

하천유량의 모의발생에 관한 연구

성균관대학교 교수 김치홍
한국수자원공사 연구원 오민환
인덕공업전문대학 조교수 윤여송

1. 연구목적 및 방법

수자원의 효율적 관리와 각종 수공구조물 설계 및 운영을 위해서 유량의 장기예측은 절대적으로 필요하다. 특히 갈수 보급 및 용수조절을 하며, 전력계통의 첨두부하를 분담, 경제성 있는 발전을 하기위한 다목적댐 저수지의 운영을 위해서 장기유량 시계열을 예측하는것은 필요하다.

그러나 우리나라의 경우 실측된 유량기록은 매우 단기간의 것으로 장기유량 시계열의 특성을 충분히 반영하고 있지 못하고 있다. 따라서 추계학적 이론에 의하여 가용한 짧은 유량기록의 통계적 특성을 유지하는 장기유량 시계열을 발생하는 연구가 많이 행하여져왔다.

수문시계열의 지속성 여부를 조사하여 지속성이 없는 경우에는 Monte-Carlo 방법이 적합하고, 자료계열이 지속성이 있는 경우에는 AR model, MA model, ARIMA model등이 적당하다는것이 알려져 왔다.

본 연구에서는 Monte-Carlo 방법, Thomas-Fiering 방법 및 Fourier 방법을 적용 월별유출량을 모의발생하여 가장 적합한

방법을 채택한 후 그의 예측정도를 보완 하였다.

소양강의 14년(1973-1986)의 실측 DATA 를 각각 7년씩 반으로 나누어 전반기 7년(1973-1979) DATA 를 Training DATA 로 하였다.

Monte-Carlo, Thomas-Fiering, Fourier 급수 등의 3가지 방법을 적용, 7년의 유량시계열을 모의발생하여 실측치 후반기 7년(1980-1986) DATA 와 비교하여 그중 가장 적합한 모의발생 유량시계열을 선정하였다.

실측치와 모의발생된 유량값과의 오차를 최소자승법을 이용하여 계수를 산정, 기존의 예측방법을 보완하여 예측오차가 가장 적은 유량시계열을 발생 시킬수 있는데 연구의 주안점을 두었다.

2. 이론적 배경

1) Monte Carlo 모형

이 방법은 DATA 의 시계열이 지속성을 갖지 못하는 경우에 적합한 것으로 알려져 있으며 DATA 의 적정 확률 분포형을 갖는 난수를 발생시키는 방법으로 적합한 분포형을 구하여 이 분포함수의 식에 $N(0,1)$ 인 정규분포의 난수를 대입해서 이 분포형을 이루고 기록치와 일치하는 통계치를 갖는 난수를 발생시키면 곧 구하고자 하는 변량, 즉 모의발생 자료가 되는 것이다.

Monte-Carlo 모형에서 이용되는 난수발생은 Box and Muller 방법과 Central limit Theorem 에 의한 방법이 있다.

Central Limit Theorem 에 의한 정규난수를 발생하는 식은 다음과 같다.

$$Y = \sum_{i=1}^{12} X_i - 6 \quad \text{-----} \quad (1)$$

Box and Muller 의 방법은 균등분포 $U(0,1)$ 을 발생시켜 X_i, X_{i+1} 라 하고 다음식에 의해 계산한다.

$$Z_{i+1} = \sqrt{\ln\left(\frac{1}{X_i}\right)^2} \cdot \sin(2\pi \cdot X_{i+1}) \quad \text{-----} \quad (2)$$

$$Z_i = \sqrt{\ln\left(\frac{1}{X_i}\right)^2} \cdot \cos(2\pi \cdot X_{i+1}) \quad \text{-----} \quad (3)$$

여기서 Z_i, Z_{i+1} 은 $N(0,1)$ 즉 표준정규난수이다.
Monte Carlo 의 일반식.

1) 정규분포인 경우

$$Y_i = \bar{y} + S_y Z_i \quad \text{-----} \quad (4)$$

2) 대수 정규분포인 경우

$$Y_i = \exp(\bar{y} + S_y Z_i) \quad \text{-----} \quad (5)$$

3) 2변수 Gamma 분포인 경우

$$Y_i = \bar{y} + S_y \xi_i \quad \text{-----} \quad (6)$$

$$\xi_i = \frac{2}{g_\xi} \left(1 + \frac{g_\xi}{6} Z_i - \frac{g_\xi}{36} Z_i^3\right)^3 - \frac{2}{g_\xi} \quad \text{-----} \quad (7)$$

$$g_\xi = \frac{1 - \tau_i^3}{(1 - \tau_i^2)^{3/2}} \cdot g_y \quad \text{-----} \quad (8)$$

$$g_y = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^4}{\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2\right)^2} \quad \text{-----} \quad (9)$$

X_i : 實測 時系列

g_y : 주어진 時系列의 歪曲度 係數

g_ξ : Gamma 函數의 歪曲度 係數

τ_i : 주어진 時系列의 1次 系列相關 係數

Z_i : 正規亂數

2) Thomas-Fiering 모형

Thomas - Fiering 모형은 1차 Markov 형의 모형으로서 가장 일반적인 다계절 모형이다.

12개월의 가용유량 자료에서 j 월의 유량이 (j + 1) 월의 유량과 회귀분석 되어 12개의 선형회귀 방정식을 포함하며 모의발생 방정식은 다음과 같다.

$$Q_{ij} = \bar{Q}_{ij} + r_j \frac{S_j}{S_{j-1}} (Q_{i,j-1} - \bar{Q}_{j-1}) + Z_{ij} S_j \sqrt{1-r_j^2} \quad \text{--- (10)}$$

- Q_{ij} ; i년 j월의 模擬發生 流量
- \bar{Q}_j ; j月 平均流量
- r_j ; j月 (j-1)月 流量間의 系列相關係數
- Z_{ij} ; 平均值가 0이고 分散이 1인 標準正規亂數
- $S_j S_{j-1}$; j月 (j-1)月 流量의 標準偏差

모의발생 월유량은 적합한 분포형을 결정한 후 다음 식들에 의해 표본 월유량의 평균 표준편차 및 계절상관계수를 알아냄으로써 (10)식을 얻을 수 있다.

$$\bar{Q}_j = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n Q_{ij} \quad \text{--- (11)}$$

$$S_j = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^n (Q_{ij} - \bar{Q}_j)^2} \quad \text{--- (12)}$$

$$r_j = \frac{\sum_{i=1}^n (Q_{ij} - \bar{Q}_j) (Q_{i,j+1} - \bar{Q}_{j+1})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (Q_{ij} - \bar{Q}_j)^2 \sum_{i=1}^n (Q_{i,j+1} - \bar{Q}_{j+1})^2}} \quad \text{--- (13)}$$

3) Fourier Series.

시계열도의 개략적인 경향은 이동평균에 의해 알게 되나 이것을 보다 양적으로 표시하고자 할때에는 약간 문제가 있다.

그래서 시간 t 의 임의의 함수 $\phi_j(t)$ ($j = 1, 2, \dots$) 에 의해 DATA 를 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$X(t) = \alpha_0 \psi_0(t) + \alpha_1 \psi_1(t) + \dots + \alpha_p \psi_p(t) + \varepsilon(t) \quad \text{--- (14)}$$

여기서 $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p$ 는 t 에 무관한 상수이고 (t) 의 통계적 성질은 시각 t 에 대하여 무관계로 한다.

지금 시계열을 식 (14) 에서 표시하는 것으로 하면 $\psi_j(t)$ 에 Sine 함수이든가 Cosine 함수를 생각하면 Fourier 급수로 전개할 수 있다. 보다 간단히 하기 위해서 N 을 짝수로 하여

$$X_j = \frac{A_0}{2} + \sum_{k=1}^{N/2-1} \left\{ A_k \cos \frac{2\pi}{N} k(j-1) + B_k \sin \frac{2\pi}{N} k(j-1) \right\} + \frac{A_{N/2}}{2} \cos 2\pi(j-1) \quad \text{--- (15)}$$

식 (15) 의 계수 $A_0, A_1, A_2, \dots, A_{N/2}, B_1, B_2, \dots, B_{N/2-1}$ 은 최소자승법을 써서 결정한다.

$$A_k = \frac{2}{N} \sum_{j=1}^N X_j \cos \frac{2\pi}{N} k(j-1) \quad (k=0, 1, \dots, \frac{N}{2}) \quad \text{--- (16)}$$

$$B_k = \frac{2}{N} \sum_{j=1}^N X_j \sin \frac{2\pi}{N} k(j-1) \quad (k=1, 2, \dots, \frac{N}{2}-1) \quad \text{--- (17)}$$

3. 유량자료의 모의발생 결과 및 분석

본 연구에 사용한 자료는 소양강댐 상류의 월별 유입량 실측 자료 14년치(1973-1986) DATA 를 사용하였다.

7년치(1973-1979년) DATA 를 Training DATA 로 하여 월별 유량을 3개로 모의발생 하였다.

모의발생된 월별유량의 결과는 다음 그림과 같다.

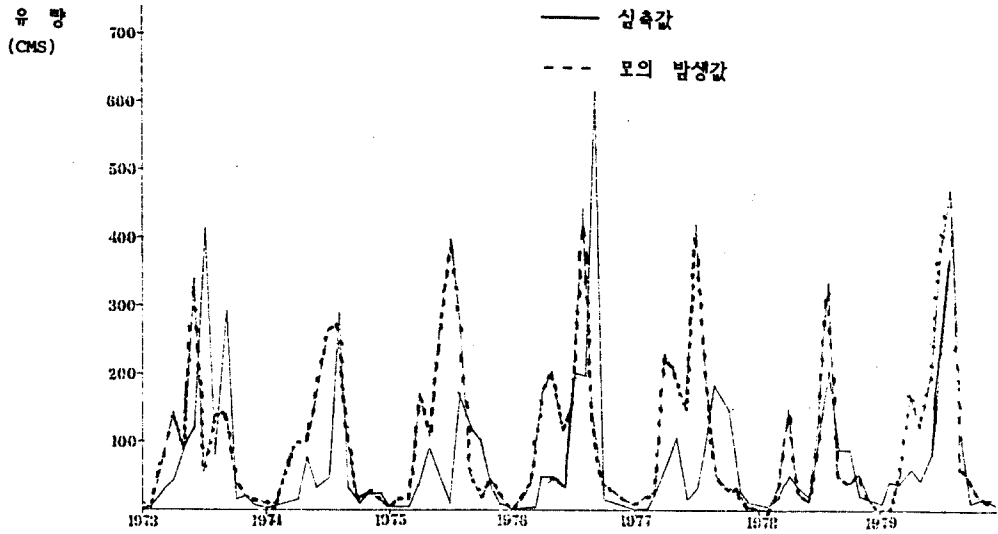


그림 1. Monte-Carlo 방법에 의한 결과

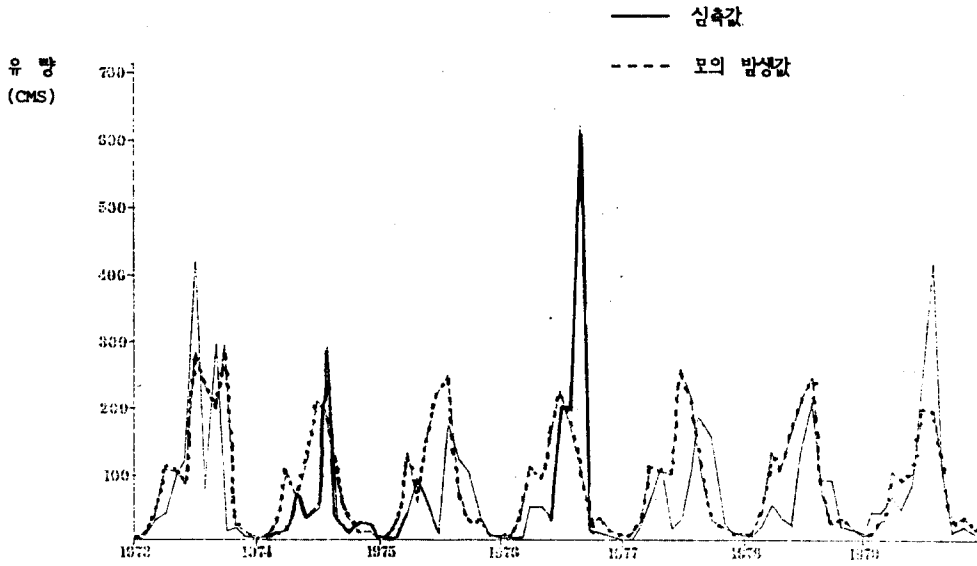


그림 2. Thomas-Fiering 방법에 의한 결과

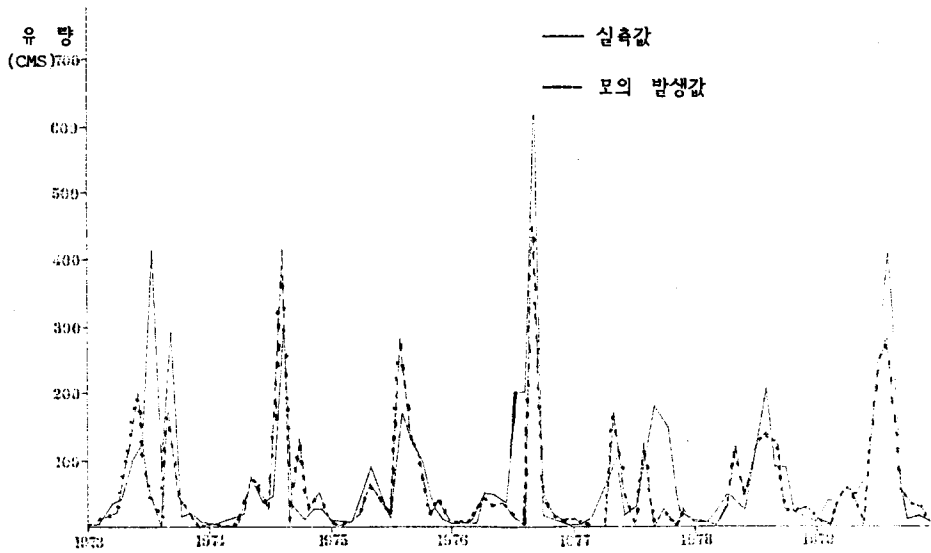


그림 3. Fourier 방법에 의한 결과

모의발생된 자료의 중요한 성질중의 하나는 기록치의 통계적 특성치가 잘 보존되어 있는가의 평가이다.

표(1) - 표(2)에서 모의발생 자료와 관측치와의 평균값과 표준편차를 비교하였다.

	1 월	2 월	3 월	4 월	5 월	6 월	7 월	8 월	9 월	10 월	11 월	12 월
실측치	5.4	9.4	25.2	56.0	64.2	45.1	174.2	200.3	202.1	45.3	18.5	11.2
Thomas-F	6.7	8.7	32.9	115.4	89.3	124.5	227.3	211.3	84.2	25.0	27.7	13.5
Monte-C	6.82	10	45.1	140.2	122.2	187.5	260.4	265.2	87.5	33.5	33.06	14.7
Fourier	4.76	5.12	22.7	90.6	63.16	63.1	172.7	159.56	64.89	20.43	25.72	11.07

표 1. 평균값의 비교

	1 월	2 월	3 월	4 월	5 월	6 월	7 월	8 월	9 월	10 월	11 월	12 월
실측치	2.7	13.0	11.7	19.96	25.8	37.7	118.9	109.8	185.16	50.5	6.49	7.2
Thomas-F	0.5	1.4	5.8	10.8	18.2	32.6	28.3	26.5	11.8	2.3	5.1	2.2
Monte-C	3.5	7.5	21.1	35.9	59.5	95.9	135.0	112.2	39.13	10.4	13.3	3.5
Fourier	2.51	5.2	6.1	44.70	61.00	74.73	149	37.44	20.43	9.52	16.36	2.75

표 2. 표준편차의 비교

Monte-Carlo 의 경우 소양강 전 월의 분포는 2변수 감마 분포의 경향을 갖고 있는 것으로 나타났으며 그의 분포에 따라 유량을 모의발생한 결과 3가지 값중 평균값이 큰것으로 나타났으며 월별의 예측유량도 큰 차를 보이고 있다.

Thomas-Fiering 방법의 경우 7년연속 월별 예측유량이 실제의 경우와 비슷한 형태의 주기로써 나타내어지고 있다. 그러나 평균값에 있어서는 Fourier 의 모의발생 유량보다 다소 큰 값을 발생하였다.

Fourier 급수 방법으로 예측한 모의발생유량은 실측지의 평균값과 가장 접근하고 있으며 전 유량시계열의 주기성도 잘 표현되었고 각월의 유출 특성도 잘 반영하고 있다.

따라서 3가지 방법중 Fourier 의 방법이 가장 적합한 것으로 판정되었으며 그의 모의발생 유량과 실측유량(1980-1986)과의 관계를 조사하여 더욱 정확한 예측값을 갖도록 하였다. 즉 각월의 실측유량과 Fourier 방법으로 모의발생된 유량을 최소자승법을 이용하여 각월의 회귀계수를 산정하였다.

산정된 각월별 Fourier 계수 및 회귀계수는 다음과 같다.

	1 월	2 월	3 월	4 월	5 월	6 월	7 월	8 월	9 월	10 월	11 월	12 월
A	3.66	10.65	23.79	60.39	49.93	29.38	253.54	171.19	313.25	125.07	16.50	0.78
B	0.36	-0.22	0.061	-0.004	0.223	0.241	-0.448	0.176	-1.756	-3.902	0.077	0.39

표 3. 회귀계수

	1 월	2 월	3 월	4 월	5 월	6 월	7 월	8 월	9 월	10 월	11 월	12 월
A(0)	9.6	13.88	49.31	195.4	118.07	159.28	332.85	367.82	128.05	32.60	35.85	16.74
A(1)	0.02	-0.56	-12.58	-6.16	34.68	-53.15	40.40	-48.06	35.19	-0.29	-2.44	-3.25
A(2)	0.01	-3.54	-8.13	13.21	12.56	-10.64	11.41	-73.14	-2.03	3.46	3.02	1.74
A(3)	1.95	5.36	9.96	0.85	41.95	27.16	-113.95	73.99	-25.38	-1.67	-11.61	1.16
A(4)	1.95	5.36	9.96	0.85	41.95	27.16	-113.95	73.99	-25.38	-1.67	-11.61	1.16
A(5)	0.01	-3.54	-8.13	13.21	17.56	-10.64	11.41	-73.14	-2.03	3.46	3.02	1.74
B(1)	-1.34	-0.49	-4.41	-27.98	-12.49	-77.15	0.81	7.04	15.06	0.29	11.03	2.71
B(2)	1.68	1.97	11.15	-22.13	4.22	72.84	82.17	11.16	10.51	6.39	10.63	0.78
B(3)	-0.56	-0.33	-9.39	34.81	26.84	-2.07	1.84	-95.06	-11.60	-7.40	0.94	-1.14
B(4)	0.56	0.33	9.39	-34.81	-26.84	2.07	-1.84	95.06	11.65	7.40	-0.94	1.14

표 4. Fourier계수

위의 회귀계수를 이용하여 다음식으로 실측에 더욱 가까운
유량을 모의발생 할 수 있다.

$$Y_i = a + b X_i \quad \text{-----} \quad (18)$$

a, b : 회귀계수

X_i : Fourier급수법으로 구해진 각월
의 모의발생된 유량.

Y_i : 2차로 모의발생된 유량

4. 결 론

- 1) 소양강의 각월별 유량분포는 전 월이 2변수 감마분포가 적합한 것으로 나타났으며 3가지 방법으로 월별유량을 모의발생한 결과 Fourier 급수방법이 가장 적합하였다.

Thomas fiering 방법은 비교적 월별 유량시계열의 주기 특성을 잘 나타내었으나 Fourier 급수방법 보다는 예측도가 떨어졌으며, Monte-Carlo 방법은 월별유출량 모의발생에는 다소 적합치 않음이 나타났다.

- 2) Fourier 의 방법으로 구한 예측값에 산정된 회귀계수를 이용하면 월별유출량 모의발생에서 더욱 향상된 결과를 얻을 수 있다.

- 3) 소양강 유역의 Fourier 계수와 회귀계수를 산정하는데 있어서 있어서 차후 실측 기록이 많아지면 더욱 좋은 결과를 얻을 수 있을 것이며 또한 소양강 이외의 다른 다목적댐 지역에 이 방법을 적용하여 비교검토 한다면 보다 유익한 결과를 얻을 수 있을 것이다.