

1988년도 가을

한국전산구조공학회 학술발표회 논문집

## 강체요소법에 의한 구형쉘의 탄소성해석에 관한 연구(II)

### -개구부 링을 갖는 구형쉘의 탄성 및 탄소성 해석-

A STUDY ON ELASTO-PLASTIC ANALYSIS OF SPHERICAL SHELL BY RIGID ELEMENT METHOD(II)

- Elasto-Plastic Analysis of Spherical Shell with Open Stiff Ring -

0 박 강근\* 서 삼열\* 한 상을\* 권 택진\*\*  
Park, Kang Geun Suh, Sam Uel Han, Sang Eul Kwun, Taek Jin

#### - ABSTRACT -

In this paper, it is proposed how the rigid element method suggested in the first paper can be applied to the elastic and elasto-plastic analysis of spherical shell with the open stiff ring.

In the analytical model, the solution domain is divided into rectangular-shaped spherical bending elements. Each contact surface of two adjacent elements is interconnected with four elastic springs, and it is assumed that the internal forces are distributed into springs. The 6 degrees of freedom of the element are placed in the center of elements, and the 6 centroidal rigid displacements affect other elements through springs around elements. And then the solution domain is estimated by the behavior of elements and springs.

In this study, these concepts are applied to the elastic and elasto-plastic analysis for the eight cases of the spherical shell according to the condition of stiff ring, the condition of loading and the size of opening. And then some numerical results such as the distribution of stresses, the force-displacement curves and the mode of fractures will be shown.

#### 1. 서론

강체요소법에 의한 구형쉘의 탄성 및 탄소성해석에 관한 본 연구는, (1) 구형쉘의 탄소성해석에 관한 이론적 고찰, (2) 개구부 링을 갖는 구형쉘의 탄성 및 탄소성 해석의 두 부분으로 분류된다.

본 연구에서는 첫번째 논문에서 제안된 구형쉘의 탄소성해석에 관한 강체요소법의 이론이 개구부 링을 갖는 구형쉘의 탄성 및 탄소성해석에 어떻게 적용될 것인가를 설명할 것이다. 또 사각형 구형요소를 이용하여 강성이 강한 개구부 링 및 하부링의 조건, 하중조건, 개구부의 크기 등에 따라서 달라지는 구형쉘의 거동과 링의 강성이 전체 구조물에 미치는 영향을 분석하고자 한다. 그리고 수치해석의 결과, 즉 응력의 분포, 균열의 진전, 하중-변위 곡선 및 균열의 진전상황 등을 파악해 보고자 한다.

#### 2. 개구부 링을 갖는 구형쉘의 탄성 및 탄소성해석

##### 2-1 강체요소법에 의한 구형쉘의 모델화

구형쉘의 해석에 있어서 해영역은 사각형 구형요소로 분할하고, 분할된 각 요소의 접촉면에는 4개의 탄성스프링으로 서로 연결되어 있다고 가정한다. 구조물에 작용하는 내력을 이 스프링에 분포되고, 요소의 중심에 6개의 자유도가 취해진다. 요소의 중심에 취해진 6개의 강체변위, 즉 3개의 이동 강체변위 및 3개의 회전 강체변위는 요소의 주변에 취해진 스프링을 통하여 다른 요소로 전달되어 진다. 따라서 요소 및 스프링의 거동을 평가함으로서 전체 구조물의 거동을 평가 할 수 있다. 그리고 구형쉘의 Meridian forces는 수평 스프링의 축력에 의해서 구해지고, Hoop forces는 수직스프링의 축력에 의해서 구해진다. 또 내부스프링과 외부스프링과의 축력의 차이에 수평스프링 간의 거리를 곱하면 두께 방향의 힘의 크기를 구할 수 있다.

\* 정희원, 성균관대 박사과정

\*\* 정희원, 성균관대 교수, 공학박사

## 2-2. 해석모델

<그림-2>의 해석모델은 링의 강성조건, 개구부의 크기 및 하중조건에 따라서 구형쉘의 거동을 파악하기 위해서, <표-1>과 같이 8가지의 해석모델로 하였다. 본 해석모델들은 축대칭 문제이므로 전체구조물의 1/4만을 해석한다. 그리고 분할된 요소의 각면에 취해진 스프링의 인장, 압축 및 전단에 대한 응력-변형도 관계 곡선은 <그림-2>와 같다. 상부의 개구부 링의 강성과 하부의 링의 강성은 다른 부분의 강성의 10배의 크기로 하였다.

## 2-3. 탄성 및 탄소성해석의 결과

<그림-3>에서는 연직하중을 받는 구형쉘의 탄성해석의 결과이고, <그림-4>에서는 상부에 모멘트를 받는 구형쉘의 탄성해석의 결과를 나타낸 것이다. 또 <그림-5>에서는 연직하중을 받는 구형쉘의 탄소성 해석의 결과를 나타낸 것이다.

<그림-3>에서 개구부를 갖는 구형쉘에 연직하중이 작용하는 경우에는 상부에서 위선방향의 압축력이 크게 작용하고, 경선방향에서는 압축력이 작용한다.

<그림-4>에서 개구부를 갖는 구형쉘에 모멘트가 작용하는 경우에 상부에서는 큰 인장력과 압축력이 동시에 작용하고, 하부에서는 내력이 거의 작용하지 않음을 알 수 있다.

구형쉘의 상부에 있는 개구부의 둘레와 인장력이 크게 작용하는 하부에 강성이 10배인 링을 취한 경우에는 내력이 링에 집중되기 때문에 링부분 이외의 내력은 감소함을 알 수 있다. 그리고 개구부의 크기가 큰 경우에는 개구부의 크기가 작은 경우에 비해서 개구부의 보강에 더 효과적임을 알 수 있다.

<그림-5>에서는 개구부 링과 하부링이 없는 구형(Case 1)을 탄소성 해석한 결과를 나타낸 것이다. <그림-5(a)>에서는 스프링의 하중-변위 곡선을 나타낸 그림이고, <그림-5(b)>에서는 하중-변위 곡선에서 A, B, C 및 D 단계에 대한 각 스프링이 응력-변형도 곡선의 각 구배에 도달하는 상황을 나타낸 것이다. A 단계에서는 구형쉘의 상부에 경선방향의 인장력과 구형쉘의 하부에는 위선방향의 인장력이 2구배에 도달하였다. B 단계에서는 상부에는 위선 방향의 압축력, 하부에는 경선방향의 압축력이 2구배에 도달하였다. C 단계

에서는 경선 방향의 압축력이 3구배에 도달하였다. D 단계에서는 하부에서 위선방향의 인장력과 경선방향의 압축력이 3구배에 도달하였다. 이상의 탄소성해석의 결과로 부터 구조물에 작용하는 내력의 흐름 및 균열의 진전상황을 파악할 수 있다.

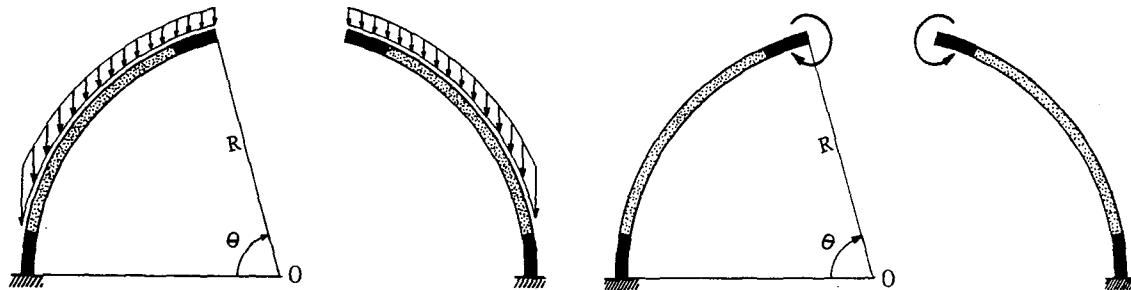
## 3. 결론

본 논문에서는 첫번째 논문에서 제안된 사각형 구획요소를 이용하여 개구부의 크기, 링의 강성조건 및 하중조건에 따라서 달라지는 구형쉘의 거동을 분석하였다.

상기의 결과에서 강체요소법은 특히 강성이 강한 개구부링 혹은 하부링을 갖는 구형쉘의 해석에서 스프링의 강성을 바꾸기가 쉽기 때문에 이질적인 강성을 갖는 구조물의 해석에 효과적으로 적용될 수 있다고 생각되며, 또 본 해석법이 갖는 장점을 살려 연속체의 해석에 적용하면, 보다 많은 범위에 있어서 기대되는 효과가 매우 크다고 생각된다. 그리고 보다 다양한 하중조건을 갖는 구형쉘의 해석을 위해서는 삼각형 구요소 및 삼각형 구획요소의 개발이 요망된다.

## 참고문헌

1. Kawai, T., "New Element Model in Discrete Structural Analysis," Journal of the Society of Naval Architects of Japan, Vol. 141, PP. 174-180.
2. Tsuboi, Y., "Elasto-Plastic Analysis of Wall-Type Precast R.C. Structures by Rigid Element Method," Report of the Housing Corporation in Japan, April 1982.
3. Kwun, Taek-Jin and Kim Seung-Deog, "Elasto-Plastic Analysis of Spherical Shell by the Rigid Element Method," Proceedings IASS Symposium on Shells, Membranes and Space Frames, Vol. 1., Sept. 1986, pp.137-144.
4. Kwun, Taek-Jin, Han, Sang-Eul and Park, Kang-Geun, "New Approach on the Elasto-Plastic Analysis of the Open Spherical Dome," Proceedings IASS Symposium on Domes from Antiquity to the Present, May 1988, pp. 334-342.



$$l = 60\text{cm}$$

$$r = 3\text{cm}$$

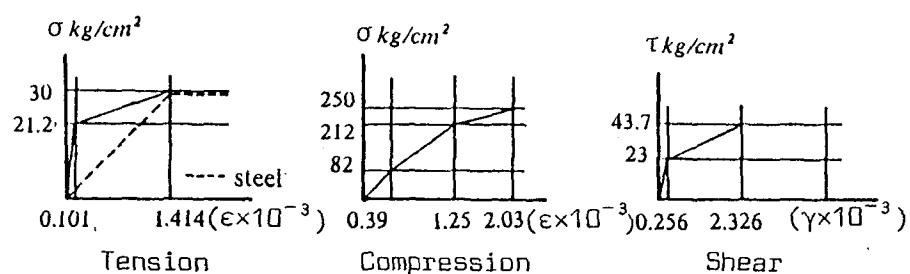
$$\theta = 77.1^\circ \text{ or } 64.3^\circ$$

$$\begin{aligned} R &= 60\text{cm} \\ t &= 3\text{cm} \\ \theta &= 77.1^\circ \text{ or } 64.3^\circ \end{aligned}$$

(a) 연직 하중

(b) 모멘트 하중

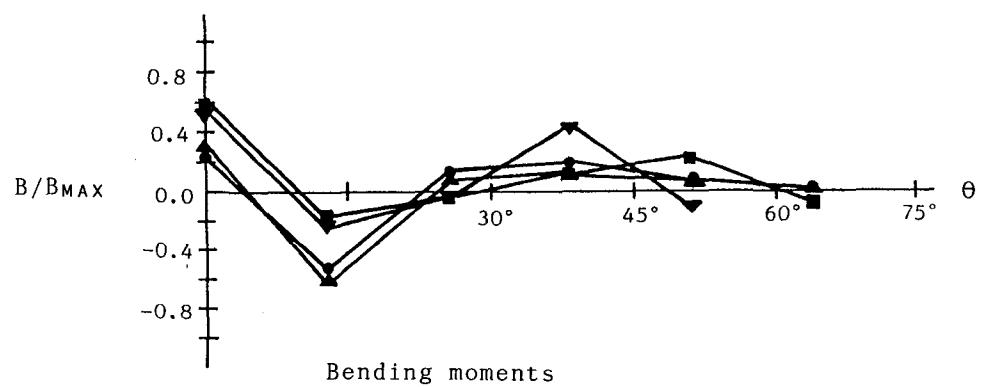
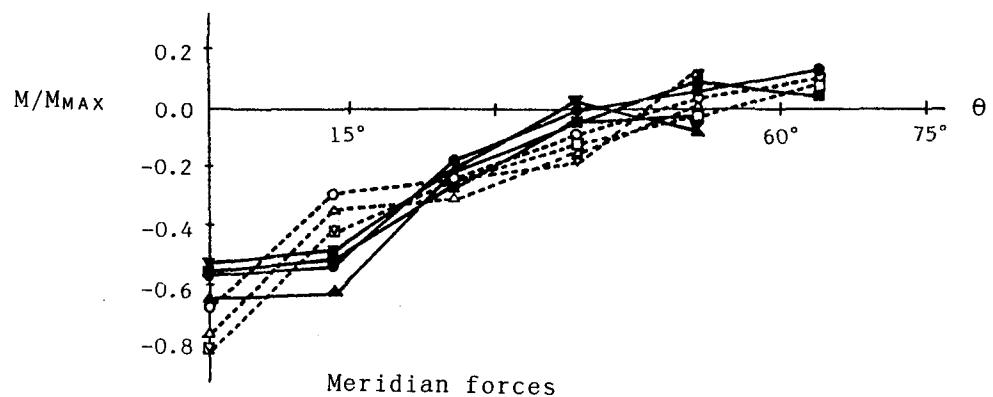
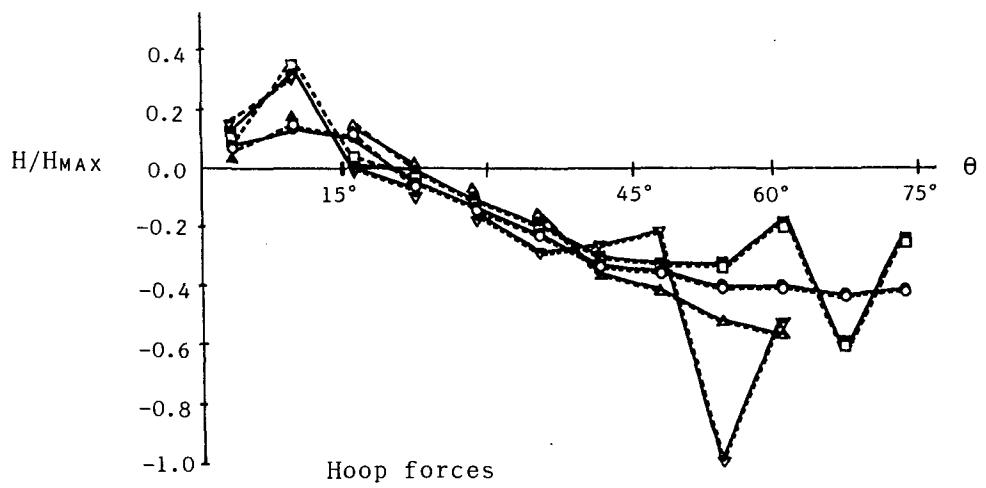
<그림-1> 개구부를 갖는 구형쉘



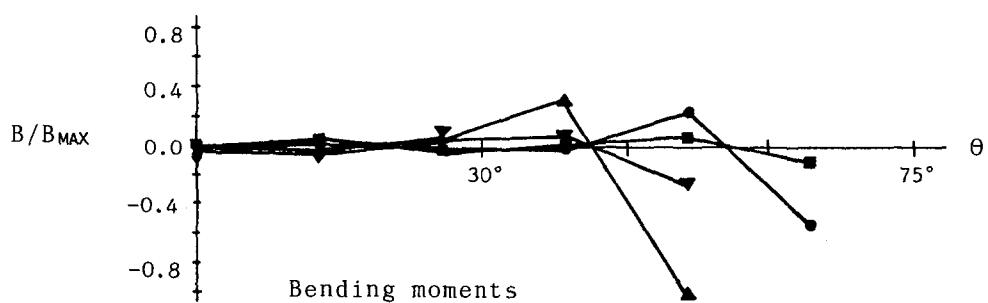
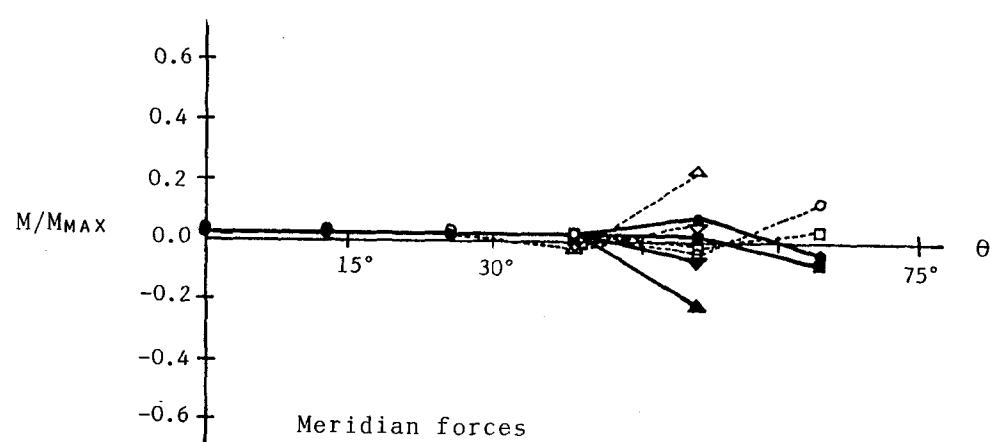
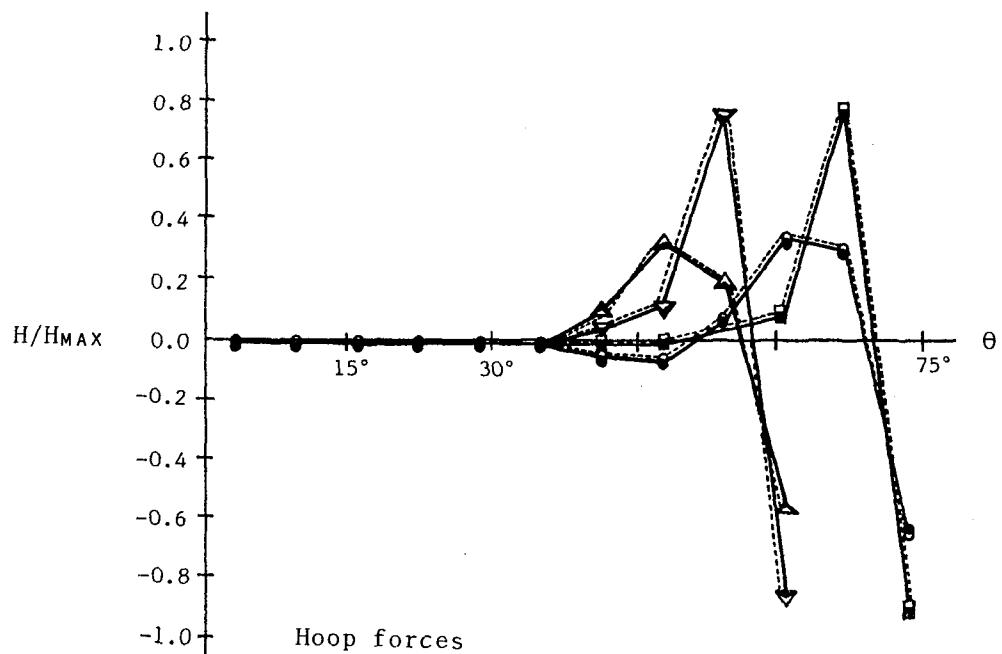
〈그림-2〉 압축, 인장 및 전단에 관한 응력-변형도 곡선

〈표-1〉 링의 조건, 하중조건 및 개구부의 크기에 따른 해석모델의 종류

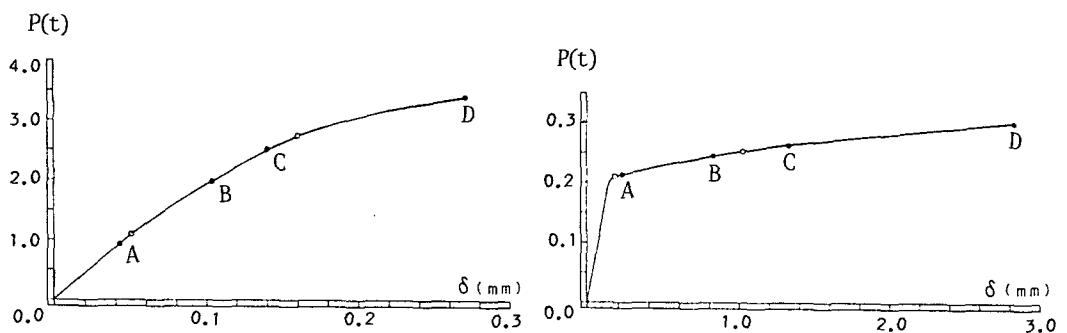
Loading Condition	Meridian Angle( $\theta$ )	Thickness (cm)	Edge Stiff Ring	Cases		
				Outer Spring	Inner Spring	
Vertical Load	77.1	3	X	Case-V1	○—○	Case-V1'
			O	Case-V2	△—△	Case-V2'
	64.3	3	X	Case-V3	▽—▽	Case-V3'
			O	Case-V4	□—□	Case-V4'
Moment	77.1	3	X	Case-M1	○—○	Case-M1'
			O	Case-M2	△—△	Case-M2'
	64.3	3	X	Case-M3	▽—▽	Case-M3'
			O	Case-M4	□—□	Case-M4'



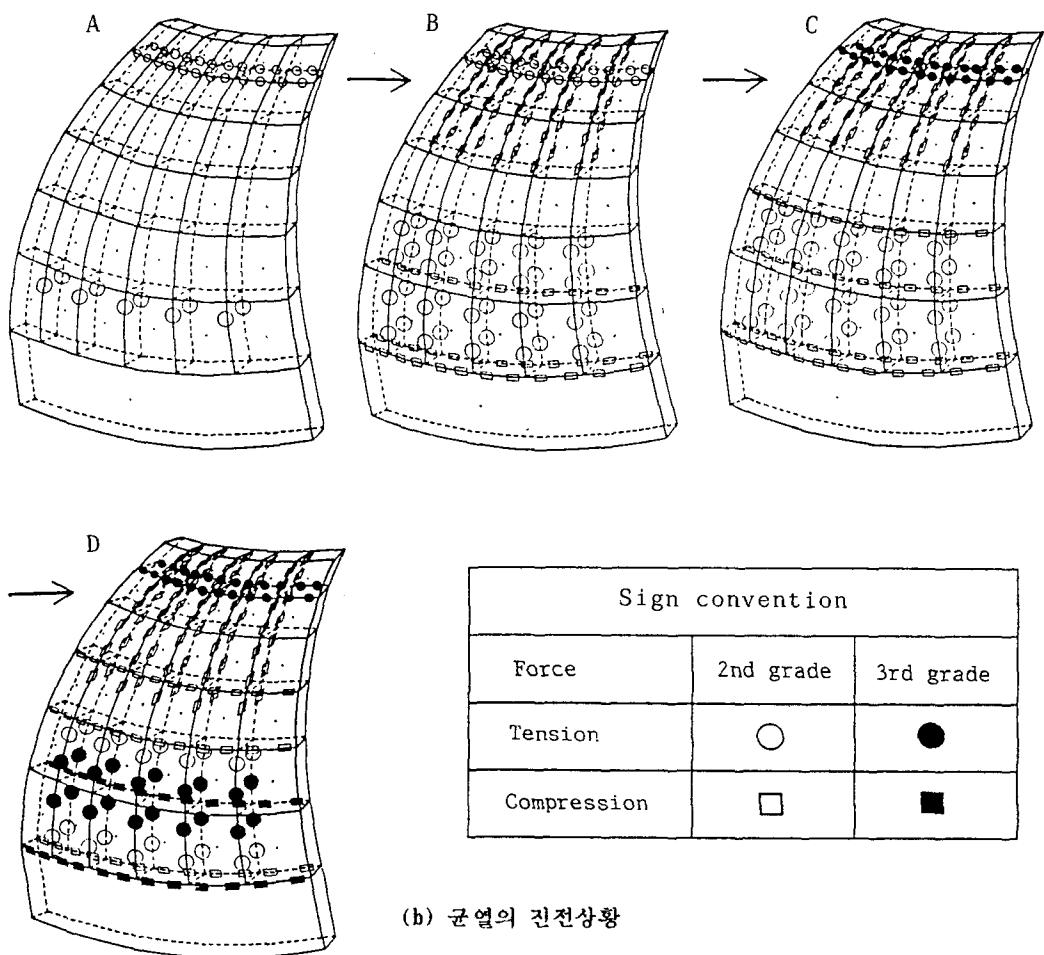
<그림-3> 연직하중을 받는 구형쉘의 탄성해석



<그림-4> 모멘트 하중을 받는 구형쉘의 탄성해석



(a) 스프링의 하중-변위 곡선



(b) 구열의 진전상황

<그림-5> 연직 하중을 받는 구형쉘의 탄소성해석