

고유함수 전개법에 의한 투과성 방파제에서의 파랑변형에 관한 연구

울산대학교 교수 김 성득

울산대학교 대학원 이 성대*

I. 서 론

항내 정온을 위해서 외해로 부터 끊임없이 밀어 닦치는 파랑을 막사 및 소산해야 하는 기능을 가진 방파제의 설계는 해안공학적 측면에서 매우 중요한 과제가 된다. 최근에는 국토이용의 다양화로서 해면을 이용하는 여러가지 해상설비나 해안방재대책공법의 일환으로서 방파제, 돌체 및 이안제등과 같은 인공 구조물을 많이 설치하고 있는데, 이 같은 구조물의 대부분은 투과성 구조물로서 이는 불투과성 구조물에 비해 다음과 같은 몇 가지 장점이 있다.

- 1) 구조물 내외의 해수교환을 원활히 하여 항내에서의 수질문제를 개선 할수 있다.
- 2) 투과성 구조물은 파랑의 쳐오름을 감소한다.
- 3) 해저의 지반이 약한 경우에 효과적이다.

투과성 구조물에 의한 막사 및 전달파의 특성을 해석하기 위해서는 구조물 내부에서의 파에너지 손실을 규정하는 이론이 확립되어야 한다. 하지만, 투과성 구조물에 작용하는 파랑은 월파효과, 쇄파의 영향 그리고 투과성 구조물 자체의 수리학적(투수계수 K 와 난류감쇄계수 C_f) 및 물리적 성질(공극률 ε) 등에 의해 복잡하게 변화하므로 이를 간단히 설명하기가 쉽지 않다. 따라서 본 연구에서는 투과성 구조물 내에서의 파에너지 손실을 규정하기 위하여 공극내에서의 흐름에 대한 미정상 운동 방정식을 사용하였으며, 이 식은 Lorentz의 등가일의 조건을 이용

하여 선형화하였다. 그리고 선형파 이론을 적용하였으며 구조물에 작각으로 입자한다고 가정하여 계산하였다. 이의 결과는 구조물과 유체의 경계(interface)에서 수평질량 흐름과 압력의 연속조건을 접합하여 해석하였다.

2. 기 본 이론

2.1 무과성 구조물내에서의 운동방정식

무과성 구조물내에서의 유체운동은 침윤속도와 압력으로서 나타낼수 있으며, 구조물 내부의 공극을 일정한 크기로 일정하게 분포한다고 가정한다. 그러면, 이 경우의 비압축성 운동방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial v}{\partial t} = - \frac{1}{\rho} \nabla(p + \gamma z) + \text{마찰력항} \quad (1)$$

여기서, v 는 구조물내 임의점에서의 침윤속도, p 는 압력, t 는 시간, ρ 는 유체의 밀도, γ 는 유체의 단위중량이다.

식(1)의 마찰력을 나타내기 위하여 속도 v 에 비례하는 총류 힘력항, 속도 v 에 비례하는 단류 힘력항 및 $\partial v / \partial t$ 에 비례하는 부가질량항을 이용하면 다음과 같이 된다.(Sutisn, 1985)

$$\frac{\partial v}{\partial t} = - \frac{1}{\rho} \nabla(p + \gamma z) - \frac{\vartheta \varepsilon}{K} v - \frac{C_p \varepsilon^2}{\sqrt{2}} |v| v - \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon} C_m \frac{\partial v}{\partial t} \quad (2)$$

여기서 ϑ 는 동점성계수, ε 는 공극률(porosity), K 는 절대투수계수(absolute permeability), C_m 는 가상질량계수로써 단일의 간단한 형상인 경우는 가지이나 불규칙한 조밀한 경우는 일반적으로 미지이다.

식(2)에서 관성계수 S 를 다음과 같이 정의하면,

$$S = 1 + \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon} C_m \quad (3)$$

운동방정식은 다음과 같이 된다.

$$\mathcal{S} \frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \nabla (p + \gamma z) - \frac{\gamma \epsilon}{K} v - \frac{C_s \epsilon^2}{K^{1/2}} |v| v \quad (4)$$

식(4)에서 비선형 손실 응력항 즉 우변 제2항과 3항을 v 에 대해 선형인 항으로 바꿀수 있다. 즉,

$$-\frac{\gamma \epsilon}{K} v + \frac{C_s \epsilon^2}{K^{1/2}} |v| v \longrightarrow f \sigma v \quad (5)$$

여기서 σ 는 각진동수, f 는 무차원 마찰계수이다.

무차원마찰계수 f 를 구하기 위해, 선형 및 비선형마찰법칙은 한 주기의 파동안에 발생하는 에너지 손실량으로 나타난다는 Lorentz의 등가일의 조건을 도입하면 다음과 같다.

$$f = \frac{1}{\sigma} \frac{\int_{\bar{R}} d\bar{R} \int_t^{t+T} \epsilon^2 \left(\frac{\gamma v^2}{K} + \frac{C_s \cdot \epsilon}{K^{1/2}} |v|^3 \right) dt}{\int_{\bar{R}} d\bar{R} \int_t^{t+T} \epsilon v^2 dt} \quad (6)$$

여기서 T 는 파의 한주기, \bar{R} 은 공극내부 영역, f 는 \bar{R} 내에서는 상수이다. 그러면, 운동방정식은 다음과 같이 된다.

$$\mathcal{S} \frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \nabla (p + \gamma z) - f \sigma v \quad (7)$$

$$\nabla \cdot v = 0 \quad (8)$$

비점성·비회전류인 경우 속도는 속도포텐셜 $\Phi(x, z, t)$ 의 기울기가 되며 유체의 연속성으로부터 본 대상영역의 자비방정식인 Laplace 방정식을 얻는다.

$$\nabla^2 \Phi = 0 \quad (9)$$

그러면, 다음과 같은 전형화된 비정상 Bernoulli 방정식을 얻는다.

$$S \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{1}{2} (\rho + \gamma z) + f \sigma v = 0 \quad (10)$$

2.2 경계치 문제

기본좌표계는 그림 1에 나와 있다. 다음을 가정한다.

- (1) 구형 투과성 구조물의 제체는 기지의 물리적 성질 (γ)과 수리학적 성질 (κ , C_f)를 가진다.
- (2) 구조물 외부 영역에서는 수심이 일정하다.
- (3) 해저는 불투과성이다.
- (4) 미소진폭파가 구조물에 직각으로 입자한다.
- (5) 파방의 진폭(a)과 내부 공극의 크기는 수심과 파장에 의해 미소하다.
- (6) 유체는 비점성, 비압축성이다.

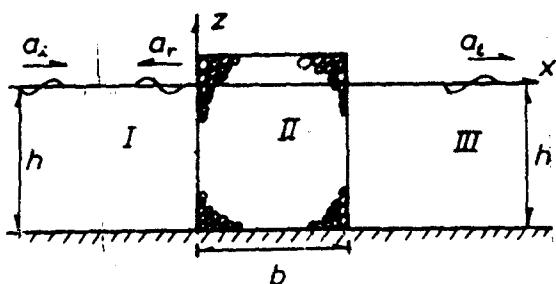


그림 1. 기본 좌표계

상기 한 가정에 의해, Bernoulli 방정식에 역학적 자유수면조건(DFSBC)과 운동학적 자유수면조건(KFSBC)를 적용하여 합성하면 다음과 같은 자유수면조건을 얻는다.

$$g \frac{\partial \phi}{\partial z} + \sigma^2 (if - s) \phi = 0 \quad (11)$$

그리고, 해저상에서

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = 0 \quad (12)$$

가 되고 이 두 경계조건은 Laplace 방정식을 만족해야 한다.

식(9), (11), (12)는 Sturm-Liouville 문제로서 변수분리법에 의해 풀려진다. 이의 일반해는 다음과 같다.

$$\Phi_m = i (a_{1m} e^{-ik_n x} + a_{2m} e^{ik_n x}) \frac{z}{\sigma(s - \lambda_f)} \frac{\cos k_n (n + z)}{\cosh k_n h} \quad (13)$$

$$\text{여기서, } \sigma^2 (s - \lambda_f) = g k_n \tanh k_n h \quad (14)$$

식(14)는 투파성 재체 내부에서의 고유치 k_n 을 규정하는 특성식이 된다. 각 고유치 k_n 에 대해 임의 상수 a_{1m}, a_{2m} 에 대한 고유함수 Φ_m 이 존재하며, 각각의 고유함수는 경계치 문제에서 한 개의 해가 된다. 이론적으로는 무한개의 고유함수가 존재하지만 실제로는 유한개의 고유함수만으로도 충분한 정도를 얻을 수 있다.

전체해는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\phi = \sum_{m=1}^{\infty} \Phi_m \quad (15)$$

그림 1에서 각 영역에 대한 해는 다음과 같다.

영역 I에서,

$$\begin{aligned}\dot{\Phi}_z &= \dot{\Phi}_i + \dot{\Phi}_{ir} \\ &= \frac{i g a_i}{\sigma} e^{-ik_r x} \frac{\cosh k_r(h+z)}{\sinh k_r h} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{i g a_m}{\sigma} e^{ik_n x} \frac{\cosh k_n(h+z)}{\sinh k_n h} \quad (16)\end{aligned}$$

영역 II에서,

$$\begin{aligned}\dot{\Phi}_z &= \sum_{m=1}^{\infty} \dot{\Phi}_m \\ &= \frac{i g}{\sigma(s-i\epsilon)} (a_m e^{-ik_r x} + a_{mr} e^{ik_r(x-h)}) \frac{\cosh k_r(h+z)}{\sinh k_r h} \quad (17)\end{aligned}$$

영역 III에서,

$$\begin{aligned}\dot{\Phi}_z &= \sum_{n=1}^{\infty} \dot{\Phi}_{zn} \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{i g a_{zn}}{\sigma} e^{-ik_n(x-b)} \frac{\cosh k_n(h+z)}{\sinh k_n h} \quad (18)\end{aligned}$$

그리고, 각 영역에 일접한 곳방에서의 해는 영역 사이의 경계에서 연속이 되어야 하므로, $x = 0$, $x = b$ 에서 다음과 같은 압력과 수동 질량속의 연속조건이 요구된다.

$$x = 0 \text{에서 } \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \dot{\Phi}_z}{\partial x} = \varepsilon \frac{\partial \dot{\Phi}_z}{\partial x} \\ \dot{\Phi}_z = (s - i\epsilon) \dot{\Phi}_z \end{array} \right. \quad (19)$$

$$\dot{\Phi}_z = (s - i\epsilon) \dot{\Phi}_z \quad (20)$$

$$x = b \text{에서 } \left\{ \begin{array}{l} \varepsilon \frac{\partial \dot{\Phi}_z}{\partial x} = \frac{\partial \dot{\Phi}_z}{\partial x} \\ (s - i\epsilon) \dot{\Phi}_z = \dot{\Phi}_z \end{array} \right. \quad (21)$$

$$(s - i\epsilon) \dot{\Phi}_z = \dot{\Phi}_z \quad (22)$$

식(19) ~ (22)에 식(16) ~ (19)를 대입하여 정리하고 고유함수의 적교 성질을 이용하여 해자에서, 주면까지 적분하면 반사 및 전달계수를 얻는다.

3. 계 산 및 결 과

구형 투과성 구조물에 사용된 재료의 수리학적 성질 (투수계수 K 와 난류감쇄계수 C_f) 과 물리적 성질 (공극률 ε) 은 Sulisz (1985) 와 Sollitt 등(1972) 에 의해 실험적으로 구한 결과를 사용하였는데 이를 결과는 표 1에 나타내었다.

표 1. Physical and Hydraulic Properties of the Medium

No.	등가 직경 d (m)	공극률 ε	투수계수 K (m^2)	난류감쇄계수 C_f
1	0.034	0.434	4.478×10^{-5}	0.282
2	0.025	0.442	1.923×10^{-5}	0.270
3	0.019	0.439	1.057×10^{-5}	0.295
4	0.012	0.468	0.919×10^{-5}	0.387

가상질량계수 C_H 는 실제는 미지이나 여기서는 0 으로 두었으며, 관성 계수 S 는 1 이라 가정하였다.

상기한 성질을 이용하여 그림 1 과 같은 구조물 폭 b , 수심 h 의 구형 잠기한 잠재에 적용하였으며 b 에 대한 h 의 비 (b/h) 가 각각 0.5, 1.5, 2.5 인 경우에 대한 파랑의 반사계수 및 전달계수를 무차원 파수 (그림 2(a), (b), (c)) 와 파형경사의 합수 (그림 3(a), (b), (c)) 에 대해 각각 도시하였다. 또 다른 예로서, 그림 4 와 같은 일정수심 h 의 해저에 저면의 폭 b 의 비 (b/h) 가 1.4 이고 잠재의 높이 d 가 0.6 h 인 투과성 잠재에 적용하였다. 이 경우 표 1 의 3 번 쇄석을 사용하여 해석한 경우 무차원 파수 kh 에 대한 파랑의 반사 및 전달계수를 파형경사 0.005, 0.04 인 경우에 그림 5(a), (b) 에 각각 도시하였다.

4. 결 론

본 연구에서는 투과성 구조물에 작용하는 파랑의 반자 및 전달 특성을 고유함수 해석법에 의해 해석하였다.

여기서는 비록 구형 부과성 구조물인 경우로 한정하였으나 임의 형상의 구조물에 작용하기 위해선 주의해석에 의한 방법외에는 없다.

그리고 이를의 결과를 검증하기 위한 실험적 연구도 아울러 병행되어야 하는데, 이를에 관해서는 현재 진행중이며, 차후 결과를 발표할 예정이다.

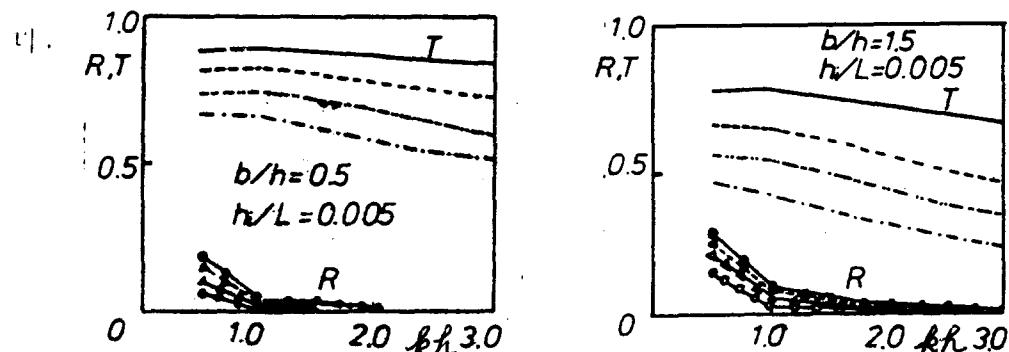


그림 2. 무차원파수에 대한 파랑의 반자 및 전달계수($kh = 0.5$)

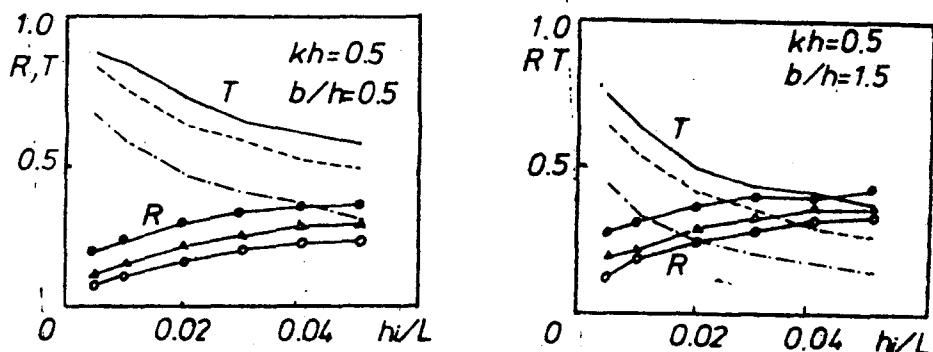


그림 3. 파장비에 대한 파랑의 반자 및 전달계수($hi/L = 0.005$)

- | | |
|------------------------------|---|
| $\text{---}, \circ$ | \circ : 표 1의 1번자석의 전달 및 반자계수 |
| $\text{---}, \Delta$ | Δ : 표 1의 2번자석의 전달 및 반자계수 |
| $\text{---}, \blacktriangle$ | \blacktriangle : 표 1의 3번자석의 전달 및 반자계수 |
| $\text{---}, \bullet$ | \bullet : 표 1의 4번자석의 전달 및 반자계수 |