

이때 위치오차는 다음과 같다.

$$\theta_e(t) = R_c(t) - \theta_o(t) \quad (2-4)$$

$R_c(t)$: 위치기준입력 (Reference Input)

위치추적 제어기로 고려할 경우 위치기준입력 (Reference Input)을 계단입력(Step)과 경사 입력(Ramp)의 합으로 가정하면

$$R_c(t) = R + V \cdot t \quad (2-5)$$

가 된다.

(2-4)와 (2-5)식에서 $\dot{\theta}_e(t)$ 및 $\ddot{\theta}_e(t)$ 는

$$\dot{\theta}_e(t) = V(t) - \dot{\theta}_o(t) \quad (2-6)$$

$$\ddot{\theta}_e(t) = -\ddot{\theta}_o(t)$$

이다.

위치오차와 속도오차를 영(Zero)으로 만들기 위한 상태변수(State)는 다음과 같이 두었다.

$$X_1(t) = \theta_e(t) \quad (2-7)$$

$$X_2(t) = \dot{\theta}_e(t) = \dot{X}_1(t)$$

(2-3), (2-5), (2-6)식을 이용하여 다음과 같은 상태 방정식을 만든다.

$$\dot{X}_1 = X_2 \quad (2-8)$$

$$\dot{X}_2 = -\ddot{\theta}_o = -aX_2 + aV - bU$$

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -b \end{bmatrix} U + \begin{bmatrix} 0 \\ a \end{bmatrix} V$$

$$\triangleq AX + Bu + F \cdot V$$

위치제어기를 마이크로프로세서로 실현하기 위해

(2-8)식을 이산시간 영역으로 등가 변환한다.

이때 샘플시간(Sampling time)은 10 msec이다.

$$X(K+1) = \Phi \cdot X(K) + \Gamma U(K) + F_d \cdot V(K)$$

$$\Phi = e^{AT} = \begin{bmatrix} 1 & 8.02 \times 10^{-3} \\ 0 & 0.632 \end{bmatrix} \quad (2-9)$$

$$\Gamma = \int_0^T e^{AZ} \cdot B \cdot dz = \begin{bmatrix} -3.136 \times 10^{-4} \\ -0.0583 \end{bmatrix}$$

$$F_d = \int_0^T e^{AZ} F_d dz = \begin{bmatrix} 1.98 \times 10^{-3} \\ 0.368 \end{bmatrix}$$

이때 제어입력은 Feedback 항(Term)과 Feedforward 항(Term)으로 구분하여 쓸 수 있다.

$$U(K) = U_{fb}(K) + U_{ff}(K) \quad (2-10)$$

그러면 $U_{ff}(K)$ 는 다음과 같은 식을 만족한다.

$$\Gamma U_{ff}(K) + F_d \cdot V(K) = 0 \quad (2-11)$$

$$U_{ff}(K) = -\frac{a}{b} \cdot V(K) \triangleq K_f \cdot V(K) \quad (2-12)$$

따라서 (2-9)식을 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$X(K+1) = \Phi \cdot X(K) + \Gamma \cdot U_{fb}(K) \quad (2-13)$$

이때 성능지수 J_d 는 다음과 같다.

$$J_d = \sum_{K=0}^{\infty} \left[X^T(K) Q_d X(K) + U_{fb}^T(K) R_d U_{fb}(K) \right] \quad (2-14)$$

위 성능지수 J_d 를 최소화 하는 $U_{fb}(K)$ 는

$$U_{fd}(K) = -(R_d + B^T K_d B_d)^{-1} (B_d^T K_d A_d + S_d^T) X(K) \triangleq K_1 X_1(K) + K_2 X_2(K) \quad (2-15)$$

위에서 $U_{ff}(K)$ 와 $U_{fb}(K)$ 를 얻었으므로 전체 제어입력 $U(K)$ 는

$$U(K) = U_{fb}(K) + U_{ff}(K) \quad (2-16) \\ = K_1 X_1(K) + K_2 X_2(K) + K_f V(K)$$

가 된다.

(표 1)의 서어보 시스템 계수표로부터 위치제어기의 Feed Forward 이득 K_f 를 구해보면

$$K_f = 4.6749 \quad \text{가 된다.}$$

Feed Back항에 대한 계수를 구하기 위한 연속 시간계에서 성능지수는

$$J = \int_0^{\infty} [X^T Q X + U^T R U] dt \quad (2-17)$$

이다. 이때

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad R = 1 \times 10^{-4} \quad \text{으로 두고}$$

이산시간 영역에서 Q_d, S_d, R_d 를 계산하면 최적 이득 값은 다음과 같다.

$$K_1 = 90.81, \quad K_2 = 0.952$$

위의 결과로부터 설계된 최적위치 추적제어기는 (그림 2)와 같다.

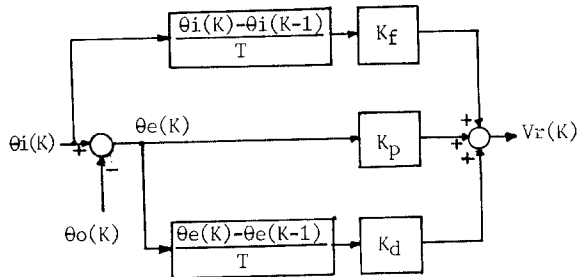


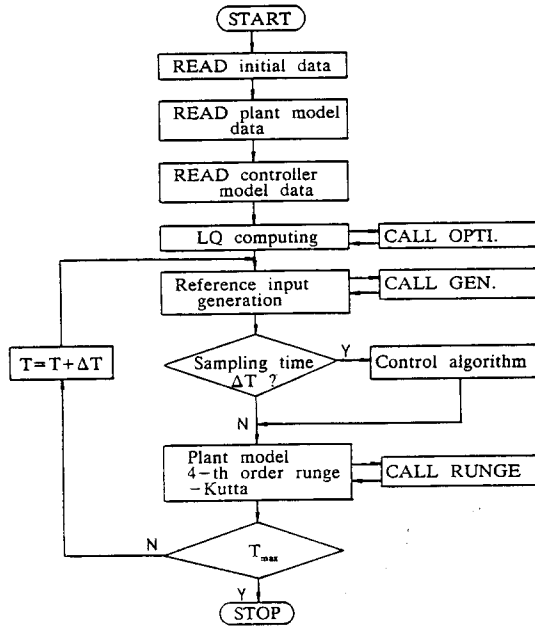
그림 2. 최적위치 추적제어기

Fig2. Optimal Position Controller

$$(K_1 = K_p, K_2 = K_d)$$

3. 시뮬레이션

앞장에서 설계된 최적제어기의 계단입력, 경사 입력, 정현파 입력 등에 대한 시뮬레이션 프로그램 흐름도는(그림 3)와 같고, 결과는(그림 4)와 같다.



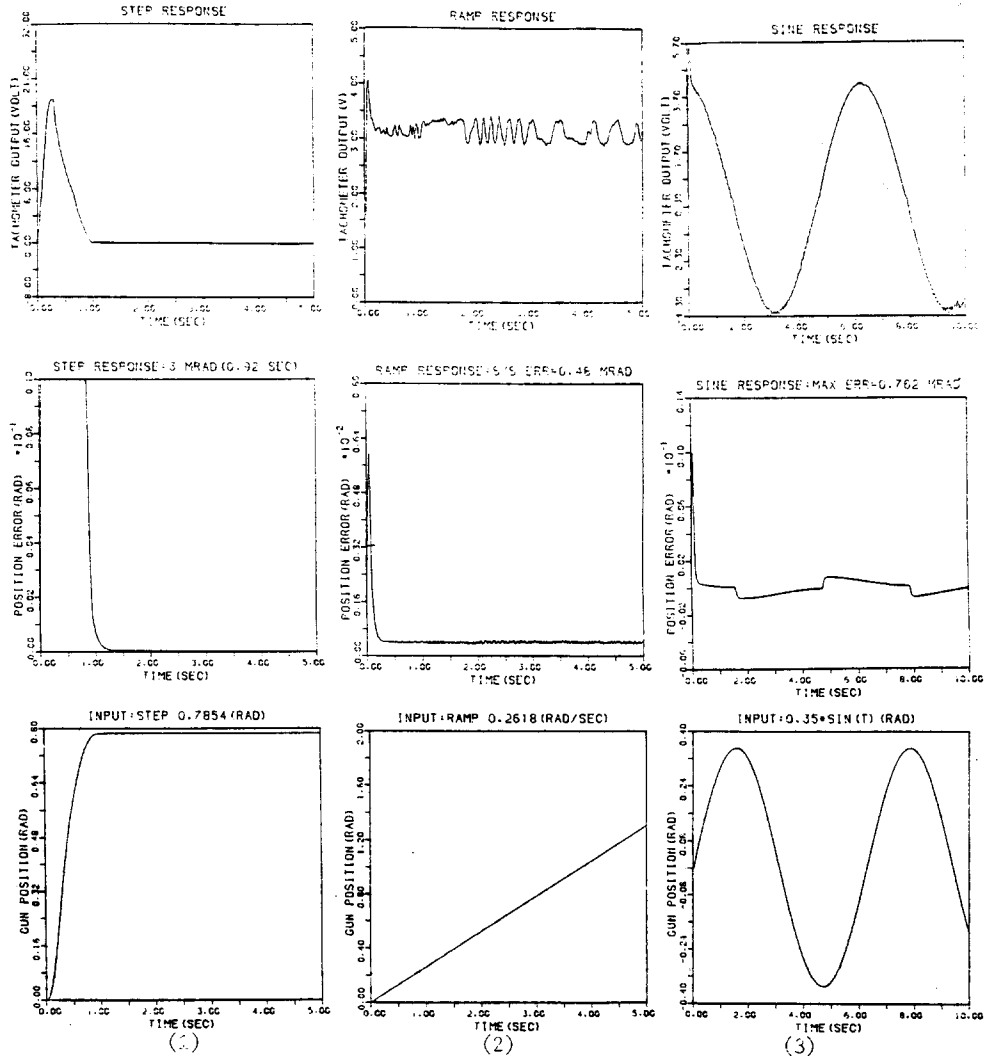
← 그림 3. 시뮬레이션 프로그램 흐름도

Fig 3. Simulation Flow Chart

그림 4. 시뮬레이션 결과

Fig 4. Simulation Result

- (1) Step Input : 45°
- (2) Ramp Input : $15^\circ/\text{sec}$
- (3) Sine Input : $20^\circ \sin(t)$



4. 실험 및 고찰

지금까지 설계된 최적위치 제어기를 INTEL 8086 CPU 및 NDP 8087 로 구성된 마이크로 컴퓨터에 실현화 하였을 때 실험장치 구성도는(그림 5)와 같다.

위치제어기는 큰 신호입력에 대한 과도응답 특성을 개선하기 위해 이득배정에 의한 개략제동 (Coarse Braking) 후 오차각이 0.006 rad 미만에서는 최적제어기가 작동되도록 설계하였다. 이때 디지털 최적제어 알고리즘은

$$U_{kf} = \frac{\theta_i(t) - \theta_i(t-1)}{T} \times k_f \quad (4-1)$$

$$U_{kp} = \theta_e \times k_p \quad (4-2)$$

$$U_{kd} = \frac{\theta_e(t) - \theta_e(t-1)}{T} \times k_d \quad (4-3)$$

$$U(k) = U_{kf} + U_{kp} + U_{kd} \quad (4-4)$$

가 되고, INTEL 8086 Assembly 언어로 제어 프로그램을 작성하였으며, 프로그램 수행 흐름선도는 (그림 6)과 같다.

위치센서는 2 속삭크로 (1:1, 36:1)를 사용하여 14 bit SDC 를 통하여 컴퓨터로 입력되고, 마이크로 컴퓨터의 제어알고리즘 연산시간은 10msec 로 하고 DAC 를 통하여 플랜트 입력 즉, 속도 제어기로 출력된다. 이때 플랜트 계수는 (표 1)과 같다.

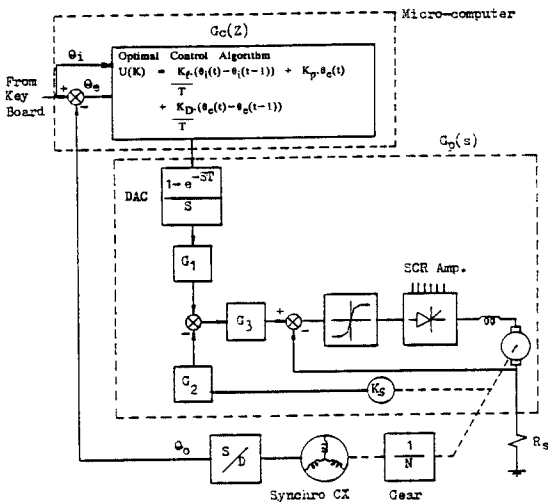


그림 5. 실험장치 구성도

Fig 5. Block Diagram of Experimental Equipment

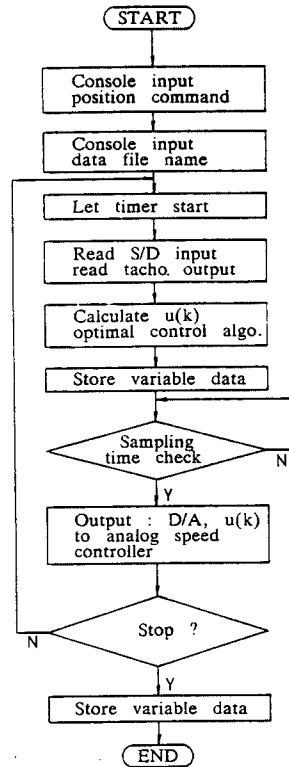


그림 6. 마이크로 컴퓨터 프로그램 흐름도

Fig 6. Flow chart of Microcomputer Program

이렇게 구성된 위치 제어기의 동특성을 측정하기 위하여 계단입력 경사입력, 정현파 입력에 따른 실험결과 (그림 7) 및 (표 2)와 같이 나타났다. $20^\circ \sin(t)$ 정현파 입력시 최대오차는 부하가 되돌아 올때 기계적인 백래시 등으로 인하여 0.97 mrad 이상 크게 나타났으며, 서어보 제어기에 의한 오차는 1.61mrad 으로 나타났다.

표 1. 서어보 시스템 플랜트 계수

계수	값	단위	계수	값	단위
A1	28.0		La	0.0021	mh
A2	10.95		Ra	0.18	ohm
A3	117.6		Ke	0.4612	v/rad/sec
A4	1571.4		Kt	0.3396	lb-ft/Amp
A5	0.1468		Jt	0.036	lb-ft-sec ²
A6	0.0357		Bt	0.025	lb-ft/rad/sec
Z	0.726		Ft	6.11	lb-ft
Rs	0.005	ohm	N	207.0	
Ks	0.0573	v/rad/sec	Ka	118.0	

표 2. 서어보 시스템 추적오차

구분	입력의크기	모터최대 속도	3mrad 도달시간 (msec)	우치오차 (mrad)
계단입력	45°	2000RPM	630 msec	0.161
경사입력	15°/초	500 RPM	900 msec	0.2
정현파 입력	20°sin(t)	552 RPM	-	최대오차: 2.58 서어보오차: 1.61

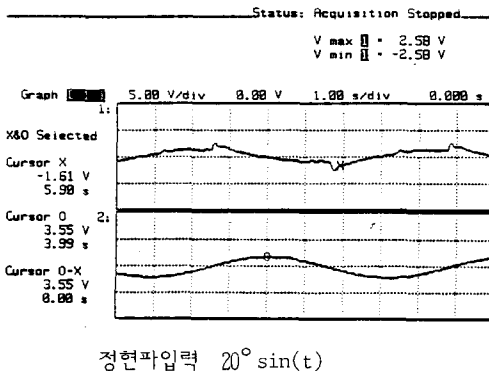
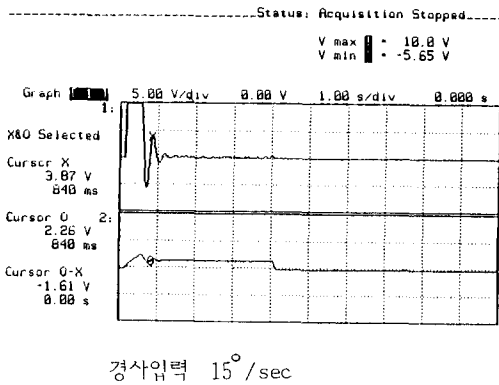
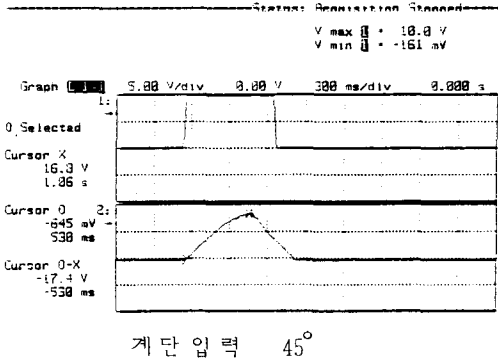


그림 7. 실험결과 (CH1: 우치오차, CH2 : 모터속도)

Fig 7. Result of Experiment
(CH1: Position Error
CH2: Speed of Motor)

5. 결론

본 논문에서는 위치제어기에 추적명령 신호가 가해질때 추적응답 특성을 향상시키기 위하여 위치 및 속도 오차를 최소화 할 수 있는 최적위치 추적 제어를 설계하고 디지털로 실현화 한 결과 보다 우수한 추적 특성을 얻을 수 있었다.

으며, 추적성능을 더욱 개선하기 위하여 다음과 같은 연구가 계속 진행되고 있다.

- 마이크로 프로세서의 연산시간 단축
- 전류제어기의 전류 제한치 확장
- 서어보 증폭기 선형성 향상
- 외란에 대한 응답특성 개선

참고문헌

1. Atans. M
"On the P-I-D controllers using optimal Linear regulator theory"
Automatica Vo.7 PP643-647, 1971
2. Barna Szabados, Naresh K.Sinha
"A time optimal digital position controller using PMDC servomotor.
IEEE Trans. on ind, Vol IECI-19, PP74-77, NO.3, Aug.,1972
3. 최종락, 이장규
IQG/LTR 방법을 이용한 강인한 서어보 메카니즘의 제어기설계
'86. 한국자동제어 학술회의 논문집, PP483-487.
4. 최종락, 김재환 정구락, 김영수
최적제어 이론을 이용한 서어보 메카니즘의 PID 제어기 설계
'86. 한국자동제어 학술회의 논문집 PP488-492.
5. 김광태, 정구락, 김재환, 최종락, 김영수
시간지연을 이용한 상태 궤환제어기의 실현 및 성능분석
'87. 한국자동제어 학술회의 논문집 PP120-124.