

직접적응제어 방식을 사용한 포탑포 시스템의 안정한 적응제어기에 관하여

김 중 화 \* 이 만 형\* 배 종 일 \*\*  
 \* 부산대학교      \*\* 부산공업대학

On the Stable Adaptive Controller for the Turret Gun System Using  
 Direct Adaptive Control Method

Jong Hwa Kim \* Man Hyung Lee \* Jong Il Bae \*\*  
 \* Pusan National University      \*\* Pusan Engineering College

Abstract

In this paper, the adaptive controller for the turret gun is discussed which uses model reference adaptive technique based on the Lyapunov direct method. Turret gun can be decomposed into two time-invariant SISO control systems. One is for the elevation angle control and the other is for the azimuth angle control under the assumption of independence each other. Thus we only consider here about the control loop for the elevation angle.

1. 서 론

일반적으로 포탑포 시스템과 같이 빠른 속도로 움직이면서 정확성을 요구하는 시스템은 그 동특성이 크고 외란의 영향을 많이 받을 뿐만 아니라 비교적 느린 속도에서는 나타나지 않는 모델화되지 않은 불확실한 요소들을 많이 포함하고 있다. 이러한 시스템의 처리는 고전적 제어 방식의 한계를 넘어 서고 있다. 현재 모델화되지 않은 항들을 효과적으로 처리함으로써 제어 목적을 달성할 수 있는 제어 기법으로서 적응제어 기법이 다양하게 논의되고 또한 응용되고 있다.

본 연구에서는 Lyapunov 방법을 직접적으로 도입한 모델 기준 적응 제어 방식을 사용하여 외란과 모델링 오차가 존재하는 포탑포 시스템의 안정한 적응제어기의 설계에 관하여 논의하고자 한다. 포탑포의 제어는 고각과 방위각이 서로 독립이라고 가정할 경우, 두개의 서블렌 단일 입력 단일 출력을 갖는 제어루프로 가정할 수 있다.

따라서 여기서는 단지 고각에 대한 제어루프만을 대상으로 하여 적응제어치를 유도할 것이다.

2. 적응제어 방식을 사용한 모델 기준 적응제어

직접제어방식을 사용한 모델 기준 적응제어 시스템의 기본 구성도는 아래 그림 1과 같이 묘사된다.

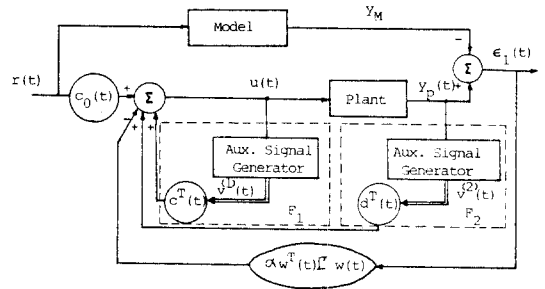


그림 1. 모델기준적응제어 시스템의 기본 구조

모델화되지 않은 요소들을 무시할 때 제어의 대상이 되는 플랜트는 다음과 같이 입출력  $\{u(t), y_p(t)\}$  에 의하여 선형 서블렌 시스템으로 완전하게 표현될 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_p(t) &= A_p x_p(t) + b_p u(t) \\ y_p(t) &= h_p^T x_p(t) \end{aligned} \quad (1)$$

여기서  $A_p$  :  $(n \times n)$  행렬

$h_p, b_p$  :  $n$  차 벡터이다.

플랜트의 전달함수  $W_p(s)$  는

$$W_p(s) = h_p^T (sI - A_p)^{-1} b_p = \frac{k_p Z_p(s)}{R_p(s)} \quad (2)$$

여기서  $Z_p(s)$  는 차수  $m (\leq n-1)$  인 monic Hurwitz 다항식,  $R_p(s)$  는  $m$  차수를 갖는 monic 다항식이고  $k_p$  는 상수이고 이 때  $m, n, k_p$  는 안다고 가정한다. 모델은 플랜트가 적절한 제어기에 의하여 제어될 때 기대되는 플랜트의 거동에 대한 기준이 되며, 기준입력  $r(t)$  와 출력  $y_M(t)$  로서 묘사된다.

$$\dot{x}_M(t) = A_M(t) x_M(t) + b_M r(t) \quad (3)$$

$$y_M(t) = h^T x_M(t)$$

모델에 대한 전달함수  $W_M(s)$  는

$$W_M(s) = \frac{k_M Z_M(s)}{R_M(s)} \quad (4)$$

로 주어지며, 여기서  $Z_M(s)$  는 차수  $r (\leq m)$  인 monic Hurwitz 다항식,  $R_M(s)$  는  $n$  차수를 갖는 monic Hurwitz 다항식이고,  $k_M$  은 상수이다.

우리의 제어목적은 플랜트에 대한 입력  $r(t)$ ,  $u(t)$  와 출력  $y_p(t)$  로서 제어기를 구성하여, 플랜트의 출력  $y_p(t)$  와 모델의 출력  $y_M(t)$  의 차로써 정의되는 출력오차

$$|\epsilon_1(t)| = |y_p(t) - y_M(t)| \quad (5)$$

가  $\lim_{t \rightarrow \infty} \epsilon_1(t) = 0$  이 되도록 유계입력  $u(t)$  를 만들어 내는 일이다. 그림 1 에서 제어기는 계인  $c_0(t)$  와 두개의 보조신호 생성기  $F_1$  과  $F_2$ , 오차신호 퍼드백 루프로 구성되어 있다. 보조신호 생성기  $F_1$  은  $(n-1)$  파라미터  $c_i(t)$  ( $i=1, 2, \dots, n-1$ ) 를 포함하고 있고  $F_2$  는  $n$  파라미터  $d_i(t)$  ( $i=0, 1, 2, \dots, n-1$ ) 을 포함하고 있다. 따라서  $c_0(t)$  와 함께 제어기에서 조정될  $2n$  개의 파라미터를 구성하고 있으며 벡터  $\theta(t)$  로서 정의하면

$$\begin{aligned} \theta^T(t) &= [c_0(t), c_1(t), \dots, c_{n-1}(t), d_0(t), \dots, d_{n-1}(t)] \\ &= [c_0(t), c^T(t), d_0(t), d^T(t)] \quad (6) \end{aligned}$$

가 된다. 보조신호 생성기  $F_1$  과  $F_2$  는  $(n-1)$  차 벡터 미분방정식으로 묘사될 수 있다. 즉

$$\left. \begin{aligned} \dot{v}^{(1)} &= \Lambda v^{(1)} + bu \\ w^{(1)} &= c^T v^{(1)} \end{aligned} \right\} (F_1) \quad (7)$$

$$\left. \begin{aligned} \dot{v}^{(2)} &= \Lambda v^{(2)} + by_p \\ w^{(2)} &= d^T v^{(2)} + d_0 y_p \end{aligned} \right\} (F_2)$$

여기서  $\Lambda$  는  $(n-1) \times (n-1)$  인 안정한 행렬이다. 그 때 제어기를 포함한 전체 시스템은 다음과 같은 상태방정식으로 표현된다.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_p \\ \dot{v}^{(1)} \\ \dot{v}^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_p & | & 0 & | & 0 \\ \hline 0 & | & \Lambda & | & 0 \\ \hline 0 & | & 0 & | & \Lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_p \\ v^{(1)} \\ v^{(2)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_p \\ b \\ 0 \end{bmatrix} u(t) \quad (8)$$

$$y_p(t) = h^T x_p(t)$$

여기서 기준입력  $r(t)$  와 출력  $y_p(t)$ , 보조신호  $v^{(1)}$  과  $v^{(2)}$  의 항으로 벡터  $w(t)$  를 정의하면

$$w^T(t) = [r(t), v^{(1)T}(t), y_p(t), v^{(2)T}(t)] \quad (9)$$

가 되고, 이 때 그림 1 과 같이 주어진 전체 시스템에 대하여 플랜트의 입력  $u(t)$  는

$$\begin{aligned} u(t) &= \theta^T(t) - \alpha \epsilon_1(t) w^T(t) \Gamma^T w(t) \\ \Gamma &= \Gamma^T, \alpha > 0 \end{aligned} \quad (10)$$

과 같이 주어진다.

만약 파라미터 벡터  $\theta(t)$  가 다음과 같이 표현된다면

$$\theta(t) = \theta^* + \phi(t) \quad (11)$$

여기서  $\theta^*$  는 모델의 출력과 플랜트의 출력이 동일할 때 플랜트의 파라미터를 의미하며  $\phi(t)$  는 오차를 유발시키는 파라미터의 오차벡터이다. 이 때 상태방정식 (8) 은 다음과 같이 쓰여진다.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A_c x(t) + b_c [c_0^* r + \phi^T(t) w(t) \\ &\quad - \alpha \epsilon_1(t) w^T(t) \Gamma^T w(t)] \quad (12) \end{aligned}$$

$$A_c = \begin{bmatrix} A_p + d_0 b_p^* h^T & | & b_p c^{*T} & | & b_p d^{*T} \\ \hline b d_0^* h^T & | & \Lambda + b c^{*T} & | & b d^{*T} \\ \hline b h^T & | & 0 & | & \Lambda \end{bmatrix} \quad b_c = \begin{bmatrix} b_p \\ b \\ 0 \end{bmatrix}$$

이며,  $b^T = [0, 0, \dots, 1]$  로서  $(n-1)$  차 벡터이다. 모델과 플랜트 사이의 오차 방정식은 다음과 같이 표현된다. 즉

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) &= A_c e(t) + b_c [\phi^T(t) w(t) \\ &\quad - \alpha \epsilon_1(t) w^T(t) \int w(t)] \quad (13) \\ \epsilon_1(t) &= h_c^T e(t) \end{aligned}$$

여기서  $e(t)$  상태 오차벡터이고  $h_c^T = [1, 0, \dots, 0]$  이다. 전달함수  $W_e(s)$  는

$$W_e(s) = h_c^T (sI - A_c)^{-1} b_c = \frac{k_p}{k_M} W_M(s) \quad (14)$$

로서 strictly positive real 이다.

그 때 파라미터 오차벡터  $\phi(t)$  는 다음으로 표현되는 적응제어칙에 의하여 개선된다.

$$\dot{\phi}(t) = \dot{\theta}(t) = -\Gamma \epsilon_1(t) w(t) \quad (15)$$

위에서 정의된 오차방정식 (13)과 식 (15)에 대한 안정도의 증명은 참고문헌 [1,2] 에 증명되어 있다. 이의 증명은 Lyapunov 함수를 적절히 선택하고 Kalman-Yacubovich 정리를 사용함으로써 증명되는데 여기서는 생략하겠다.

이제까지 설명한 기본적인 적응제어 구조는 다음과 같이 정의되는 플랜트의 상대차수에 따라서 수정되어야만 한다.

$$n^* = (\text{플랜트의 극점의 수} - \text{플랜트의 영점의 수}) \quad (16)$$

시간영역에서의 미분연산자의 사용을 피하기 위하여  $s$  의 다항식으로 정의되는 연산자  $P_L(\theta)$  를 사용한다.

$$P_L(\theta) = L(s) \theta(t) L^{-1}(s) \quad (17)$$

여기서  $L(s)$  는 차수  $(n-m-1)$  인 Hurwitz 다항식으로서  $W_M(s) L(s)$  가 strictly positive real 이 되도록 선택된다.

### 3. 포탑포에 대한 적응제어기의 설계

서어보 모터를 구동 시스템으로 사용하는 포탑포 시스템의 고각에 대한 단순 피드백 제어루프를 아래 그림에 예시

하였다.

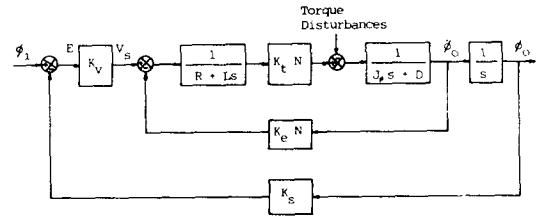


그림 2. 고각에 대한 단순 피드백 시스템

이 때 모델 기준 적응제어 방식을 사용하여 고각을 제어할 경우 제어루프는 그림 3 과 같이 묘사된다.

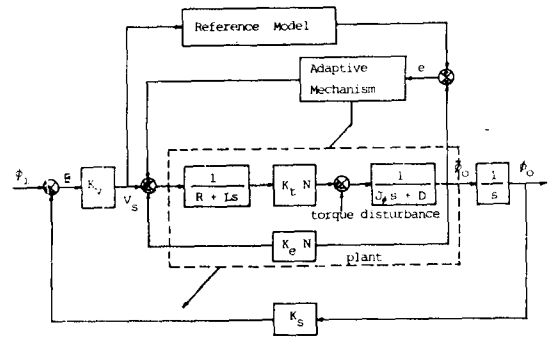


그림 3. 고각에 대한 단순한 적응제어 시스템

그림 3 에서 보는 바와 같이 플랜트로 정의된 시스템은 식 (2)에서  $R_p(s)$  의 차수가  $n=2$ ,  $Z_p(s)$  의 차수가  $m=0$  가 됨을 알 수 있다. 따라서 상대차수는  $n^*=2$  임을 알 수 있고  $k_p=k_M=1$  이라고 가정하면  $c_0=1$  이다. 이럴 경우 조정될 파라미터 벡터  $\theta(t)$  는

$$\theta(t) = [1, c_1(t), d_0(t), d_1(t)] \quad (18)$$

이고, 보조신호 생성기  $F_1$  과  $F_2$  는 1차 미분방정식에 의하여 아래와 같이 묘사된다.

$$\begin{aligned} \dot{v}^{(1)} &= \Lambda_v^{(1)} + b u \\ w^{(1)} &= c_1 v^{(1)} \end{aligned} \quad (F_1) \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \dot{v}^{(2)} &= \Lambda_v^{(2)} + b y_p \\ w^{(2)} &= d_1 v^{(2)} + d_0 y_p \end{aligned} \quad (F_2)$$

여기서  $\lambda$  는 시스템이 안정하도록 결정되는 상수이며  $b = 1$  이다.

따라서 전체 시스템의 상태방정식은

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_p \\ \dot{v}(1) \\ \dot{v}(2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_p & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & \lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_p \\ v(1) \\ v(2) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_p \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} u(t) \quad (20)$$

이고  $w(t)$  는 다음과 같다.

$$w^T(t) = [r(t), v(1), y_p(t), v(2)] \quad (21)$$

여기서 생각하는 포탑포의 고각제어 시스템은 플랜트의 상대차수가  $n^*=2$  이기 때문에 파라미터 벡터  $\theta(t)$  대신에  $P_L(\theta)$  로 대체시킴으로써 수정되어야만 한다. 상대차수  $n^*=2$  일 경우 식 (17)로 정의되는  $L(s) = (s+\rho)$  이며, 이 때  $P_L(\theta)$  는

$$P_L(\theta) = \theta + \hat{\theta} L^{-1}(s) \quad (22)$$

이다. 플랜트의 입력  $u(t)$  는

$$u(t) = P_L(\theta)^T w(t) \quad (23)$$

이고, 이 때 오차방정식 (13)은 다음과 같이 수정된다.

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) &= A_c e(t) + b_{PR} [\phi^T(t) \xi(t) \\ &\quad - \alpha \epsilon_1(t) \xi^T(t) \Gamma^T \xi(t)] \end{aligned} \quad (24)$$

여기서

$$\begin{aligned} [h_c^T (sI - A_c)^{-1} \\ = W_M(s) L(s) = [h_c^T (sI - A_c)^{-1}] b_{PR} \end{aligned} \quad (25)$$

이고 strictly positive real 이며,

$$L^{-1}(s) w(t) = \xi(t) \quad (26)$$

이다. 따라서 적응제어칙은

$$\dot{\hat{\theta}}(t) = - \Gamma \epsilon_1(t) \xi(t) \quad (27)$$

로서 주어지고, 플랜트에 대한 입력  $u(t)$  는

$$u(t) = \hat{\theta}^T(t) \xi(t) - \alpha \epsilon_1(t) \xi^T(t) \Gamma^T \xi(t) \quad (28)$$

로서 수정된다.

다음 그림은 포탑포 시스템의 고각을 제어하기 위하여 수정된 모델 기준 적응 시스템의 블록선도이다.

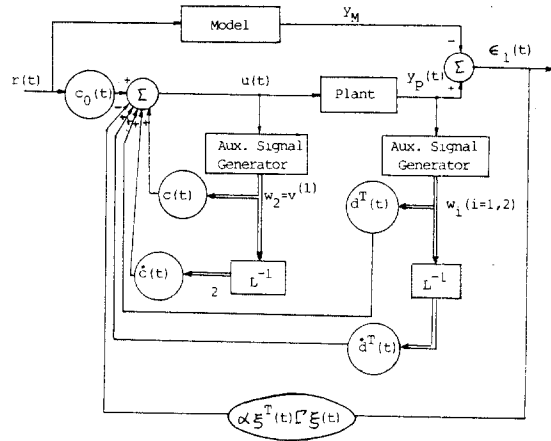


그림 4. 고각 제어를 위해 수정된 모델기준 적응시스템

### 참 고 문 헌

1. K.S.Narendra, "L.S.Valavani," "Stable Adaptive Controller Design - Direct Control," IEEE Automatic Control, vol.AC-23, No.4, August 1978
2. K.S.Narendra, L.S.Valavani, "Direct and Indirect Model Reference Adaptive Control," Automatica, vol.15, 1979
3. I.D.Landau, H.M.Silveira, "A Stability Theorem with Application to Adaptive Control," IEEE Automatic Control, vol.AC-24, No.2, April 1979
4. A.S.Morse, "Global Stability of Parameter-Adaptive Control Systems," IEEE Automatic Control, vo.AC-25, June 1980
5. K.J.Astrom, "Theory and Application of Adaptive Control - A Survey," Automatica, vol.19, N0.5, 1983