

구간 선형 회로 해석을 이용한 HB 스텝 모터의 설계에 관한 연구

이 태규 ○ 허 옥렬  
인하 대학교 전기공학과

A study on the design of HB step motor using  
the piecewise-linear circuit analysis

Tae Gyoo Lee Uk Youl Huh  
Dept. of Electrical Eng. Inha Univ.

ABSTRACT

The objectives of this paper are to establish an equivalent magnetic circuit of the hybrid PM step motor and to apply the canonical piecewise linear equation and the Kazenelson algorithm of solving the nonlinear magnetic circuit, so that the static holding torque and the magnetic properties of the motor are determined. The results of that are applied to the design of the hybrid step motor.

1. 서론

스텝 모터의 종류는 영구자석(PM)형과 가변 자기 저항(VR)형 그리고 하이브리드(HB)의 세 가지로 나누어지며 이들 중 PM형과 VR형이 복합된 형태인 하이브리드 스텝 모터는 구동 토크가 크고 재료가 간단하며 가공 기술의 발달로 소형, 경량화 되어 컴퓨터 주변기기 구동소자로 많이 이용되고 있다. 그러나 하이브리드 스텝 모터는 고정자와 회전자 모두에 치를 가지는 복잡한 구조이고 영구자석 회전자 및 고정자 철심부에 비선형적인 요소를 가지고 있기 때문에 요구되는 특성의 하이브리드 스텝 모터를 설계하는데 많은 문제점이 있다. (1)

본 논문에서는 이러한 하이브리드 스텝 모터의 복잡한 구조와 비선형적인 요소를 고려하여 요구되는 특성의 하이브리드 스텝 모터의 설계를 위한 CAD 프로그램을 구성 하였다. 특히 비선형적 요소의 해석에 있어 과거 반복 방법을 이용 하였으나 이 방법론 초기치 설정에 따른 발산의 문제와 수렴 속도에 따른 반복 횟수의 선정에 문제가 있다. (2) 이에 본 논문에서는 하이브리드 스텝 모터의 주 자속 경로를 이용하여 등가 회로를 구성하고 이 회로에 대한 표준 구간 선형 방정식(3)을 세워 Katzenelson

알고리즘(3,4,5)으로 해석함으로써 스텝 모터의 정토크 및 자기특성을 파악하여 모터의 설계에 이용한다.

2. 하이브리드 스텝모터의 구조와 자기회로

그림(2.1)과 그림(2.3)은 고정자에 8개의 극과 극당 5개의 치를 가지며 회전자에 50개의 치를 가지는 하이브리드 스텝 모터의 단면도를 나타낸 것이다. 회전자는 영구 자석이며 축 방향으로 일정한 자계를 형성한다.

그림(2.1)에 영구자석의 자속경로가 점선으로 표시되어 있고 그림(2.2)에는 회전자의 양끝이 영구 자석에 의하여 N극과 S극으로 자화되는 것을 보이고 있다. 그림(2.3)에는 회전자 양 스택이 전기각으로 90도 어긋나 있음을 보여주며 주 자속 경로가 나타나 있다. 이러한 구조의 스텝 모터는 1.8도의 스텝각을 가진다.

그림(2.4)는 이 스텝 모터의 공극, 영구자석, 권선 그리고 고정자 철심부에 대한 등가 자기 회로이다. (2) 각 부분은 다음과 같이 정의된다.

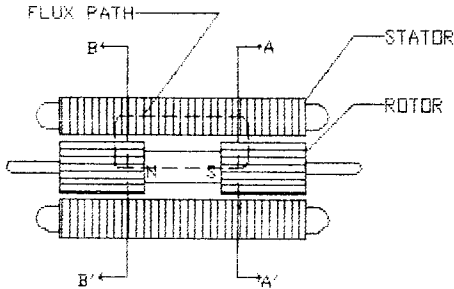
- Pg(i), Pgr(i) : 공극의 퍼미언스
- P(i), Pr(i) : 고정자 극의 퍼미언스
- Pc(i), Pcr(i) : 고정자 코어의 퍼미언스
- Prl(i) : 좌우 양스택 사이의 퍼미언스
- Pmi : 영구자석의 내부 퍼미언스
- Pmo : 영구자석의 누설 퍼미언스
- Fm : 영구자석의 등가 기자력

이 등가 회로는 스텝 모터가 대칭적인 구조이므로 축 방향으로 반반을 모델링한 것이다. 본 논문에서는 이 자기회로를 이용하지 않고 주 자속 경로 별로 나누어 해석하다.

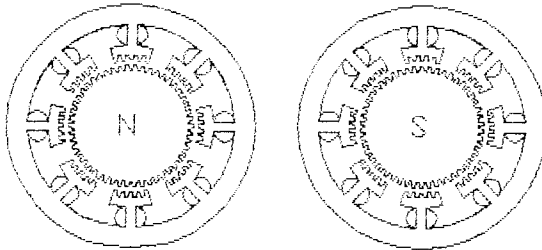
그리고 공극의 퍼미언스는 1986 년 IMCSD에 발표된 "Permeance model and thier application to step motor design"의 결과를 이용하여 계산한다.  
(6)

그림(2.3) 에서 좌우 공극의 퍼미언스는 스텝 모터의 양스택이 전기각으로 90 도 어긋나 있으므로 다음의 식이 성립한다.(2)

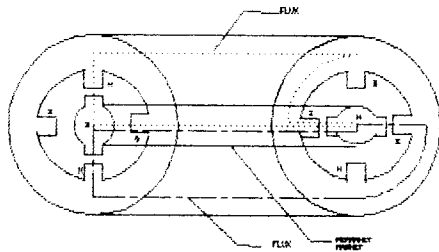
$$\begin{aligned} P_g(1) &= P_g(3) \\ P_g(2) &= P_g(4) \\ P_g(3) &= P_g(1) \\ P_g(4) &= P_g(2) \end{aligned} \quad (2.1)$$



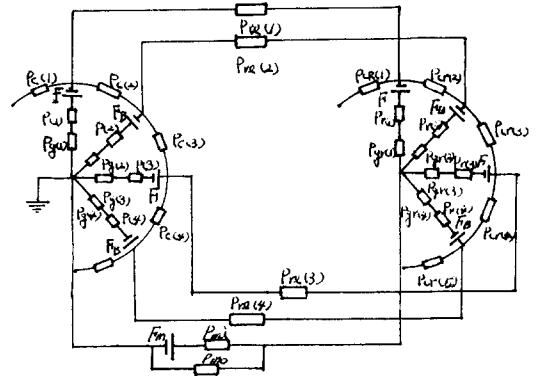
그림(2.1) 하이브리드 스텝 모터의 단면도(1)



그림(2.2) 하이브리드 스텝 모터의 단면도(2)



그림(2.3) 하이브리드 스텝 모터의 주 자속 경로



그림(2.4) 하이브리드 스텝 모터의 등가 회로

### 3. 영구 자석의 등가 자기 회로

영구자석의 동작점은 자화 곡선의 제 2 상한에서 결정된다. 그림(3.1) 에 자화곡선과 부하선이 나타나 있다.

하이브리드 스텝 모터의 부하선의 기울기가 최소일때를 초기 동작점으로 하여 이때의 리코일선의 식을 구하면 그 이후의 동작점은 항상 이 리코일 선을 따라 움직이게 된다. (2, 7,8)

리코일선의 식은 다음과 같이 구한다.

영구자석의 제2 상한에서의 자화곡선의 근사식은 다음과 같다.

$$B = \frac{B_r (H_c - H)}{H_c - a H} \quad (3.1)$$

$$a = \frac{2\sqrt{r} - 1}{r} \quad (3.2)$$

$$r = \frac{B_0 H_0}{B_r H_c} \quad (3.3)$$

- $B_r$  : 잔류 자속 밀도
- $H_c$  : 보자력
- $B_0$  : BH가 최대일때의 B 값
- $H_0$  : BH가 최대일때의 H 값

그리고 리코일선의 기울기는 자화곡선의  $H = 0$  일때의 접선의 기울기에 근사하므로 다음과 같다.

$$\left. \frac{dB}{dH} \right|_{H=0} = \frac{B_r (a - 1)}{H_c} \quad (3.4)$$

다음으로 부하선의 기울기는 그림(3.2)의 근사 모델을 이용하여 구하면 다음과 같다.(9)

$$B = - \frac{l_m H}{A_m} P_{gap} \quad (3.5)$$

$P_{gap}$  : 외부 퍼미언스  
 $l_m$  : 영구 자석의 길이  
 $A_m$  : 영구 자석의 단면적

여기서  $P_{gap}$ 는 공극의 퍼미언스와 누설 퍼미언스의 합이다.

$$P_{gap} = P_g + P_{mo} \quad (3.6)$$

$P_{mo}$ 는 다음과 같다.

$$P_{mo} = \frac{\mu_0 \pi (D_{si}^2 - D_{ro}^2)}{4 l_m} \quad (3.7)$$

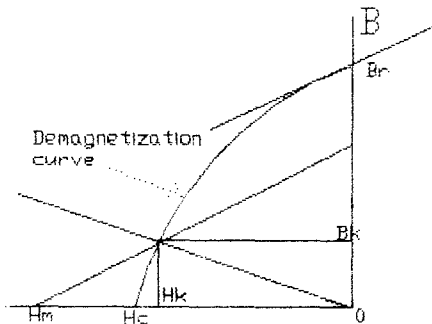
$D_{si}$  : 고정자 내부 지름  
 $D_{ro}$  : 회전자 외부 지름  
 $\mu_0$  : 공기중의 투자율

앞에서 구한 식(3.1), (3.4), (3.5)를 이용하여 리코일선의 식을 구하고 자속과 기자력으로 표시하면 다음과 같다.

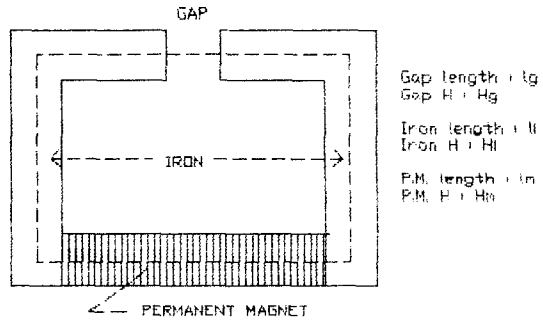
$$\phi = \frac{\phi_r}{F_e} (a - 1)(F - F_m) \quad (3.8)$$

$$F_m = - \left( \frac{\phi_r}{\phi_r} \right) (F_c / (a-1)) + F_k \quad (3.9)$$

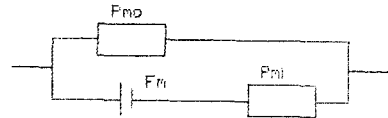
유도된 식에 대한 영구 자석의 등가 회로는 그림(3.3)와 같다.



그림(3.1) 영구 자석의 자화 곡선



그림(3.2) 모터의 근사 모델



그림(3.3) 영구 자석의 등가 회로

#### 4. 철심부와 구간 선형 방정식

그림(4.1)은 일반적인 철의 B-H 곡선을 나타내고 있다. 이 비선형 곡선은 구간별로 선형화시켜 구간 선형 함수로 나타낼 수 있다.(3)

그림(4.1)의 곡선에 대한 구간 선형 함수는 다음과 같다.

$$H = a + bB + \sum_{i=1}^p c_i (B - B_i) \quad (4.1)$$

$$b = 0.5 (m_0 + m_p)$$

$$c = 0.5 (m_i - m_{i-1}), i=1,2,3,\dots,p$$

$$a = f(0) - \sum_{i=1}^p c_i \text{abs}(x_i) = 0$$

$B$  : 자속 밀도

$H$  : 자계의 세기

$m_i$  : 각각의 구간에서의 기울기

$B_i$  : 각각의 구간을 잇는 점

여기서  $p$ 는 요구되는 정밀도에 의하여 결정된다.  $\phi = BS$ 와  $F = Hl$ 를 이용하여 식(4.1)을 다시 쓰면 다음과 같다.

$$F = [ m_0 \phi + \sum_{i=1}^p c_i \text{abs}(\phi - \phi_i) ] l/s \quad (4.2)$$

$S$  : 철의 단면적

$l$  : 철의 길이

$F$  : 기자력

$\phi$  : 자속

철의 B-H 곡선은 식(4.2)로 표현된다. 그리고 그림(4.2)가 스텝 모터의 주 자속 경로에 대한 등가 회로 모델이다. 이회로의 공극을 통해

는 자속을 구하기 위한 식을 쓰면 다음과 같다.

$$F_m + 2F - \{ F_m R_{mi} / (R_{mi} + R_{mo}) \} =$$

$$\{ R_{mi} + R_g(i) + R_{gr}(i) - (R_{mi}^2 / (R_{mi} + R_{mo})) \} \phi$$

$$+ (2B_p + B_c + B_y) \phi + 2 \sum_{i=1}^p C_{pi} \text{abs}(\phi - \phi_i)$$

$$+ \sum_{i=1}^p C_{ci} \text{abs}(\phi - \phi_i) + \sum_{i=1}^p C_{yi} \text{abs}(\phi - \phi_i) \quad (4.3)$$

$$B_p = l_p / S_p \quad m, \quad B_c = l_c / S_c \quad m,$$

$$B_y = l_y / S_y \quad m, \quad C_{pi} = l_p / S_p \quad c,$$

$$C_{ci} = l_c / S_c \quad c, \quad C_{yi} = l_y / S_y \quad c$$

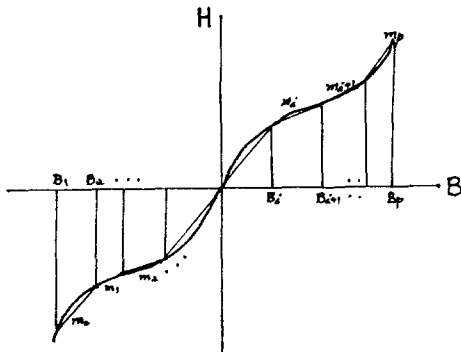
여기서 S와 l는 철의 단면적과 길이를 나타내고 첨자 p, c, y는 극, 코어, 요크를 의미한다. 그리고 R<sub>mi</sub>, R<sub>mo</sub>, R<sub>g</sub>는 페리언스의 역수인 자기저항을 의미한다.

식(4.3)이 주 자속 경로에 대한 구간 선형 방정식이다. 그림(2.4)의 등가 회로를 주 자속 경로별로 나누어 생각하면 4개의 경로가 나타나게 되며 이들을 각각 같은 방법으로 구하여 표준 구간 선형 방정식으로 나타내면 그 형태는 다음과 같다.

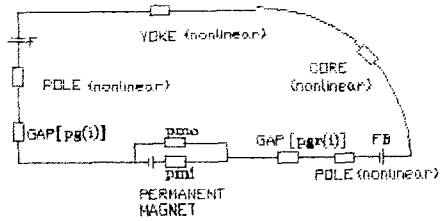
$$f(x) = a + Bx + C \text{abs}(D^T x - e) = y_0 \quad (4.4)$$

- a = 0
- B : n x n 행렬
- C : n x p 행렬
- D : n x p 행렬
- e : p 벡터
- n = 4
- p : 정확도에 의하여 결정되는 상수

위 방정식은 nondegeneracy 이고 norm-coercive 이므로 Katzenelson 알고리즘을 이용하여 해석할 수 있다.



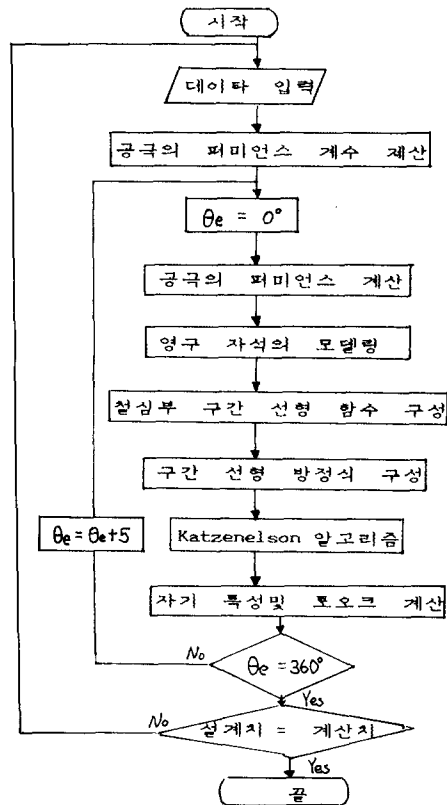
그림(4.1) 철심부의 B-H 곡선과 구간 선형



그림(4.2) 주 자속 경로의 등가 회로

### 5. CAD 프로그램의 구성

프로그램의 흐름 선도는 그림(5.1)에 나타나 있으며 IBM-PC 및 그 호환 기종에서 수행가능하도록 RM-FORTRAN 을 사용하였다



그림(5.1) 프로그램의 흐름 선도

데이터의 입력은 데이터 파일을 이용하였으며 공극의 페리언스는 푸리에 급수로 전개하여 외전자의 위치에 따라 페리언스를 계산한다.

영구자석은 외부 페리언스가 최소부 때를 초기 동작점으로 하여 이때 정해진 리코일선만을 따라 동작점이 움직이도록 등가 회로를 구성하였다. 그리고 철심부의 구간 선형 함수와 전채 구간 선형 방정식은 B-H 데이터 파일과 구간의 갯수를 입력으로 하여 프로그램 상에서 자

동적으로 구성되게 되며 이는 Katzenelson 알고리즘에 의하여 해석 된다.

이 결과로서 영구 자석과 철심부의 동작점으로 계산하여 각각의 영향을 예측 하고 식(5.1)을 이용하여 정토포크를 0도- 360 도 까지 계산 하였다.

$$T = 0.5 Z_r Z_s \sum_{i=1}^N F_{gi} \frac{d\theta_i}{d\theta_e} \quad (5.1)$$

Z<sub>r</sub>: 회전자의 치수

Z<sub>s</sub>: 고정자 극당 치수

N : 극수

모터의 구조와 자기성질을 변화시켜 가면서 미치는 영향을 고려 모터 설계에 이용 할 수 있다.

## 6. 결 과

프로그램은 스텝 각도가 3.6도인 경우와 스텝 각도가 1.8 도인 두가지의 경우에 대하여 표 1과 표 4의 데이터로서 수행하였다. 그 결과로서 전기각으로 0도부터 360 도까지의 토포크 곡선이 3.6도 스텝 모터의 경우와 1.8도 경우 각각 그림 6.1과 6.2에 나타나 있다.

3.6 도 모터의 공극의 변화에 따른 토포크의 변화가 표2 에 그리고 스텝각에 따른 변화가 표3 이다.

1.8 도 스텝 모터의 경우는 표5,6 으로 나타 냈다.

### MAJOR MOTOR PARAMETERS

VOLTAGE	: 12.000 (VOLTS)
CURRENT/PHASE	: 0.180 (AMPS)
NO. OF PHASES	: 2
STEP ANGLE	: 3.600 (DEG)

### MAJOR MOTOR DIMENSIONS

DESIRE TORQUE	: 0.061 (N-M)
STATOR POLES	: 4
STACKING FACTOR	: 0.970
STATOR O. D.	: 0.0339 (M)
ROTOR O.D.	: 0.0219 (M)
STACK LENGTH	: 0.00470 (M)
STATOR TOOTH WIDTH	: 0.0012 (M)
ROTOR TOOTH WIDTH	: 0.0005 (M)
AIRGAP LENGTH	: .000060 (M)
STATOR TOOTH/POLE	: 5
STATOR TOOTH HEIGHT	: 0.0007 (M)
ROTOR TOOTH HEIGHT	: 0.0015 (M)
MAGNET LENGTH	: 0.0020 (M)
MAGNET O.D.	: 0.0174 (M)
MAGNET I.D.	: 0.0050 (M)
BR	: 0.98 (WB/M <sup>2</sup> )
HC	: 437676.0 (A/M)
R	: 0.4001
STATOR POLE WIDTH	: 0.0070 (M)
STATOR YOKE WIDTH	: 0.0050 (M)

BETA1	: 1.5000 (RAD)
BETA2	: 1.1000 (RAD)

### 표(6.1) 3.6 도 스텝 모터의 입력 데이터

공극의 길이 (10E-06 M) 토포크(10E-02 N-M)

50	10.7
60	8.89
70	7.58
80	6.61
90	5.85
100	5.24

표(6.2) 3.6 도 스텝 모터의 공극에 따른 최대 토포크( N=300)

스택의 길이 (10E-02 M) 토포크(10E-02 N-M)

0.37	7.58
0.47	8.89
0.56	9.98
0.67	10.9
0.77	11.6

표(6.3) 3.6 도 스텝 모터의 스택에 따른 최대 토포크( N = 300)

### MAJOR MOTOR PARAMETERS

VOLTAGE	: 12.000 (VOLTS)
CURRENT/PHASE	: 1.000 (AMPS)
NO. OF PHASES	: 2
STEP ANGLE	: 1.800 (DEG)

### MAJOR MOTOR DIMENSIONS

DESIRE TORQUE	: 0.100 (N-M)
STATOR POLES	: 8
STACKING FACTOR	: 0.970
STATOR O. D.	: 0.0380 (M)
ROTOR O.D.	: 0.0188 (M)
STACK LENGTH	: 0.00460 (M)
STATOR TOOTH WIDTH	: 0.0006 (M)
ROTOR TOOTH WIDTH	: 0.0004 (M)
AIRGAP LENGTH	: .000060 (M)
STATOR TOOTH/POLE	: 5
STATOR TOOTH HEIGHT	: 0.0006 (M)
ROTOR TOOTH HEIGHT	: 0.0005 (M)
MAGNET LENGTH	: 0.0020 (M)
MAGNET O.D.	: 0.0160 (M)
MAGNET I.D.	: 0.0070 (M)
BR	: 0.98 (WB/M <sup>2</sup> )
HC	: 437676.0 (A/M)
R	: 0.4001
STATOR POLE WIDTH	: 0.0032 (M)
STATOR YOKE WIDTH	: 0.0040 (M)
BETA1	: 1.1000 (RAD)
BETA2	: 1.5000 (RAD)

### 표(6.4) 1.8 도 스텝 모터의 입력 데이터

공극의 길이 (10E-06 M) 토포크( N-M)

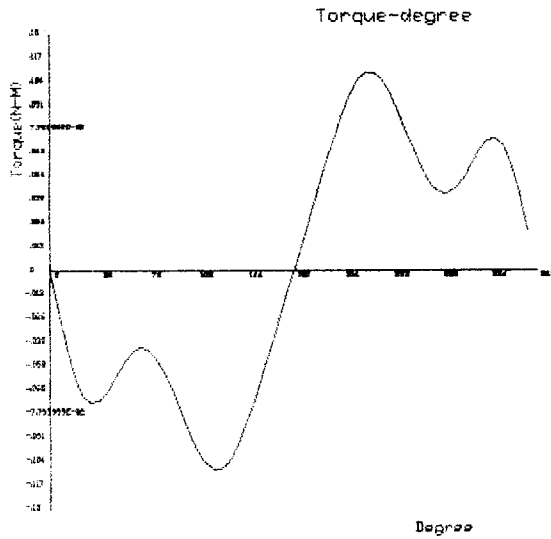
40	0.567
50	0.463
60	0.441
70	0.397
80	0.362

표(6.5) 1.8 도 스텝 모터의 공극에 따른 최대 토포크( N=300)

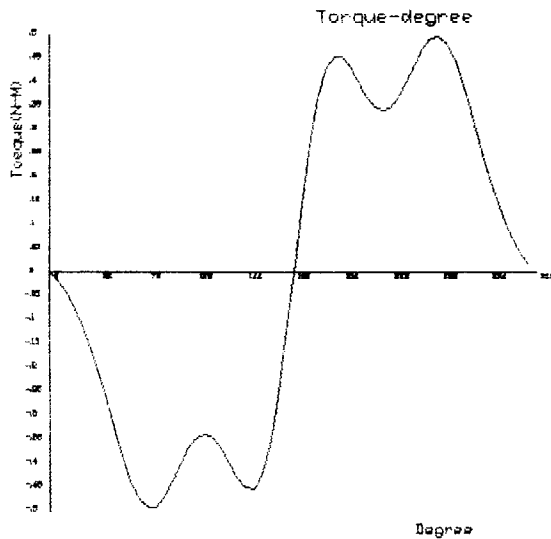
스택의 길이 (10E-02 M) 토포크( N-M)

0.36	0.417
0.46	0.463
0.56	0.439
0.66	0.431
0.76	0.419

표(6.6) 1.8 도 스텝 모터의 스택에 따른 최대 토포크( N=300)



그림(6.1) 3.6 도 스텝 모터의 토크 곡선



그림(6.2) 1.8 도 스텝 모터의 토크 곡선  
6. 결론

프로그램의 수행 결과 모터의 구조와 자기 특성의 변화에 따른 결론은 다음과 같다.

- 1) 공극의 퍼미언스 변화와 이것을 통하는 자속의 변화는 철심부의 비선형에 의하여 비례하지는 않았으나 큰 차이는 나지 않았다.
- 2) 철심부의 동작점을 영구 자석이 동작점을 고려하여 그 길이 또는 길이를 조정함으로써 구간으로 나뉜 철의 B-H 곡선의 한 영역 내에 있도록 하여 철심부가 실제적으로 선형적으로 작동하도록 할 수 있었다.
- 3) 철심부 B-H 곡선의 구간을 24 개로 나누었을 경우 공극의 퍼미언스 변화에 따른 철심부의

동작점은 각각의 주자속 경로에서 3구간을 거의 넘어 서지 않았다.

- 4) 외부 퍼미언스의 변화에 따른 영구자석의 동작점의 변화는 크지 않았다.

이상의 결과로 부터 원하는 특성의 하이브리드 스텝 모터의 설계를 위한 조건을 여러번 수행 하여 모터를 위한 최적 설계를 할 수 있을 것이며 본 논문에서 고려되지 않은 누설 퍼미언스와 온도에 대한 고려가 되어야 할 것이다.

#### 참고 문헌

- 1) 허옥열, 구조적 오차를 갖는 하이브리드 스텝 모터의 정밀도 해석.  
인하대학교 산업과학 기술 연구소 pp25-103, 1987
- 2) B.C.KUO & Y.J.CHEN, "A nonlinear magnetic circuit model and Its application to static holding torque Prediction of Hybrid step motor", IMCSD pp303-314
- 3) Leon O. Chua & Robin L.P Yzng "Canonical Piecewise-linear analysis", IEEE Trans circuit and system vol cad 30 NO 3 pp 125-140 1893
- 4) Leon O Chua, Introduction to nonlinear network theory, McGRAW -HILL pp526-580 1969
- 5) Leon O. Chua and Pen-Min Lin, Computer-aided analysis of electronic circuits Algorithm & computational techniques, Prentice-Hall pp 299-304 1975
- 6) B.C.Kuo and U.Y.Huh, "Permeance model and their application to step motor design", IMCSD pp351-370 1986
- 7) 大川光吉, 永久磁石 磁気回路の設計特性 計算法  
綜合電子ナウチ pp 17~54 1961
- 8) 大川光吉, 特性と設計 永久 磁石回転機,  
綜合電子出版社 pp 1~112 1960
- 9) 전순생, 표준 전자기학, 동명사 pp325-329 1981