. [1]

즉  $m_1 = 0.5\text{Kg}$ ,  $m_2 = 6.25\text{Kg}$ ,  $r_1 = 1.0\text{M}$ ,  $r_2 = 0.8\text{M}$  및  $J_1 = J_2 = 5\text{Kg}\cdot\text{M}^2$ 이다. 출발점은 카티시안 공간에서  $(X, Y) = (-0.434, -1.366)$ 이고, 도착점은  $(X, Y) = (1.659, -0.659)$ 로 설정하였고, 제어입력 이득계수  $\alpha_1^{(1)} = \alpha_2^{(1)} = 1$ ,  $\beta_1^{(1)} = 9$ ,  $\beta_2^{(1)} = 3$ ,  $\beta_3^{(1)} = 4$ ,  $\beta_4^{(1)} = 9$ ,  $K_1 = 370$ ,  $K_2 = 190$  및 샘플링 주기는  $10\text{ms}$ 로 정하였다. 궤적제어를 가변구조 제어 방법으로 수행하기 때문에 출발점과 도착점 그리고 각 Knot점 들에서의 속도 및 가속도는 0이다. 또한 조인트 구동력은  $1200\text{N}\cdot\text{M}$ , 속도는  $70\text{DEG}\cdot\text{SEC}$ , 가속도는  $200\text{DEG}\cdot\text{SEC}^2$ 로 제한되고 총 이동 소요시간은 14초, 직선 경로 추적오차는 최대  $0.15\text{M}$ 이내를 만족하도록 궤적계획을 수행하였다. 스위칭면의 선정은 앞의 제한 조건과 2장 방법을 이용하였다.

시뮬레이션 1에서는 Knot점을 두지 않고 궤적계획한 예로서 조인트 구동력 (최대  $946.8\text{N}\cdot\text{M}$ ), 속도 (최대  $50.34\text{DEG}\cdot\text{SEC}$ ), 가속도(최대  $83.98\text{DEG}\cdot\text{SEC}^2$ )와 이동 소요시간 ( $10.07$  초) 등은 제한조건이 만족되나 경로 추적오차 (최대  $0.458\text{M}$ )는 만족되지 않았다. 그림 1은 로봇 손의 이동궤적을 그린것으로  $C_1 = 1.7$ ,  $C_2 = 0.5$ 로 선정하였다.

시뮬레이션 2에서는 Knot점을 1 개 두고 궤적계획한 예

로서 조인트 구동력(최대  $1110.2\text{N}\cdot\text{M}$ ), 속도(최대  $62.47\text{DEG}\cdot\text{SEC}$ ), 가속도(최대  $83.96\text{DEG}\cdot\text{SEC}^2$ )와 이동 소요시간 ( $10.60$  초)은 제한조건이 만족되나 경로 추적오차 (최대  $0.199\text{M}$ )는 만족되지 않았다. 그림 2는 Knot 수가 1개일 경우에 대한 로봇 손의 궤적과 경로 추적오차를 그린 것이다. ( $C_1, C_2$ )는 (1, 3), (5, 1.1)를 선정하였다.

시뮬레이션 3에서는 Knot점을 3 개 두고 궤적 계획한 예로서 조인트 구동력(최대  $1076.8\text{N}\cdot\text{M}$ ), 속도(최대  $52.21\text{DEG}\cdot\text{SEC}$ ), 가속도 (최대  $169.01\text{DEG}\cdot\text{SEC}^2$ )와 이동 소요시간( $12.88$  초)과 경로 추적오차 (최대  $0.121\text{M}$ )등이 제한 조건을 만족하였다. 그림 3은 Knot가 3 개일 경우에 대한 로봇 손의 궤적과 경로 추적오차를 그린 것이다.

( $C_1, C_2$ )는 (1.6, 4.0), (1.7, 4.0), (5.0, 1.5), (1.2, 1.3)으로 선정하였다.

### 4. 결 론

최근에 가변 구조 제어 방법이 비선형성과 커플링 정도가 큰 로봇 시스템 제어에 많이 적용되는 추세에 있다.

적용 분야로는 Set Point Regulation이나 경로 추적 제어 등이다. 그러나 Set Point Regulation에서는 출발점과 도착점만을 고려하고 중간 경로를 고려하지 않기 때문에 실제 응용에 많은 제약이 따르고 경로 추적 제어에서는 가변 구조 제어에 적합한 경로를 선정하는데 문제점이 있다. 그리고 궤적 계획 단계에서 대상 제어 방법에 따라 적합한 경로가 선정되었는지 문제가 된다.

이러한 문제점들을 해결하기 위하여 본 논문에서는 이동 소요시간 및 직선 경로 추적오차 제한조건을 만족하는 로봇 매니퓰레이터의 가변구조 파라메타 선정 알고리즘을 제시하였다. 제시된 알고리즘을 이용하면 출발점과 도착점 그리고 이동 소요시간과 직선 경로 추적오차 조건으로부터 최적의 가변구조 파라메타를 선정할 수 있음을 시뮬레이션을 통하여 입증하였다. 또한 궤적 계획 단계에서 시스템 동력학적 제한조건인 속도, 가속도, 구동력 등을 고려하여, 가변 구조 제어에 필요한 파라메타가 결정되기 때문에 경로 추적 제어시 Set Point Regulation 방법을 그대로 사용할 수 있는 장점이 있다.

### 참고 문헌

- [1] K.K.B.Young, "Controller design for a manipulator using theory of variable structure system", IEEE Trans. Syst., Man, Cybernetics, Vol.SMC-8, NO.2, PP.101 ~ 109, Feb,1978.
- [2] K.J.Bathe and E.L.Wilson "Numerical methods in finite element analysis", Prentice-hall, 1976
- [3] R.H.Taylor "Planning and execution of straight line manipulator trajectories", IBM Journal of research and development, Vol.23, NO.4, PP.253 ~ 264, July, 1979.
- [4] A.Y.Sivaramakrishnan, M.V.Hariharan and M.C. Srisailam, "Design of variable-structure load frequency controller using pole assignment technique", Int.J.Control, Vol.40, NO.3, PP.487-498, 1984.

[5] K.K.D.Young, P.V.Kokotovic and V.I.Utkin "A singular perturbation analysis of high gain feedback systems", IEEE Trans. Automat.Contr., Vol.AC-22, NO. 6, PP.931 ~ 937, Dec, 1977.

[6] O.M.E.El-ghezawi, A.S.I.Zinober and S.A. Billings, "Analysis and design of variable structure systems using a geometric approach", Int.J.Control, Vol.38, PP.657 ~ 671, 1983.

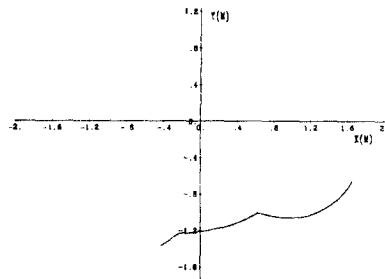
[7] M.Brady, J.M.Hollerbach, T.L.Johnson,T.I.Perez and M.T.Mason,"Robot motion : Planning and control," MIT Press, 1982.

[8] J.Y.S.Luh and C.S.Lin, "Optimum path planning for mechanical manipulators", ASME J. Dyn.Syst.Meas. Contr., Vol.102, PP 142 ~ 151, June, 1981.

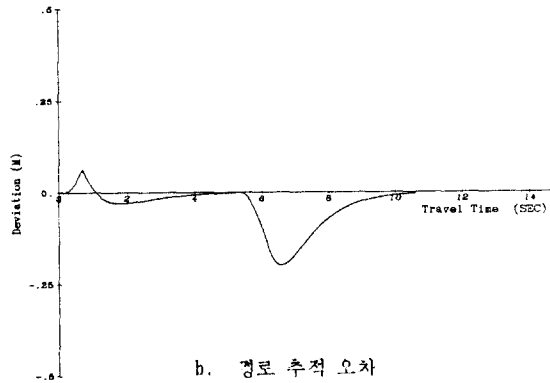
[9] B.H.Lee and C.S.C.Lee, "Collision-free motion planning of two robots", IEEE Trans. Syst., Man., Cybernetics, Vol. SMC-17, No.1, PP.21 ~ 32, Jan/Feb, 1987.

[10] H.Hashimoto, K.Maruyama and F.Harashima, "A microprocessor-based robot manipulator control with sliding mode", IEEE Trans. Ind. Electro., Vol. IE-34, PP.11 ~ 17, Feb, 1987.

[11] J.J.Slotine and S.S.Sastry, "Tracking control of nonlinear systems using sliding surfaces with application to robot manipulators", Int. J. Contr., Vol.38, No.2, PP465 ~ 492, 1983.

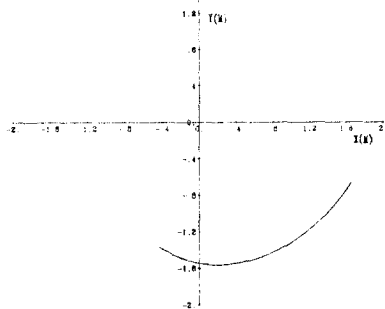


a. 로봇트 손 궤적

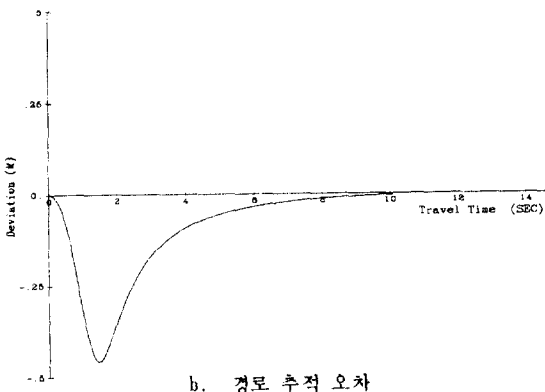


b. 경로 추적 오차

그림 2. 로봇트 손 궤적과 경로 추적오차(Knot 수=1)  
Fig 2. Hand trajectory and path deviation (Knot point=1)

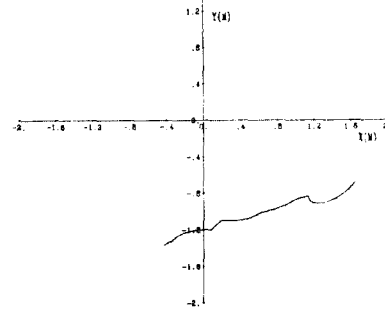


a. 로봇트 손 궤적

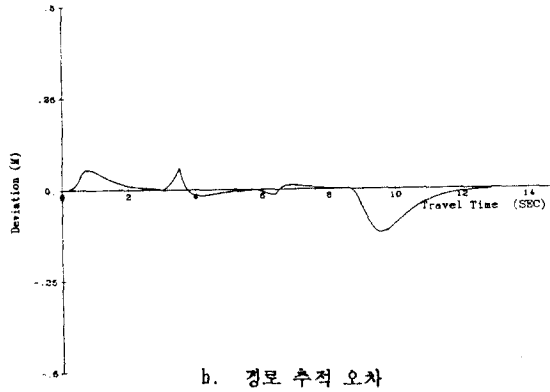


b. 경로 추적 오차

그림 1. 로봇트 손 궤적과 경로 추적오차(Knot 수=0)  
Fig 1. Hand trajectory and path deviation (Knot point=0)



a. 로봇트 손 궤적



b. 경로 추적 오차

그림 3. 로봇트 손 궤적과 경로 추적오차(Knot 수=3)  
Fig 3. Hand trajectory and path deviation (Knot point=3)