

직렬 피드백 보상기를 이용한 위치제어 유압시스템의 성능향상에 관한 연구

이 교 일
서울대학교 기계설계학과

*이 중 극
서울대학교 기계설계학과

A study on the performance improvement of hydraulic position control system using series-feedback compensator

Kyo-II Lee
Seoul National Univ.

Jong-Kuk Lee
Seoul National Univ.

Abstract

A digital series-feedback compensator algorithm for tracking time-varying signal is presented. The series-feedback compensator is composed of one closed loop pole / zero cancellation compensator and one desired-input generator. This algorithm is applied to nonlinear hydraulic position control system. The hydraulic servo system is modelled as a second order linear model and cancellation compensator is modelled from it. The desired input generator is inserted to reduce modelling error. Digital computer simulation output using this control method is presented and the usefulness of this control algorithm for nonlinear hydraulic system is verified.

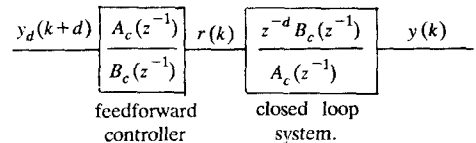
본 논문에서는 적응 제어 기법을 이용하지 않고 ZPETC의 문제점인 모델링 오차를 제거할 수 있는 직렬 피드백 제어기 (series feedback controller)를 설계하여 유압 서어보 시스템의 추종성능을 향상 시키고자 한다. 기존의 비례 제어 시스템을 2차 선형 시스템으로 모델링 하였다. 이로부터 ZPETC 알고리즘을 이용하여 극점-영점 소거 보상기 (pole/zero cancellation compensator)를 구성하고 서어보 밸브 입력 전류의 포화 현상을 고려하여 오차 신호 (error signal)로부터 원하는 입력을 생성하는 적분요소를 삽입하였다. 전산기 시뮬레이션을 위하여 비선형성을 고려한 유압 제어계의 상태 방정식을 도출하였으며 간단한 시스템 인식론을 적용하여 피드백 비례 제어계를 2차 선형 시스템으로 모델링하여 직렬 피드백 제어기를 구성하였으며 디지털 전산기 시뮬레이션을 통하여 설계된 제어기의 효용성을 검증하였다.

1 서 론

디지털제어 시스템에서 시간에 따라 변하는 입력 신호를 효과적으로 추종하기 위하여 조정기 기능을 갖춘 피드백 시스템의 전달함수의 역수를 feedforward controller로 구성하고 불안정한 영역에 있는 영점에 의한 위상오차(phase error)를 제거하는 제어 방법인 Zero Phase Error Tracking Control Algorithm (ZPETC) 이 Tomizuka 에 의해 제시되었다.[1] 그러나 ZPETC 는 피제어 시스템의 모델링 오차에 크게 영향을 받으므로 Adaptive Zero Phase Error Tracking Algorithm도 제시되었다.[2]

유압 서어보 시스템은 응답특성이 빠르고 높은 고유 진동수를 가지므로 타 제어계 보다 샘플링 시간이 짧아야 한다. 따라서 유압 서어보 시스템에 Tomizuka 가 제시한 적응제어기법의 실현은 비효율적이다.

2. Zero Phase Error Tracking Control 의 이론적 배경



closed loop 시스템의 전달함수 $G_{closed}(z^{-1})$ 가 다음 식과 같이 표현될때

$$G_{closed} = z^{-d} B_c(z^{-1}) / A_c(z^{-1}) \quad (2-1)$$

$$B_c(z^{-1}) = b_{c0} + b_{c1}z^{-1} + \dots + b_{cm}z^{-m}, b_{c0} = 0$$

$$A_c(z^{-1}) = 1 + a_{c1}z^{-1} + a_{c2}z^{-2} + \dots + a_{cn}z^{-n}$$

완전한 추종제어를 실현하기 위하여 r(k)를 다음과 같이 구한다

$$r(k) = A_c(z^{-1})/B_c(z^{-1})y_d(k+d)$$

그러나 feedforward controller의 pole인 $B_c(z^{-1})$ 의 근이 unit circle 근처나 바깥쪽에 위치할 경우 controller의 출력이 불안정하게 된다. 따라서 $B_c(z^{-1})$ 을 안정영역에 있는 근과 불안정한 영역에 있는 근으로 구분하여 2-2식과 같이 표시한다.

$$B_c(z^{-1}) = B_c^a(z^{-1})B_c^u(z^{-1}) \quad (2-2)$$

$$B_c^u(z^{-1}) = b_{c0}^u + b_{c1}^u z^{-1} + \dots + b_{cs}^u z^{-s}$$

여기서 $B_c^u(z^{-1})$, $B_c^a(z^{-1})$ 는 각각 불안정 영역과 안정 영역에 있는 영점을 표시한다.

추종제어시 불안정한 영역에 있는 closed loop 시스템의 영점(zero)에 의한 위상 오차(phase error)를 제거한 Zero Phase Error Tracking Controller는 2-3 식으로 나타내어진다.

$$r(k) = \frac{A_c(z^{-1})B_c^{*u}(z^{-1})}{B_c^a(z^{-1})[B_c^u(1)]^2} y_d(k+d+s) \quad (2-3)$$

$$B_c^{*u}(z^{-1}) = b_{cs}^u + b_{c(s-1)}^u z^{-1} + \dots + b_{c0}^u z^{-s}$$

또한 원하는 입력과 출력과의 관계는 다음과 같다.

$$y(k) = \frac{B_c^u(z^{-1})B_c^u(z)}{[B_c^u(1)]^2} y_d(k+d+s) \quad (2-4)$$

샘플링 시간이 적은 값이고 입력이 저주파수 영역인 경우 $\frac{B_c^u(z^{-1})B_c^u(z)}{[B_c^u(1)]^2}$ 의 크기(magnitude)는 1의 근사값이 되며 주파수 영역 해석시 허수부분이 소거되어 위상(phase)은 0이 된다. 따라서 입력을 s+d step 앞서 알 수 있을 경우 위상오차 없는 추종성능을 나타낸다. 그러나 임의의 입력인 경우에는 출력이 입력에 비해 d+s step 늦게 추종하게 된다.

3. ZPETC의 유압 서어보 시스템에의 적용

3.1 비례 제어 유압시스템의 2차 모델링

비선형 요소가 내재된 유압 서어보 시스템을 선형화시켜 시스템의 전달함수를 구해야 할 경우 유량방정식의 제곱근항을 선형화 시킬때 나타나는 유량-압력 계수와 유량이득이 전달함수의 pole과 zero에 위치하게 되므로 정확한 전달함수를 구하기가 힘들게 된다. 간단한 시스템 인식법(identification)으로 plant를 2차 시스템으로 모델링하기 위하여 비례제어 시스템의 단위 계단과 입력에 대한 출력으로부터 최대 오버슈터(M_p)와 그때의 시간

t_p 를 측정하여 아래식을 이용하여 2차 시스템으로 모델링한다.

$$M_p = 1 + e^{\frac{-\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \quad (3-1)$$

$$t_p = \frac{\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}\omega_n} \quad (3-2)$$

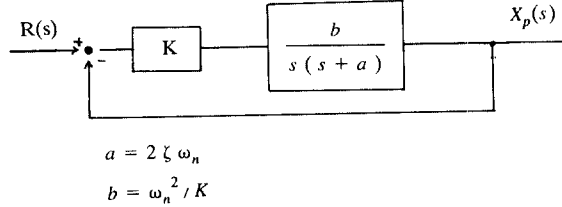


Fig.3-1 2차 시스템으로 모델링된 비례 제어 유압시스템

디지틀 제어시 Fig.3-2의 전체 전달 함수의 역수를 극점-영점 소거 보상기(pole / zero cancellation compensator)로 이용하기 위해 $X_p(s) / R(s)$ 를 이산화된 전달함수로 구해야 한다. 본 논문에서는 샘플링 시간을 2 msec로 하여 이산화(descritized)된 전달함수를 아래와 같이 구하였다.

$$\frac{x_p(z)}{U(z)} = \frac{(N_1 z + N_2) K}{z^2 - D_1 z + D_2} \quad (3-3)$$

$$N_1 = \frac{b}{a} (aT + e^{-aT} - 1)$$

$$N_2 = \frac{b}{a} (1 - e^{-aT} - aT e^{-aT})$$

$$D_1 = 1 + e^{-aT}$$

$$D_2 = e^{-aT}$$

$$\begin{aligned} \frac{x_p(z^{-1})}{R(z^{-1})} &= \frac{K N_1 z^{-1} + K N_2 z^{-2}}{1 - (D_1 - K N_1) z^{-1} + (D_1 + K N_2) z^{-2}} \\ &= \frac{K N_1 z^{-1} (1 + K N_4 z^{-1})}{1 - (D_1 - K N_1) z^{-1} + (D_1 + K N_2) z^{-2}} \quad (3-4) \end{aligned}$$

3-4 식에서 불안정한 영점(zero)을 제거한 feedforward controller는 아래식과 같다.

$$\frac{R(z^{-1})}{Y_d(z^{-1})} = \frac{N_4 + (1 + A_1 N_4) z^{-1} + (A_1 + A_2 N_4) z^{-2} + A_2 z^{-3}}{K N_1 (1 + N_4)^2} \quad (3-5)$$

$$N_4 = N_2 / N_1$$

$$A_1 = K N_1 - D_1$$

$$A_2 = D_2 + K N_2$$

3.2 제어기의 구성

유압시스템의 고유한 비선형성과 서어보밸브의 입력 전류의

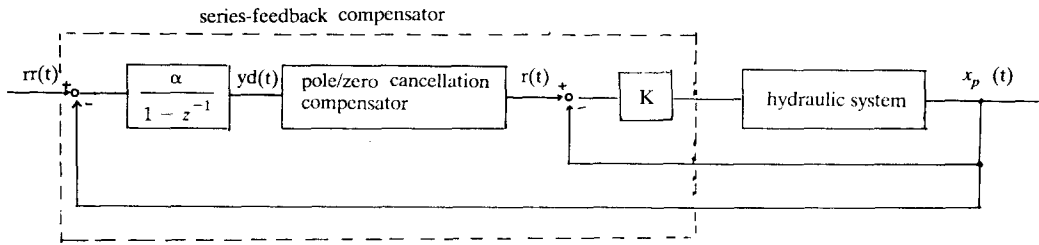


Fig.3-2 제어기의 구성도

제어성을 얻을 수 없다. 또한 모델링 오차가 있을 경우 ZPETC 알고리즘의 feedforward controller 가 정상적으로 작동하지 않게 된다. 이를 개선하기 위해 본 논문에서는 Fig.3-2 과 같이 제어기를 구성하였다.

즉, feedforward controller가 비례 제어 시스템의 pole / zero cancellation compensator 역할을 하게 하였으며 기준 입력 $r(t)$ 와 피스톤변위 $x_p(t)$ 와의 차로 부터 원하는 입력 $y_d(t)$ 를 생성하는 적분 제어기를 구성하였다.

i) pole/zero cancellation controller

$$r(k) = \frac{1}{K N_1 (1 + N_4)^2} \{ N_4 y_d(k) + (1 + A_1 N_4) y_d(k-1) + (A_1 + A_2 N_4) y_d(k-2) + A_2 y_d(k-3) \} \quad (3-6)$$

ii) y_d 생성 블럭

어떤 시스템이 작동할 때 한점에서 다른 한점으로 움직일 수 있는 가장 빠른 경로는 그 시스템이 갖는 최대 속도로 움직이는 것이다. 따라서 원하는 입력의 생성은 아래와 같이 하였다.

$$\begin{aligned} v^2 - v_0^2 &= 2 a_{\max} (x_p - x_0) \\ &= 2 a_{\max} (r - x_p) \\ &= 2 a_{\max} e \end{aligned} \quad (3-7)$$

서어보 시스템이 초기속도 0 에서 최대가속도로 출발한다면

$$v = \sqrt{2 a_{\max} e} \text{ 또한 } y_d(k) = y_d(k-1) + v_{\max} T \quad (3-8)$$

여기서 $T = \text{samplingtime}$

$$v_{\max} = \sqrt{2 a_{\max} e}$$

$$a_{\max} = \frac{P_{L_{\max}} A_{\text{piston}}}{M}$$

한편, 서어보 밸브가 유압 작동체에 적절한 유량과 마력을 공급하며 부하변동에 강인한 유압 제어계를 설계하기 위해 부하압력 P_L 은 공급압력의 2/3 보다 작은 범위 내에서 서어보

밸브가 작동하게 되어 있다. 따라서 $P_{L_{\max}} = \frac{2}{3} P_s$ 으로 선택하였으며 디지털 제어기의 연산 시간을 고려하여야 하므로 제곱근항을 포함한 3-8 식을 선형화 시켰다.

선형화 구간을 변화시켜 가며 제단과입력을 가하였을 경우 응답특성을 고려하여 오차 크기가 1 V 이하일 때를 선형화 구간으로 하였다.

최대 control input으로 피스톤이 움직인 거리와 속도와의 관계를 나타내는 그래프가 Fig.3-4 에 나타나있다. 즉 오차크기가 1 V 이상일때는 최대 control input 으로 서어보 밸브를 움직이고 오차가 1 V 이하 일 때에는 $v_{\max} = \sqrt{2 a_{\max} e} = \alpha e$ 로 선형화된 식을 따라 원하는 입력 y_d 가 생성되게 하였다.

Table 3.1 정상상태오차를 5% 로가정할 경우 속도 선형화 구간에 따른 제단과 입력시의 응답 특성

linearized error [V]	step input magnitude [V]	settling time [msec]	maximum overshoot [%]
0.5	2	72	14.3
	4	92	7.15
1	2	40	3.0
	4	60	2.0
2	2	90	50.4
	4	64	2.85

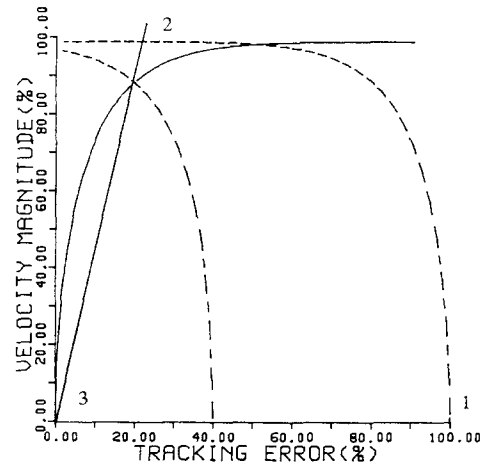


Fig.3-4 속도-추종오차 그래프

본 논문에서의 속도-추종오차와의 관계 :1-2-3

Tracking error maximum: 5 V

4. 전산기 시뮬레이션

4.1 유압서어보 시스템의 상태방정식 도출

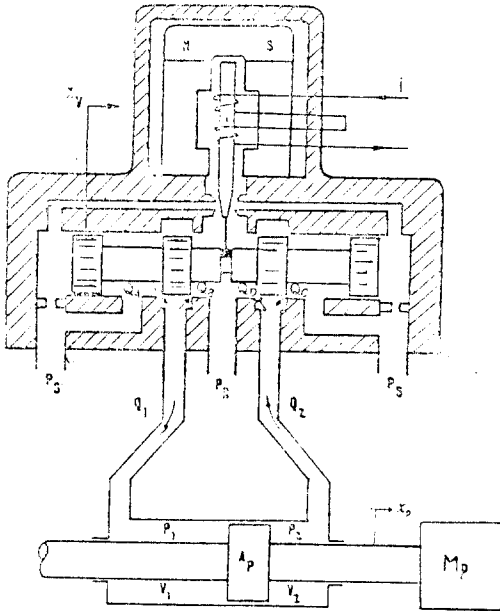


Fig.4-1 2단 전기유압식 서어보 시스템

일반적으로 유압시스템의 해석을 위하여 다음과 같은 조건을 가정하게 된다.

- i. 유압펌프의 공급압력 P_3 는 일정하고 배출압력 P_5 은 0 이다.
- ii. 서어보 밸브의 오리피스에 개구면적은 밸브 스톱의 변위에 비례한다.
- iii. 실린더 각 실(chamber)내의 압력분포는 균일하다.
- iv. 공동현상은 일어나지 않는다.

전기 유압식 서어보 밸브에서 입력전류 i 와 밸브 스톱의 변위 x_v 와 관계는 식 4-1 과 같이 모델링할 수 있다.

$$T_{sv} \frac{dx_v}{dt} + x_v = K_{sv} i \quad (4-1)$$

서어보 밸브 각 포트(port)에서 실린더로 유입되는 유량 Q_A , Q_C 및 실린더에서 서어보 밸브를 통해 탱크로 유출되는 유량 Q_B, Q_D 는 다음의 유량 방정식으로 표시된다.

$$Q_A = \frac{1}{2} C_d w \sqrt{\frac{2}{\rho}} [1 + \text{sign}(x_v)] x_v \text{sign}(p_3 - p_1) \sqrt{|p_3 - p_1|}$$

$$Q_B = -\frac{1}{2} C_d w \sqrt{\frac{2}{\rho}} [1 - \text{sign}(x_v)] x_v \sqrt{p_1}$$

$$Q_C = -\frac{1}{2} C_d w \sqrt{\frac{2}{\rho}} [1 - \text{sign}(x_v)] x_v \text{sign}(p_3 - p_2) \sqrt{|p_3 - p_2|}$$

$$Q_D = \frac{1}{2} C_d w \sqrt{\frac{2}{\rho}} [1 + \text{sign}(x_v)] x_v \sqrt{p_2} \quad (4-2)$$

또 밸브와 실린더 사이의 유량은 다음의 연속 방정식을 만족한다.

$$Q_1 = Q_A - Q_B$$

$$Q_2 = Q_D - Q_C \quad (4-3)$$

유압 실린더 각 실에서의 압력 분포는 균일하고 공동 현상은 없으며 작동유체의 온도 및 밀도가 일정하다는 조건하에서 누설과 유체의 압축성을 고려하면 실린더 각 실의 연속 방정식은 식 4-4 와 4-5 와 같다.

$$Q_1 - c_{ip}(p_1 - p_2) - c_{ep} p_1 = A_p \frac{dx_p}{dt} + \frac{1}{\beta_p} \left(\frac{V_t}{2} + A_p x_v \right) \frac{dp_1}{dt} \quad (4-4)$$

$$c_{ep}(p_1 - p_2) - c_{ip} p_2 = -A_p \frac{dx_p}{dt} + \frac{1}{\beta_p} \left(\frac{V_t}{2} - A_p x_p \right) \frac{dp_2}{dt} \quad (4-5)$$

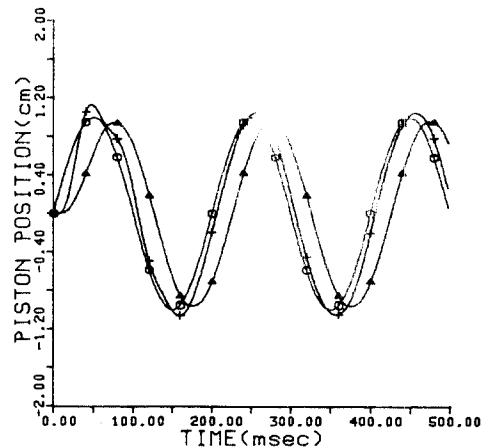
여기서 V_t 는 밸브-실린더 연결체의 체적을 포함한 실린더의 전체 체적을 나타낸다. 또 질량부하의 운동 고려한 위치제어계의 운동방정식은 다음과 같다.

$$M_p \frac{d^2 x_p}{dt^2} + B \frac{dx_p}{dt} + F_f = A_p (p_1 - p_2) \quad (4-6)$$

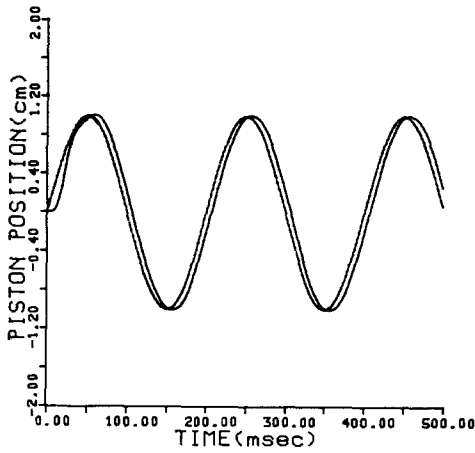
위 식에서 F_f 는 전마찰(coulomb friction)과 스틱션 마찰(stiction friction)의 합을 표시한다.

4.2 전산기 시뮬레이션 결과

직렬 피드백 보상기를 이용한 위치 제어 유압서어보 시스템의 추종 성능을 검증하기 위해 정현파 입력, 계단 입력, 그리고 감쇠 정현파 입력(damped sinusoidal input)에 대한 출력의 변화를 비례제어 시스템의 출력과 비교하여 관찰하였다.

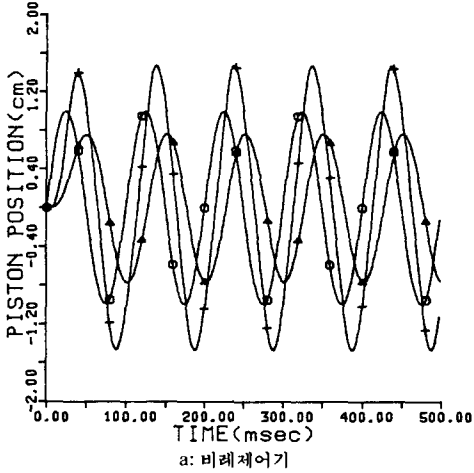


a: 비례제어기

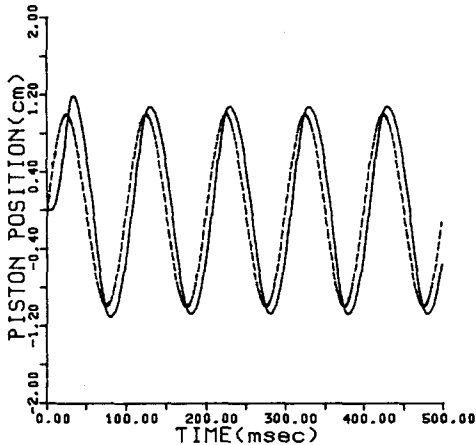


b: 직렬 피드백 제어기
Fig.4-2 정현파 입력주파수 5Hz

비례 제어에서 이득값을 20으로 하였을 경우 직렬 피드백 제어기와 비슷한 위상오차 (phase error)가 발생하나 오버슈터가 생긴다.



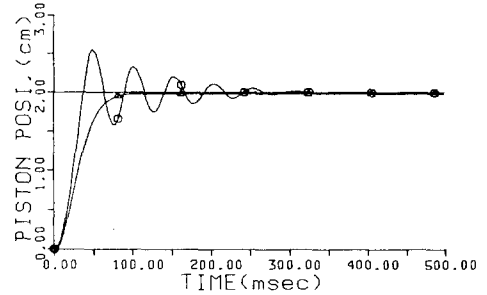
a: 비례제어기



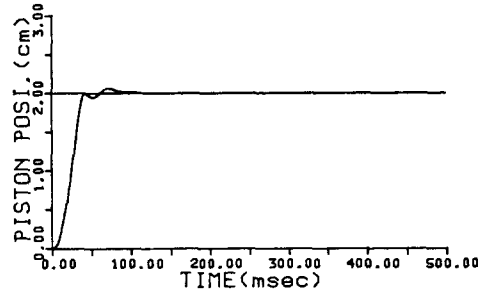
b: 직렬 피드백 제어기

Fig.4-3 정현파 입력 주파수 10 Hz

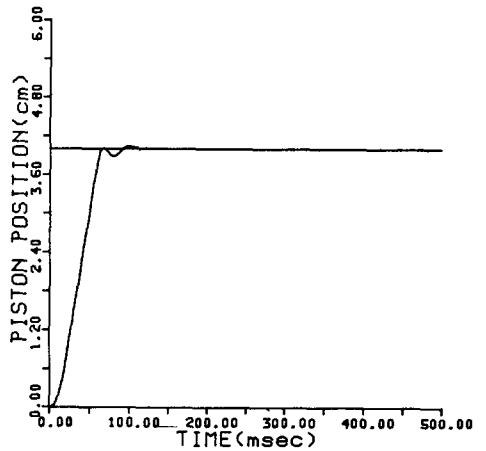
비례 제어에서 이득값을 작게하면 심한 위상오차 (phase error)가 생기며 이득값을 크게하면 큰 크기오차 (magnitude error)가 발생하게 되어 만족할 만한 추종성능을 보여주지 못하나, 직렬 피드백 보상기를 이용하였을 경우 비교적 뛰어난 추종성능을 보여준다.



a: 비례제어기



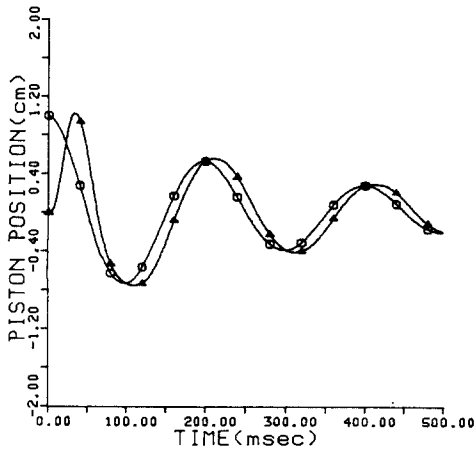
b: 직렬 피드백 제어기, 기준입력 2 cm



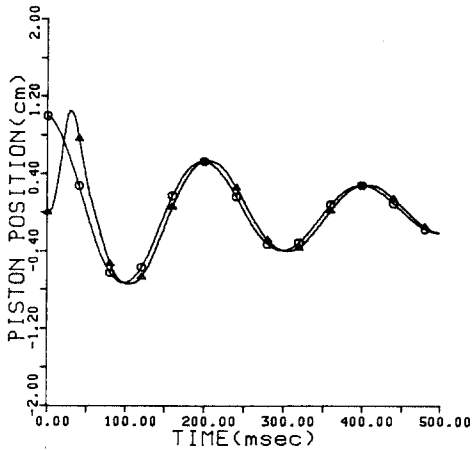
c: 직렬 피드백 제어기, 기준입력 4 cm

Fig.4.4 계단과 입력에 따른 응답

비례 제어인 경우 이득값을 조절하여 오버슈터가 없는 응답을 얻을 수 있다. 그러나 오버슈터가 적으면 settling time이 길어지는 현상을 알 수 있다. 직렬 피드백 제어기를 이용하였을 경우 다소의 오버슈터는 있으나 정상상태 오차를 5% 이내로 가정할 경우 빠른 시간내에 정상상태에 도달함을 보여준다.



a: 비례제어기



b: 직렬 피이드백 제어기

Fig.4.5 감쇄 정현파 입력에 따른 응답

직렬 피이드백 제어기를 이용할 경우 단순 비례제어기를 이용할 때보다 위상오차가 적음을 알 수 있다.

- 시뮬레이션 결과 분석 -

- i. 비례제어로 유압시스템의 추종성능을 향상시키기 위해서는 각 입력 주파수 성분에 따라 이득값의 조절이 필요하다. 즉, 위상오차 (phase error)를 줄이기 위해 이득값을 크게하면 크기오차 (magnitude error)가 발생하게 된다. 그러나 직렬 보상기를 이용하였을 경우 이득값이 극점-영점 소거 보상기에서 없어지게 되어 입력 주파수 성분에 따른 이득값을 조절할 필요가 없다.
- ii. 본 논문의 시뮬레이션 결과 출력값이 3 step 늦게 입력값을 추종해간다. 이른상 2 step 늦게 입력값을 추종하도록 제어기가 설계되었으나 제어 시스템의 모델링 오차로 인해 1 step 더 늦게 추종하는 것으로 생각되며 위상 오차는 입력

주파수와 지연시간 (delay step number x sampling time)과의 곱으로 표시되므로 입력이 고주파수인 경우 위상 오차가 증가하게 된다.

- iii. 따라서 시스템의 포화현상이 일어나지 않는 범위내에서 기준입력이 미리 주어진 경우에는 보다 효과적인 추종 성능을 나타낼 것으로 생각된다.

5. 결 론

본 논문에서는 ZPETC 기법을 개선한 직렬보상기를 이용하여 비선형요소가 많은 유압 서어보 제어계의 추종 성능을 향상시킬 수 있음을 보였다. 제어기를 설계할 때 피제어 시스템에 대한 엄밀한 수학적인 모델링을 필요로 하지 않아서 유압서어보 제어계의 위치제어나 속도제어시 간단한 피제어 시스템의 인식방법 (identification)을 이용하여 제어대상에 알맞는 제어기를 구성할 수 있다.

본 논문의 시뮬레이션 결과 샘플링 시간을 줄일 경우 위상오차가 감소됨을 알 수 있었다. 따라서 연산 시간이 적게 걸리는 디지털 제어기를 사용할 경우 추종성능이 더욱 향상 될 수 있음을 입증한다.

참고문헌

1. Tomizuka, M "Zero Phase Error Tracking Algorithm for Digital Control", J. of Dynamic systems, Measurement and Control, Trans. ASME, VOL. 109 March 1987, pp 65 - 68
2. Tsao, T. C and Tomizuka, M "Adaptive Zero Phase Error Tracking Algorithm for Digital Control", J. of Dynamic systems, Measurement and Control, Trans. ASME, Vol. 109 December 1987, pp 349 - 354
3. 조 승호 "관측기의 상태변수 피이드백을 이용한 유압 서어보 시스템의 위치제어", 서울대학교 1985
4. 이 동건 "유압 서어보 시스템의 위치제어를 위한 관측 제어기의 실현화 연구", 서울대학교 1986
5. 이 경수 "축소차수 관측기에 의한 위치제어 유압서어보 시스템의 과도응답 특성 개선", 서울대학교 1987