

불연속 제어 서보시스템에서의 Chattering 저감을 위한
Hyperstable Cascade Control

°운 태 응, 최 익, 김 광 배
한국 과학기술원 전기제어 연구실

A Hyperstable Cascade Control Scheme for Chattering Reduction
In Discontinuously Controlled Servo Systems

Tae-Woong Yoon, Ick Choy and Kwang-Bae Kim
Power Controls Lab. / KAIST

ABSTRACT

In this paper, a hyperstable cascade control scheme for servo drive systems is proposed to reduce the chattering, which is an undesirable property in discontinuously controlled systems.

First, a discontinuously controlled hyperstable MRAC scheme is designed with respect to PI speed control system using only output variables, and then a linear position controller is cascaded.

It is shown that the above system is asymptotically stable and the chattering is greatly reduced at a constant speed provided that the disturbance torque satisfies a certain condition.

1. 서 론

서보시스템은 모델링 오차나 외란(Disturbance) 등의 불확실성(Uncertainty)에 대해 강인한(Robust) 응답을 필요로 하며, 그에 따라 서보시스템의 제어에는 이와 같은 불확실성을 고려한 제어이론의 적용이 요구된다. 불확실성을 고려한 제어이론으로는 적분형 파라메타 추정알고리즘을 내포한 적응제어이론(MRAC; Model Reference Adaptive Control, STR; Self Tuning Regulator)과 가변구조제어이론등에서와 같이 제어입력을 불연속적으로 인가함으로써 고이득 피드백(High gain feedback)을 실현하는 것 등이 있는데 [1]-[5], [8], [9], 전자의 경우는 제어 알고리즘이 복잡하여 고속응답서보에의 적용에 부적합할뿐 아니라 파라메타추정법칙의 강인성이 아직 충분히 확보되어 있지 않다는 한계를 갖는다. 이에 반해 후자의 경우(불연속 제어)는 그 실현이 비교적 간단하고 응답성 또한 뛰어나 서보전동기의 제어시스템에 효과적으로 적용되고 있다. [6], [7]

일반적으로 불연속 제어의 범주에 포함될 수 있는 것으로는 슬라이딩모드(Sliding mode)를 갖는 가변구조 제어 [1], [8], [9], 불연속 제어법칙을 이용한 Hyperstable MRAC [2], 그리고 불확실한 플랜트의 Deterministic 제어 [3]-[5] 등을 들 수 있는데, 이들은 모두 고속의(이론적으로는 무한대의) 제어입력 스위칭을 통해 서보에서 요구되어야 하는 강인성(또는 불확실성에

대한 둔감성)을 얻고 있다. 따라서 강인성을 확보하는 대신 Chattering의 문제점을 안고 있으며, 이 Chattering 현상으로 인해 제어시스템의 손실이 증가함은 물론, 경우에 따라서는 고주파 성분의 모델화되지 않은 운동(Unmodelled dynamics)을 자극(Excite)할 수도 있게 된다. 특히 전동기 제어시스템에서는 부하의 개입으로 인해 Chattering이 정상상태에까지 계속되는 등, 이 문제가 더욱 중요하게 부각되어 그 대책이 필요한 실정이다.

Chattering 저감을 위한 기존의 노력으로는, 제어입력을 결정하는 스위칭 함수를 그에 대응하는 연속 함수로 대체하는 방법 [8], 제어입력의 고주파 성분을 제약하는 방법(Lowpass filtering) [9] 등이 있을 수 있는데, 이들은 모두 외란에 대해 미소한 정상오차를 허용한다는 약점을 갖는다. 또한 불연속 제어 방식과 고전적 제어(예컨대 PI 제어) 방식을 병용하는 방법도 있는데, 이론적 측면(전체적인 안정도의 고찰등)에서 아직 완결성을 갖지 못한 상태이다.

이상과 같은 문제의 극복을 위해 본 논문에서는 제어시스템의 내부에 PI 제어기를 포함시키고 그 외부에 불연속 제어법칙을 이용한 Hyperstable MRAC를 설계한 다음, Cascade 구조의 위치제어시스템을 구성하는 방법을 제안하였다. 그리고 이와 같은 제어구조에서, 부하 T_L 이 어떤 조건(대부분의 부하가 이를 만족)을 만족하는 경우 전동기의 속도가 기준모델의 출력과 점근적으로 같아진다는 사실(Asymptotic stability)과 정상상태를 포함한 정속영역에서의 Chattering이 제거될 수 있음을 보였으며, 이와 같은 사실을 동기형 교류 서보시스템에 대한 시뮬레이션을 통하여 확인하였다.

2. 불연속 제어법칙을 이용한 Hyperstable MRAC ; 속도제어 루우프

서보전동기구동시스템은 전류제어가 이상적으로 이루어진다고 했을 때, 다음과 같은 1차 미분방정식으로 표현된다.

$$\dot{\omega} = -\frac{B}{J}\omega + \frac{K_T}{J}i_q - \frac{1}{J}T_L \quad (1)$$

단, J, B ; 관성모멘트 및 마찰계수
 K_T ; 토크상수
 i_q ; 토크성분의 전류

(1)에 대해 PI 제어기를 부가하면

$$\begin{pmatrix} \dot{\omega} \\ \dot{Q} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{B+K_T K_P}{J} & \frac{K_T K_I}{J} \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega \\ Q \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{K_T K_P}{J} \\ 1 \end{pmatrix} \omega^* - \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} T_L \quad (2)$$

단, ω^* ; PI 제어기에 인가되는 속도지령
 Q ; 속도오차의 적분값

이 성립한다.

상태방정식 (2)는 모델추종제어나 불확실한 플랜트의 Deterministic 제어 등에서 일반적으로 요구되는 조건(Matching condition) [3]-[5], [9], [10]을 만족시키지 못하므로, 이와 같은 경우에는 임·출력 데이터를 이용하는 제어구조를 구성해야 한다. 그러나 임·출력 데이터를 이용한 기존의 불연속 제어이론 [8]은 그 이론적 타당성에도 불구하고 제어입력을 다시 궤환시켜야 하므로, Chattering 이 심하고 매우 빠른 스위칭이 필요하여 마이크로프로세서로의 실현이 곤란하다는 문제를 안고 있어, 실제의 적용에는 어려움이 따른다. 따라서 본 논문에서는 입력신호(ω^*)를 궤환하지 않는 제어구조를 설계하기로 한다.

(1) MRAC 설계

제어대상인 PI 속도제어시스템(여기서 PI 이득은 시스템의 공칭모델을 근거로 결정한다)과, 제어목적의 수학적 표현인 기준모델의 임·출력 방정식은 각각 식 (3), (4)로 표현된다.

$$\omega(t) = \frac{a_0(\tau p + f)}{p^2 + a_1 p + a_0} \omega^*(t) - \frac{b p}{p^2 + a_1 p + a_0} T_L(t) \quad (3)$$

$$\text{단, } a_1 = \frac{B+K_T K_P}{J} \quad a_0 = \frac{K_T K_I}{J} \quad \tau = \frac{K_P}{K_I} \quad b = \frac{1}{J}$$

$$p = \frac{d}{dt} \quad ; \text{ 미분 연산자}$$

$$\dot{\omega}(t) = \frac{\hat{a}_0(\hat{\tau} p + f)}{p^2 + \hat{a}_1 p + \hat{a}_0} \omega_{ref}(t) \quad (4)$$

단, $\omega_{ref}(t)$; 기준속도

식 (3), (4)로부터 다음과 같은 오차 방정식이 얻어진다.

$$(p^2 + \hat{a}_1 p + \hat{a}_0)e = [(a_1 - \hat{a}_1)p + (a_0 - \hat{a}_0)]\omega + \hat{a}_0(\hat{\tau} p + f)\omega_{ref} - a_0(\tau p + f)\omega^* + b p T_L$$

$$\text{단, } e = \hat{\omega} - \omega \quad (5)$$

여기서 $e \rightarrow 0$ 이 되도록 하는 제어입력 ω^* 를 결정하기 위해 식 (5)를 등가의 궤환시스템으로 표현하면

$$e = \frac{a_0(\tau p + f)}{p^2 + \hat{a}_1 p + \hat{a}_0} (d - v) \quad (6)$$

$$v = \omega^* - \left[\frac{(a_1 - \hat{a}_1)p + (a_0 - \hat{a}_0)}{a_0(\tau p + f)} \omega + \frac{\hat{a}_0(\hat{\tau} p + f)}{a_0(\tau p + f)} \omega_{ref} \right] \quad (7)$$

$$d = \frac{b p}{a_0(\tau p + f)} T_L \quad (8)$$

이 되어, 그 블록선도는 다음과 같아진다.

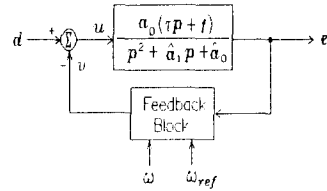


그림 1. 속도제어시스템의 블록선도
 Fig. 1. Block diagram of the speed control loop

그림1로 표현되는 시스템에서 Hyperstability 조건이 만족되도록 기준모델의 계수와 v (ω^*)를 결정하려면 다음의 부등식이 성립해야 한다.

$$Re \left[\frac{a_0(f) \tau(j\omega)}{(j\omega)^2 + \hat{a}_1(j\omega) + \hat{a}_0} \right] > 0 \quad (9)$$

$$\int_0^t v(\tau) \cdot e(\tau) d\tau \geq -l^2 \quad (10)$$

부등식 (9)의 조건은 선형 시불변 시스템의 SPR (Strictly Positive Real) 조건으로서, 이 경우

$$\tau > \frac{f}{\hat{a}_1} \quad \left(\frac{K_I}{K_P} < \hat{a}_1 \right) \quad (11)$$

이면, 부등식 (9)가 항상 만족된다. 조건 (11)은 기준모델의 극(Pole)이 s-평면상의 허축으로부터 어느 정도 멀리 떨어져 있어야(정확히는 두극의 합이 PI 제어로 인해 추가된 영점(Zero)보다 커야) 함을 나타내는데, 이는 제어목적상 자연스럽게 만족될 수 있다.

한편 (10)은 일반적인 비선형 시변시스템의 Passivity 조건으로서, 만약

$$v(t) \cdot e(t) \geq 0 \quad (12)$$

가 성립하면 이 조건은 쉽게 만족된다.

따라서 (12)를 만족하는 ω^* 를 결정하면 되는데, Chattering 을 감소시킬 수 있도록 (7) 을 다음과 같이 정리한다.

$$v = \omega^* - \left[\omega_F + \frac{\hat{a}_0}{a_0} \left(\frac{\hat{\tau} p + f}{\tau p + f} \omega_{ref} - \omega_F \right) + \frac{a_1 - \hat{a}_1}{a_0} \omega_F \right] \quad (13)$$

$$\text{단, } \omega_F = \frac{1}{\tau p + f} \omega$$

(13)으로부터 (12)가 성립하기 위한 불연속 제어법을 구하면 다음과 같다.

$$\omega^* = \omega_F + \left[\psi_1 \left| \frac{\hat{\tau} p + f}{\tau p + f} \omega_{ref} - \omega_F \right| + \psi_2 \left| \dot{\omega}_F \right| \right] \text{sgn}(e) \quad (14)$$

$$\text{단, } \psi_1 \geq \sup \frac{\hat{a}_0}{a_0}, \quad \psi_2 \geq \sup \left| \frac{a_1 - \hat{a}_1}{a_0} \right|$$

$$\text{sgn}(e) = \begin{cases} \frac{e}{|e|} & , e \neq 0 \\ \in \{ \eta : |\eta| \leq 1 \} & , e = 0 \end{cases}$$

한편, 일반적인 불연속 제어법식에서는 제어입력이

$$u_\sigma = \sum_i [k_i y_i + k'_i |y_i| \text{sgn}(\sigma)] + k' \text{sgn}(\sigma) \quad (15)$$

$$\sigma = \sum_i c_i y_i$$

의 형태로 결정된다. (15)에서 k'' 은 부하 T_L 의 상한값에 비례하는 상수로, 바로 이 항($k''sgn(\dot{\theta})$)으로 인해 Chattering 현상이 정상상태에까지 지속된다. 이에 반해 본 논문에서 제안한 제어방식에서는 T_L 에 의한 오차를 적분작용을 통해 보상하고 있으므로 (14)에 보이는 바와 같이 이러한 항을 제거할 수 있었다.

또한, (14)로부터 $\dot{\omega}_{ref}$ 가 일정한 값을 갖는다면 $\dot{\omega}_p \rightarrow ((\tau p + 1)/(\tau p + 1))\dot{\omega}_{ref}$, $\dot{\omega}_p \rightarrow 0$, 즉, $\omega^* \rightarrow \dot{\omega}_p$ 가 되어, 정속영역에서의 Chattering 이 거의 제거될 수 있음을 알 수 있다.

(2) 안정도 해석

여기서는 앞에서 설계한 제어 시스템의 안정도를 Lyapunov 기법을 이용하여 살펴보기로 하며, 이에 앞서 먼저 논리전개에 필요한 몇가지 정의와 보조정리를 논한다.

정의 1. [3],[4] Euclidian 공간에서의 어떠한 포인트 x 와 집합 A 사이의 거리 $d(x,A)$ 및 집합의 ϵ 부근(ϵ -Neighborhood) $N_\epsilon(A)$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$d(x,A) = \inf \|x-y\|, y \in A$$

$$N_\epsilon(A) = \{x: d(x,A) \leq \epsilon\}$$

보조정리 1 (Kalman-Yacubovich) [10]

어떤 SPR 시스템의 최소의 상태변수표현(Minimal representation)을 (A,B,C) 라 했을때, 다음을 만족하는 행렬 $p (=p^T > 0)$, $q (=q^T > 0)$ 가 존재한다.

$$\begin{aligned} A^T p + p A &= -q \\ B^T p &= c^T \end{aligned} \quad (16)$$

보조정리 2 [11]

어떤 시스템의 임펄스 응답 $h(t)$ 가

$$h(t) \leq h_m e^{-\alpha t}$$

단, h_m, α 는 양의 상수

을 만족할때(Strictly proper stable system)

(a) $u \in L_p$ 이면, $y = h * u \in L_p \cap L_\infty$, $\dot{y} \in L_p$
 y 는 연속이고 $\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = 0$
 (단, $p = 1$ 또는 2)

(b) $u \in L_\infty$ 이고 $\lim_{t \rightarrow \infty} u(t) = u_0$ 이면
 $y = h * u \in L_\infty$, $\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = H(0)u_0$
 y 는 연속이고 $\dot{y} \in L_\infty$
 (단, $H(s) = \mathcal{L}[h(t)]$)

이 성립한다.

SPR 조건 (11)이 만족되는 경우, 보조정리 1로부터 식 (6)-(8) 이

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + B(d-v) \\ e &= C^T x \end{aligned} \quad (17)$$

단, x ; 2×1 벡터

로 표현되었을때, (16)을 만족하는 행렬 P, q 가 존재한다.

따라서 양의 함수 V 를

$$V = x^T P x \quad (18)$$

로 놓고 이를 이용하면, 다음의 정리가 성립한다.

정리 1. 시스템 (6)-(8) 또는 시스템 (17)이 조건(11) 및 제어법칙 (14)를 만족하고, $|d| \leq d_\infty$ 이면 다음의 성질이 성립한다.

(a) $\|x_0\| \leq r \Rightarrow \|x\| \leq \lambda \cdot \max(r, R)$

$$\text{단, } \lambda = \frac{\sqrt{\lambda_{\max}(P)}}{\sqrt{\lambda_{\min}(P)}}, R = \frac{2d_\infty \cdot \|C\|}{\lambda_{\min}(Q)}$$

(Boundedness)

(b) $\lim_{t \rightarrow \infty} d(x, S_R) = 0$

$$\text{단, } S_R = \{x: \|x\| \leq \lambda R\}$$

(Ultimate boundedness)

증명)

(a) (12), (16) 및 (17)로부터 \dot{V} 는 다음을 만족한다.

$$\begin{aligned} \dot{V} &= x^T (A^T P + P A) x + 2x^T P B(d-v) \\ &\leq -x^T Q x + 2x^T C d \\ &\leq -\lambda_{\min}(Q) \|x\|^2 + 2d_\infty \|C\| \|x\| \\ &= -\lambda_{\min}(Q) \|x\| (\|x\| - R) \end{aligned} \quad (19)$$

만약 $\|x(t_2)\| > \lambda \cdot \max(r, R)$ 을 만족하는 t_2 가 존재한다면, $\|x(t_1)\| = \max(r, R)$ 이면서 $t \in [t_1, t_2]$ 에서 $\|x(t)\| \geq \max(r, R)$ 인 $t_1 \in (t_0, t_2)$ 이 존재한다. 그러면

$$\begin{aligned} \lambda_{\min}(Q) \|x(t_2)\|^2 &\leq V(x(t_2)) \\ &= V(x(t_1)) + \int_{t_1}^{t_2} \dot{V} dt \\ &\leq \lambda_{\max}(P) \|x(t_1)\|^2 + \int_{t_1}^{t_2} (-\lambda_{\min}(Q) \|x\| (\|x\| - R)) dt \\ &\leq \lambda_{\max}(P) (\max(r, R))^2 \end{aligned}$$

즉, $\|x(t_2)\| \leq \lambda \cdot \max(r, R)$

이 되어, 가정과 모순된다.

따라서

$$\|x(t)\| \leq \lambda \cdot \max(r, R) \quad \forall t \in [t_0, \infty)$$

(b) $\bar{R} = R + \epsilon/\lambda$ 라 놓으면

$$S_{\bar{R}} = \{x: \|x\| \leq \lambda R + \epsilon (= N_\epsilon(S_R))\}$$

이 되어, $t \in [t_0 + T(\epsilon), \infty)$ 에서 $x(t) \in S_{\bar{R}}$ 가 되도록 하는 $T(\epsilon)$ 이 존재함을 보이면 된다. $\|x_0\| \leq r$ 인 때, 만약 $r \leq \bar{R}$ 이면 (a)로부터 $x(t) \in S_{\bar{R}}$ 이 항상 성립하므로, $r > \bar{R}$ 인 경우만 고려한다. 여기서 $T(\epsilon)$ 을

$$T(\epsilon) = \frac{\lambda_{\max}(P) \cdot r^2}{\lambda_{\min}(Q) (R + \epsilon/\lambda) \cdot \epsilon/\lambda} \quad (20)$$

로 놓고, $t \in (t_0, t_0 + T(\varepsilon))$ 인 모든 t 에 대해 $\|x(t)\| > \bar{R}$ 가 만족된다고 가정하면

$$\begin{aligned} 0 &< \lambda_{\max}(P) \|x(t_0 + T(\varepsilon))\|^2 \leq V(x(t_0 + T(\varepsilon))) \\ &\leq \lambda_{\max}(P) \cdot \|x(t_0)\|^2 + \int_{t_0}^{t_0+T} (-\lambda_{\min}(Q)) \|x\| \cdot R dt \\ &\leq \lambda_{\max}(P) \cdot r^2 - \lambda_{\max}(P) \cdot r^2 = 0 \end{aligned}$$

이 되므로 모순이다. 이는 $\|x(t)\| \leq \bar{R}$ 이 성립하는 $t_1 \in (t_0, t_0 + T(\varepsilon))$ 이 존재함을 의미한다. 따라서 (a)로부터 $t \geq t_0 + T(\varepsilon)$ 인 경우 $x(t) \in N_\varepsilon(S_P)$ 이 성립한다.

정리 2. 시스템 (6)-(8) 또는 시스템 (17)이 조건(11) 및 제어법칙 (14)를 만족할때, 다음 중 어느 하나만 성립하면, 이 시스템은 점근적 안정성 (Asymptotic stability)을 갖는다.
즉, $\lim_{t \rightarrow \infty} \|x(t)\| = 0$

- (i) $\|T_L\| < \infty$, $\lim_{t \rightarrow \infty} T_L(t) = T_{L0}$
- (ii) $T_L \in L_1 \cup L_2$

증명)

$$d(t) = \frac{\dot{b}}{a_0(\tau p + 1)} T_L(t) = \frac{\dot{b}}{\tau a_0} \left(t - \frac{1}{(\tau p + 1)} \right) T_L(t)$$

이므로, (i) 또는 (ii)가 성립하면, 보조정리 2로부터 $|d| < \infty$ 이고 $\lim_{t \rightarrow \infty} d(t) = 0$ 임을 알 수 있으며, 그에 따라

$\sup_{t \in [t_0, T_1(\varepsilon)]} |d(t)| \leq \frac{\lambda_{\min}(Q) \cdot \varepsilon_1}{2 \lambda \|C\|}$ 을 만족하는 $T_1(\varepsilon)$ 이 존재한다. 따라서 $t \in (t_0 + T_1(\varepsilon), \infty)$ 에서

$$\dot{V} \leq \lambda_{\min}(Q) \|x\| (\|x\| - \varepsilon_1 / \lambda) \quad (21)$$

이 성립하며, 이 때 정리 1(b)로부터 $t \in (t_0 + T_1(\varepsilon) + T_2(\varepsilon), \infty)$ 에 대해

$$\|x(t)\| \leq \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \quad (22)$$

를 만족하는 $T_2(\varepsilon_2)$ 가 존재한다. 즉, 임의의 $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ 에 대해, $\sup_{t \in [t_0 + T_1(\varepsilon_1) + T_2(\varepsilon_2), \infty)} \|x(t)\| \leq \varepsilon_1 + \varepsilon_2$ 를 만족하는 $T_1(\varepsilon_1), T_2(\varepsilon_2)$ 이 존재한다.

전동기에 인가되는 부하 T_L 은 일반적으로 정리 2의 조건 (i), (ii)를 만족하므로, 전동기의 속도 ω 는 기준모델의 출력 $\hat{\omega}$ 와 점근적으로 같아지게 된다.

한편, 이상의 논의는 이 시스템을 표현하는 미분방정식의 해가 존재하는 경우에 의미를 지니는데, (14)와 같은 제어법칙을 갖는 불연속 제어 시스템의 해의 존재성에 대해서는 [3], [4]에 잘 규명되어 있으므로 여기서는 생략한다.

3. 위치 제어

2에서 설계한 속도제어시스템을 내부 루우프로 포함하는 Cascade 구조의 위치제어시스템은 그림 2와 같은 구조를 갖는다.

그림 2에서의 위치제어기는 일반적인 선형 제어기로서, 기준모델에 대해(즉, 전동기의 속도가 기준모델의 출력과 같다는 가정하에) 설계된다. 여기서 기준모델을 $N_s(P)/D_s(P)$, 위치제어기의 모델을

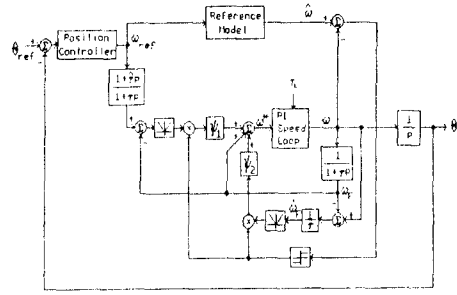


그림 2. 위치제어시스템의 구조
Fig. 2. Structure of the position control system

$N_p(P)/D_p(P)$ 라 놓고, $\omega = \hat{\omega}$ 인 경우의 위치를 $\hat{\theta}$ 라 놓으면

$$\hat{\theta} = \frac{N_p(P) N_s(P)}{P D_p(P) D_s(P) + N_p(P) N_s(P)} \theta_{ref} \quad (23)$$

이 성립한다.

이 때 $e_s = \theta_{ref} - \hat{\theta}$ 라 놓으면, $\hat{\theta} = \frac{f}{p} \hat{\omega} - \frac{f}{p} e$ 로부터

$$\hat{\theta} = \frac{N_s(P)}{P D_s(P)} \omega_{ref} - \frac{f}{p} e \quad (24)$$

$$\omega_{ref} = \frac{N_p(P)}{D_p(P)} e_s = \frac{N_p(P)}{D_p(P)} \left(\theta_{ref} + \frac{f}{p} e - \frac{N_s(P)}{P D_s(P)} \omega_{ref} \right) \quad (25)$$

이 성립하며, (25)를 정리하면 ω_{ref} 는 다음과 같아진다.

$$\omega_{ref} = \frac{D_s(P) N_p(P)}{P D_p(P) D_s(P) + N_p(P) N_s(P)} (P \theta_{ref} + e) \quad (26)$$

따라서 $P D_p(P) D_s(P) + N_p(P) N_s(P) = 0$ 의 근이 안정하면, $|e| < \infty$ 이므로 $|\omega_{ref}| < \infty$ 가 된다.

또한 (23), (25) 및 (26)을 정리하면

$$e_s = \frac{D_p(P) D_s(P)}{P D_p(P) D_s(P) + N_p(P) N_s(P)} (P \theta_{ref} + e) \quad (27)$$

$$\hat{\theta} = \hat{\theta} - \frac{D_p(P) D_s(P)}{P D_p(P) D_s(P) + N_p(P) N_s(P)} e \quad (28)$$

가 되어, 전체 시스템의 블록선도는 다음과 같아진다.

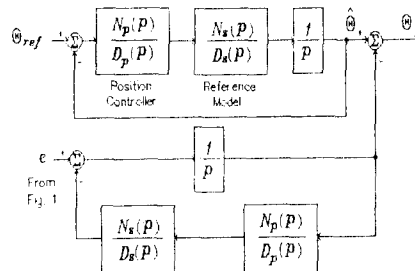


그림 3. 위치제어시스템의 블록선도
Fig. 3. Block diagram of the position control system

이상으로부터 기준모델에 대해 안정하게 설계된 위치제어 시스템은 실제의 경우에도 안정하며, 다우기 $\epsilon \rightarrow 0$ 인 경우(이는 대부분의 경우 성립한다)에는 $\theta \rightarrow \hat{\theta}$ 가 됨을 알 수 있다.

4. 시뮬레이션

시뮬레이션은, Hysteresis on/off 방식의 CRPWM 인버터로 구동되는 동기형 교류 서보전동기에 대해 수행되었으며, 그 상수들은 표 1 과 같다.

표 1. 전동기 상수
Table 1. Motor constants

정격 토크 : 2.6 N-m	R_r : 2.14 Ω
정격 속도 : 3000 rpm	L_r : 4.2 mH
정격 전류 : 5.1 A(pk)	Φ : 0.17 Wb
극 수 : 4	J^* : 0.000364 N-m-s ²
	B : 0.00068 N-m-s

본 논문에서는, 부하의 개입으로 인해 J 가 J^* 에서부터 $2J^*$ 사이의 값을 가지는 경우를 가상했으며, PI 제어기의 이득은 $J = (4/3)J^*$ (J^* 와 $2J^*$ 의 조화평균)일때 속도제어 루우프의 전달함수가 기준모델의 그것과 같아지도록 결정하였다. 또한 위치제어기로는 가장 간단한 P 제어기를 사용했으며, 표 2에 모든 제어 시스템 상수들을 보인다.

표 2. 제어시스템 상수
Table 2. Control system constants

$K_p = 0.28$	$\hat{\tau} = \tau$
$K_I = 57.1$	$\psi_1 = 2$
$\hat{a}_0 = 80000$	$\psi_2 = \tau$
$\hat{a}_1 = 400$	위치제어기 이득 = 50

그림 4,5 에 위치제어 및 불연속 제어 알고리즘(즉, ω^* 의 연산)을 이산화 해서 구현했을 때의 시뮬레이션 결과를 보이며, 표 3 은 그 설명이다. (샘플링 시간은 1 msec)

표 3. 시뮬레이션 결과
Table 3. Simulation results

그림 4	$T_L = 0.5$ (p.u.) , $J = J^*$
	(a) θ_{ref} (점선) , θ (실선)
	(b) $\hat{\omega}$ (점선) , ω (실선)
	(c) ω_{ref} (점선) , ω^* (실선)
(d) i_q (인버터에 인가되는 전류지령)	
그림 5	$T_L = 0$, $J = 2J^*$
	(a)-(d)의 내용은 그림 4 에서와 동일

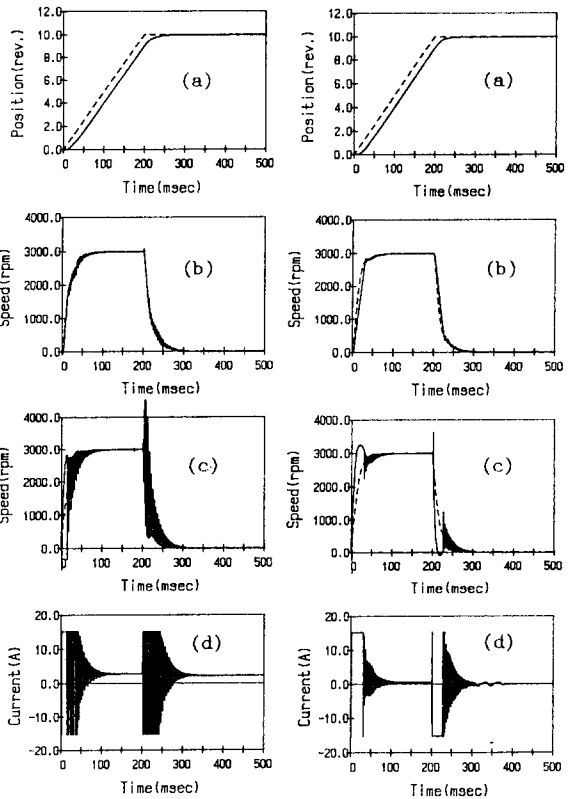


그림 4. 시뮬레이션 1 , 그림 5. 시뮬레이션 2
Fig. 4. Simulation 1 , Fig. 5. Simulation 2

그림 4,5로부터, 부하조건 변화(T_L 및 J 의 변화)에도 불구하고 전동기의 속도가 기준모델의 출력을 잘 추종하면서 균일한 위치응답이 결과되었음을 알 수 있으며, 또한 2 에서 언급했던 바와 같이 정상상태를 포함한 정속영역에서의 Chattering이 제거되었음을 알 수 있다. 한편 그림 2에서 관찰되는 가*감속 영역에서의 약간의 속도오차는 그림 4,5(d)에 보이듯이 전류의 지령치를 제한했기 때문에 생긴 것으로, 위치 제어기의 이득을 줄이거나 기준모델의 동특성을 늦춰 줄으로써 방지할 수 있다.

이상의 시뮬레이션 결과는 T_L 및 J 가 시간에 따라 변화하는 경우에도 마찬가지로 성립한다.

5. 결 론

본 논문에서는 불연속 제어 서보시스템에서의 Chattering 저감을 목적으로, PI 제어기를 내부에 포함하는 Hyperstable Cascade 제어방식을 제안하였으며, 어떤 조건을 만족하는 부하조건에 대해 이 시스템이 점근적 안정성을 갖는다는 사실을 보였다. 그리고 동기형 교류 서보시스템에 대한 시뮬레이션을 통해 이상의 사실들을 검증하였다.

< 참고 문헌 >

- [1] V.I. Utkin, "Variable Structure Systems with Sliding modes", IEEE Trans. Automat. Contr., Vol.AC-22, No.2, Apr.,1977, pp 212-222
- [2] A.Balestrino, G. De Maria and A.S.I. Zinober, "Nonlinear Adaptive Model-following Control", Automatica, Vol.20, No.5, 1984, pp 559-568
- [3] S.Gutman, "Uncertain Dynamical Systems- A Lyapunov Min-Max Approach", IEEE Trans. Automat. Contr., Vol.AC-24, No.3, Jun., 1979, pp 437-443
- [4] S.Gutman and Z.Palmor, "Properties of Min-Max Controllers in Uncertain Dynamical Systems", SIAM J. Control and Optimization, Vol.20, No.6, Nov., 1982, pp 850-861
- [5] M.J. Corless and G. Leitman, "Continuous State Feedback Guaranteeing Uniform Ultimate Boundedness for Uncertain Dynamic Systems", IEEE Trans. Automat. Contr., Vol.AC-26, No.5, Oct, 1981, pp 1139-1144
- [6] F. Harashima, H. Hashimoto and S. Kondo, "MOSFET Converter-Fed Position Servo Systems with Sliding Mode Control", IEEE Trans. Ind. Elec., Vol. IE-32, No.3, Aug., 1985, pp 238-244
- [7] A. Balestrino, G. De Maria and L. Sciavicco, "Adaptive control design in servo systems", 3rd IFAC Sympo. on Control in Power Electronics and Electrical Drives, Lausanne, Switzerland, Pergamon press, Oxford, pp 125-131
- [8] G. Ambrosino, G. Celentano and F. Garofalo, "Variable structure model reference adaptive control systems", Int J. Control, Vol. 39, No.6, 1984, pp 1339-1349
- [9] A.S.I. Zinober, O.M.E. El-Ghezawi and S.A. Billings, "Multivariable variable-structure adaptive model following control systems", IEE Proc. Vol.129, Pt.D, No.1, Jan., 1982, pp 6-12
- [10] Landau, Adaptive Control, Marcel Dekker, 1979
- [11] Desoer and Vidyasagar, Feedback Systems: Input-Output Properties, Academic press, 1975