

非線型 多重減少模型 開發

(Development of Nonlinear Multiple Recession Model)

한국건설기술연구원 선임연구원 金 勝

ABSTRACT

A generalized hydrograph equation was derived by using the well known concepts of superimposition and nonlinear multiple recessions. Application of the equation showed that characteristics of delay and attenuation of the runoff process were effectively accounted for.

要 旨

單位流量圖에서의 중첩개념과 非線型性 減少曲線개념을 토대로 하여 非線型 水文曲線일반식을 도출하였다. 도출한 식을 적용한 결과 유출현상의 특징인 遲滯와 減衰性を 효과적으로 고려할 수 있었다.

1. 서 론

현재 널리 사용되고 있는 確定論的 水文模型에서는 많은 갯수의 변수가 流出현상에 나타나는 遲滯(delay)와 減衰(attenuation)특성을 표시하기 위하여 필요하다. 이렇게 많은 갯수의 변수를 사용할 수 밖에 없는 이유중의 하나는 현실적으

로 사용가능한 수문곡선식으로서 線型(linear) 또는 准線型(quasi-linear)식이 고작이기 때문이다. 따라서 대개 非線型특성을 가진 홍수流出을 나타내기 위하여는 여러개의 가정된 線型過程(예를들면 地表面流出, 地表下流出, 地下水流出 등)을 도입하여 여러개의 요소로 유출을 산정한 후 다시 합하는 방법이 쓰이는 수 밖에 없는 실정이다. 결과적으로 이렇게 유출의 요소를 분리하고 합하는 과정때문에 유출에 관한 가정을 실험적인 증명없이 무리하게 도입할 수 밖에 없었고, 과거유출기록과 모형의 결과를 일치시키기 위하여 수많은 변수를 도입하여 사용해오고 있다고 할 수 있다.

이와같이 고도로 세분화된 현재의 確定論的 水文模型은 위에서 언급한대로 임의적인 '유출의 분리와 통합'을 토대로 한 모형구조 때문에 충분한 갯수의 변수를 채용해야 하는 치명적인 약점을 갖고 있다. Klemes(1983)는 이러한 確定論的인 模型이 항상 과거기록에 아주 가깝게 일치하는 simulation을 보여주는 것은 당연하며, 이유는 이러한 모형들이 高次元 多項(a high-degree polynomial) 회귀곡선식과 크게 다른 바가 없기 때문이라고 지적하였다. 그러므로 본고에서는 위에서 나열한 현재 水文模型의 취약점을 보완하기 위한 시도로서 여러개의 非線型 減少曲線(nonlinear recession curve)을 가진 순간수문곡선(instantaneous hydrograph)을 중첩시킴으로써 하나의 일반화된 수문곡선식을 도출하고, 이를 이용하여 確定論的 水文模型의 구조를 간단하게 할 수 있음을 simulation을 통하여 제시하고자 한다.

2. 非線型 多重減少模型 開發

流出은 減少曲線에 따라서 대개는 세개의 다른 요소(地表面流出, 中間流出 또는 地表下流出, 地下水流出)로서 분리 인식되어 왔다. (그림 1)

이와 유사한 개념으로서 그림 2에 표시한 것과 같이 n 시점에서 단위시간(Δt)

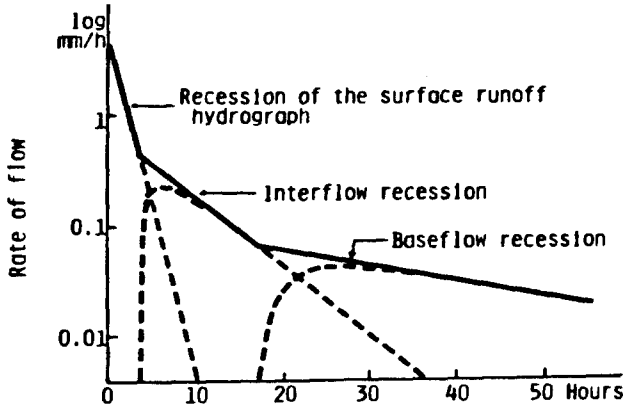


Fig. 1. Illustration of recession curves

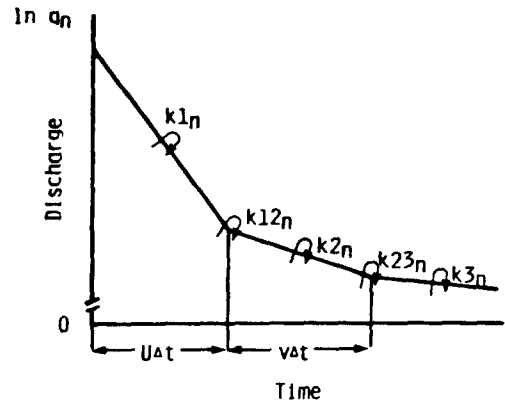


Fig. 2. Illustration of the three recession curves with three recession periods.

동안의 유효우량(I_n)이 순간수문곡선(instantaneous hydrograph)을 발생시켰다고 가정하고, 이 순간수문곡선의 감소부분은 첫번째로 상당히 급한 경사의 k_{1n} 이라는 감소계수(recession coefficient)를 $u\Delta t$ 동안 갖고, 두번째로 보통 경사의 k_{2n} 이라는 減少계수를 $v\Delta t$ 동안 갖고, 그리고 상당히 완만한 경사의 k_{3n} 이라는 감소계수를 나머지 기간동안 갖는다고 가정하자. 그리고 k_{12n} , k_{23n} 은 첫번째에서 두번째로, 그리고 두번째에서 세번째로 옮겨가는 과정의 감소계수로서 식유도상 필요하며, 특별한 의미를 갖지 않는다.

여기서 꼭 밝혀두어야 할 것은 위에서 사용된 감소계수의 개념은 그림 1에 표시된 통상적인 유출요소 또는 減少계수의 개념과 일치할 필요가 없다는 것이다. 위에서 사용된 감소계수의 개념은 일반적인 유출현상 설명에서 도입되는 어느 특정 地帶(zone)에 해당하는 것이라고 하기 보다는 유출결과인 수문곡선에서 尖頭部分으로부터 유출현상이 마감된 基底流出까지를 감소곡선 경사의 변화에 따라 단순히 세부분으로 분리한 것이라고 할 수 있다.

그림 2에 도시한 순간수문곡선이 어느 일정단위시간 동안의 유효강우에 해당된다고 할 때 총유출은 그림 3에 도시한 것과 같이 이러한 무한개의 순간수문곡선을 중첩시킨 것이라고 할 수 있다.

質量平衡(the mass balance) 즉 총유효강우량은 총유출량과 같음을 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$I_n = \sum_{j=0}^{u-1} q_{n,n+j} + \sum_{j=u}^{u+v-1} q_{n,n+j} + \sum_{j=u+v}^{\infty} q_{n,n+j} \quad (1)$$

여기에서 u 와 v 는 그림 2에 표시한대로 첫번째와 두번째 감소기간(recession Period)이며, q_{n_1, n_2} 는 그림 3에 도시한대로 유출의 일부요소로서 n_1 기간의 유효강우 I_{n_1} 에 기인하며 n_2 기간의 총유출 (Q_{n_2})의 일부라고 할 수 있다.

金(1987)은 식(1)을 非線型 減少曲線의 특성을 이용하여 전개하고, 기간 n 동안 입력되는 유효강우(I_n)와 그 기간동안 I_n 에 기인하여 발생하는 유출($q_{n,n}$)과의 비를 다음과 같이 나타내었다.

$$\frac{I_n}{q_{n,n}} = \frac{1 - k_1^n}{1 - k_1^n} + \frac{k_1^{u-1} k_2^n (1 - k_2^v)}{1 - k_2^n} + \frac{k_1^{u-1} k_2^n k_3^{v-1} k_3^n}{1 - k_3^n} \quad (2)$$

그림 3에서 기간 n 동안의 총유출량 Q_n 은 그 기간동안의 유출요소들($q_{n,n}$, $q_{n-1,n}$, $q_{n-2,n}$, ..., $q_{n-\infty, n}$)의 합으로 다음과 같이 표시할 수 있다.

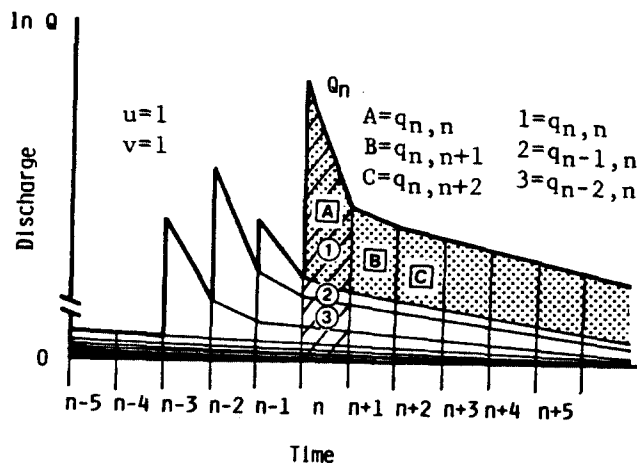


Fig. 3. Illustration for the summation of runoff elements.

$$Q_n = \sum_{j=0}^{u-1} q_{n-j,n} + \sum_{j=u}^{u+v-1} q_{n-j,n} + \sum_{j=u+v}^{\infty} q_{n-j,n} \quad (3)$$

식 (2)의 逆을 다음과 같이 표시하면

$$\lambda_n = q_{n,n} / I_n \quad (4)$$

식 (3)은 λ_i 와 위에서 정의된 감소계수(recession coefficient)를 이용하여 다음과 같이 표시가능하다.

$$\begin{aligned} Q_n &= \sum_{j=0}^{u-1} k1_{n-j}^j \lambda_{n-j} I_{n-j} \\ &+ \sum_{j=u}^{u+v-1} k1_{n-j}^{u-1} k12_{n-j} k2_{n-j}^{j-u} \lambda_{n-j} I_{n-j} \\ &+ \sum_{j=u+v}^{\infty} k1_{n-j}^{u-1} k12_{n-j} k2_{n-j}^{v-1} k23_{n-j} k3_{n-j}^{j-u-v} \lambda_{n-j} I_{n-j} \end{aligned} \quad (5)$$

식 (5)의 첫번째 항은 첫번째 감소현상(recession phenomena)에 기인하는 유출이라고 할 수 있으며, 두번째, 세번째도 마찬가지이다. 식(5)에서는 감소계수가 非線型이고, 감소기간이 u와 v인 일반식이기 때문에 식 (5)에 여러가지 다른 제약을 가하면 線型(linear), 非線型(nonlinear), 단수감소(single recession), 복수감소(double recessing) 등 여러가지 모형을 유도해낼 수 있다. 그림 4는 이러한 예제를 표시한 것이다.

총유출은 식 (5)를 이용함으로써 이론적으로는 산출이 가능하나, 현실적으로는 식 (5)의 마지막항이 無限개의 요소를 포함하기 때문에 직접적인 계산이 불가능하다. 그러므로 식 (5)의 마지막항($Q3_n$)을 첫번째와 두번째항에서 시간이 경과

Fig. 4. Examples of routing equation applications.

Kernel Shape	Routing Equation			Remark
	Recession Coefficient	λ_n	Original form	
	$k=k_1=k_2=k_3$ for all n	$(1-k)$	$Q_n = \sum_{j=0}^n k^j \lambda_{n-j}^j$	single linear reservoir model
	$k_1=k_2=k_3$	$(1-k_n)$	$Q_n = \sum_{j=0}^n k^j \lambda_{n-j}^j$	single nonlinear reservoir model with single recession coefficient
	k_1, k_2 $k_3=k_2$	$\frac{1-k_2^n}{1-k_2+k_12}$	$Q_n = k_12 \sum_{j=0}^n k_2^j \lambda_{n-j}^j$	single nonlinear reservoir model with double recession coefficients
	k_1, k_2, k_3	$\frac{1-k_3^n}{1-k_2+k_12+k_23}$	$Q_n = k_12 \sum_{j=0}^n k_2^j \lambda_{n-j}^j + \sum_{j=2}^n k_12 k_23 k_3^{j-2} \lambda_{n-j}^j$	single nonlinear reservoir model with triple recession coefficients

함에 따라 세번째항으로 轉移되는 부분(Q3F_n)과 나머지 부분(Q3R_n)으로 나누고, 나머지 부분은 그전의 세번째항 유출로부터 새로운 감소계수(k3_n^{*})를 사용하여 다음과 같이 산출한다.

$$Q3_n = Q3F_n + Q3_{n-1} k3_{n-1}^* \quad (6)$$

$$Q3F_n = k1_{n-(u+v)}^{u-1} k12_{n-(u+v)} k2_{n-(u+v)}^{v-1} k23_{n-(u+v)} \lambda_{n-(u+v)} I_{n-(u+v)} \quad (7)$$

여기에서 k3_{n-1}^{*}은 총유출을 나타내는 수문곡선에서 가장 완만한 부분의 감소계수로서 기간 n-1에 해당되는 것이라고 할 수 있다.

3. 적용 및 결과

식 (5),(6),(7)을 미국 북서부에 위치하는 Yellowstone 공원에서 시작하여 태평양으로 유출되는 Columbia강의 지류인 Snake강의 유출 simulation에 적용하였다. 그림 5에 표시된 바와 같이 적용된 유역은 Snake강의 가장 상부에 위치하며 유역면적은 14,900km² 이고, 평균강수량은 약 920mm이다. 강수는 유역입구에서의 250mm 정도로부터 상류산악지대에서의 1,250mm 이상까지 큰 폭으로 분포되어 있으며, 또한 강수의 대부분은 겨울동안 눈으로 내린다.

따라서 유출의 대부분은 늦봄과 초여름동안 눈이 녹을 때에 발생한다. 여기에서는 유출 simulation을 위한 수분입력 산정방법으로서 기온자료를 이용한 Temperature Index Method를 사용하였으며, 유효우량은 여기에 상수를 적용하여 산출하고, 또한 平均遲滯時間을 감안하여 수분입력 I_n을 산출하였다.

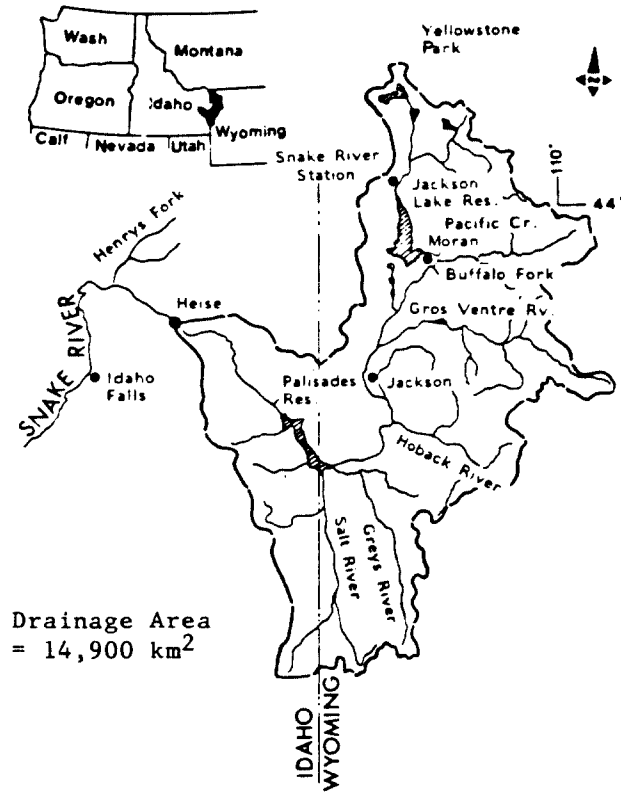


Fig. 5. The Upper Snake River basin above Heise.

감소계수는 과거수문곡선을 분석한 결과 첫번째와 두번째 감소기간은 4일과 5일로 추정되었으며, 수문곡선을 수분입력에 따라 분리하여 감소계수를 유출량별로 계산한 후 유출량을 함수로 하는 회귀식을 감소기간별로 도출하였다. 또한 계산상 필요로 하는 k_{12n} 과 k_{23n} 은 인접감소계수의 geometric mean으로 가정하였다.

위와같은 유효우량산정과 식 (5),(6),(7)을 포함한 컴퓨터 프로그램을 작성하고 11년동안(1972~1982)의 홍수유출을 시간격으로 simulation 하였다. simulation 결과는 매우 성공적이었으며($R^2 > 0.9$) 홍수년과 갈수년에도 무난히 적용할 수 있었다. 그림 6과 7에는 그 중에서 가장 큰 홍수가 일어났던 1974년과 기록적인 가뭄을 기록했던 1977년의 결과를 도시한 것이다. 유출그림 중에서 아래에 세부분으로 분리되어 표시한 것은 식(5)에 표시된 첫번째, 두번째, 세번째항의 유출을 분리하여 표시한 것으로서 遲滯와 減衰로 나타나는 유출특성이 명확하게 고려되어 있음을 알 수 있다.

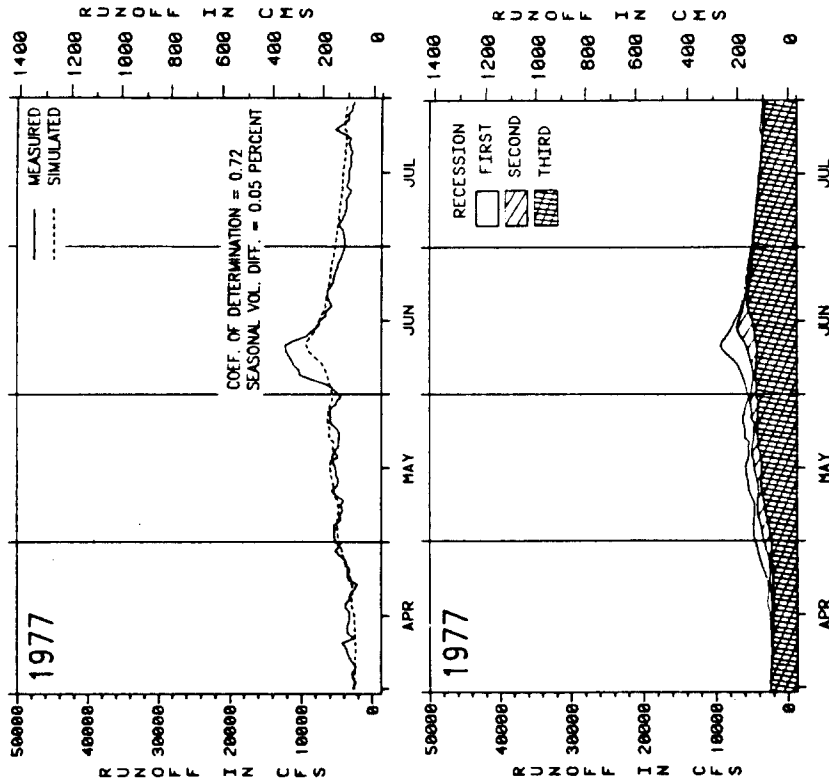


Fig. 6. Simulated and observed snow-coverages and runoff, and simulated separated runoff contributions for the 1977 snowmelt season.

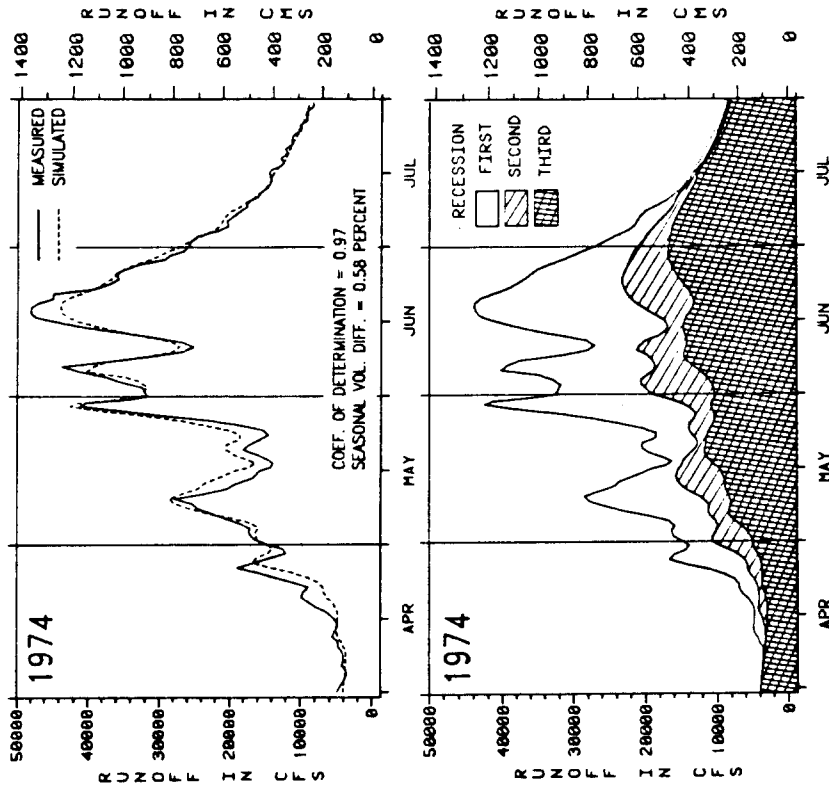


Fig. 7. Simulated and observed snow-coverages and runoff, and simulated separated runoff contributions for the 1974 snowmelt season.

4. 결 론

- 1) 非線型 減少係數를 가진 瞬間水文曲線을 중첩시켜 일반화시킨 非線型 多重減少(nonlinear multiple recession)식을 도출하였다.
- 2) 도출된 非線型 多重減少式을 사용함으로써 유출 Simulation에 있어서 최소 갯수의 변수만 사용하여 성공적인 결과를 얻었다.
- 3) 일반적인 결론을 얻기 위하여는 여러가지 다른 조건에서의 시험이 필요하다.

5. 감사의 말

이 연구는 저자가 1983년부터 1987년까지 수행하였던 'Water Supply and Demand Forecasting' 연구의 일부로서 Idaho 州水資源局, 美開拓局, 美工兵團, 그리고 美土壤保存局에서 재정적인 지원과 자료를 제공 받았음을 밝히며, 이에 감사하는 바이다.

6. 참고문헌

- Kim,S. 1987. Daily water supply and demand simulation for a basin-wide irrigation, Unpublished ph.D. dissertation. University of Idaho, Moscow, USA. 615 Ps.
- Klemes,V. 1983. Conceptualization and scale in hydrology. Journal of Hydrology 65(1/3):1-23.