

정 훈                      °홍 선기                      원 중수  
서울 대학교              서울 대학교              서울 대학교

Digital simulation of hysteresis motor performance using Preisach model  
considering time and space harmonics.

Jung Hoon                      °Hong Sunki                      Won Jongsu  
S.N.U.                      S.N.U.                      S.N.U.

Abstract

A digital simulation method for Hysteresis motor using Preisach model is proposed. From this, the instantaneous torque, hysteresis loss of rotor can be calculated, considering slot and winding distribution and current harmonics.

제한하여 계산할 수 밖에 없어서 이 방법으로는 평균 토오크를 구하기는 적합하나 순시 토오크 또는 맥동 토오크의 계산을 정확히 하는대는 부족한 점이 있다.

- 히스테리시스 링에 대한 모델링이 아니므로 각 고조파의 크기, 차수등이 변할 때마다 별개의 히스테리시스 루프 측정이 필요하다.
- 회전자 반경 r에 따른 자계의 변화에 대해서는 무시했으며, r, θ를 모두 고려한 경우에는 등가 루프를 구할 방법이 없다.

1. 서 론

히스테리시스 모터는 강자성체의 히스테리시스 성질을 이용한 동기 모터로서, 자기동이 가능하고 구조가 간단하여 VTR, 레코더, 자이로스코프 등에 사용된다.

이 모터는 권선 분포, 슬롯 퍼미언스 등에 의한 공간 고조파, 불평형 전류에 의한 시간 고조파 자계의 영향을 많이 받는다. 이에 대해서 石川 [1], 湧井 [2] 등은 시간 및 공간 고조파 자계가 히스테리시스 모터의 토오크에 미치는 영향에 대하여 연구한 바가 있다. 그러나 위의 연구에는 다음과 같이 부족하거나 잘못된 점이 있는 것으로 생각된다.

- 슬롯에 의한 공간 고조파를  $\Delta B$  일정로 보고 이 때의 등가 루프를 시간적으로  $\Delta B$  일정의 조건에서 실험적으로 구하고 있으나, 실제로는  $\Delta P$ (퍼미안스) 일정으로 보는 것이 정확하다.
- 권선에 의한 공간 고조파를  $\Delta H$  일정으로 보고 이 때의 등가 루프를 구하고 있으나, 공간 고조파의  $\Delta H$ 는 회전자 각 위치에 따라 다르다. 따라서 마이너 루프의 중첩으로부터 등가 루프를 구하는 것은 오차의 원인이 될 수 있다.
- 시간 고조파의 영향에 대한 실험 및 해석은 공간 고조파가 없다는 가정하에서 수행하였다. 그러나 실제 히스테리시스 모터에서는 공간 고조파와 시간 고조파가 동시에 작용하며 이 때의 영향에 대해서는 해석이 불가능하다.
- 시간 고조파에 대하여 3 상의 경우에는, 1차, 5차, 7차까지만

따라서 본 연구에서는 앞에서와 같은 실험적인 등가 루프에 의한 특성의 계산 방법을 지양하고, 히스테리시스 링의 히스테리시스 특성을 Preisach 모델을 도입, 자기 쌍극자의 분포 함수로 표시하고, 주어진 자계 또는 공극 자속 밀도에서 순시 히스테리시스 루프를 구하는 방법을 보인다.

이로부터 평균 토오크, 맥동 토오크, 히스테리시스 손실을 구할 수 있다. 특히 슬롯에 의한 공간 고조파에 대하여는 퍼미안스 모델을 써서 정확히 계산한다. 또, 공간 고조파에 의한 토오크에도 동기 상태에서는 히스테리시스 링을 하나의 영구 자석으로 볼 수 있으므로 cogging에 의한 ripple 토오크가 생길 수 있음도 보인다.

2. Preisach 모델의 원리.

강자성체는 아주 많은(유한개) 자기 쌍극자로 구성된다고 하자. 그러면 이 모델은 유한개의 히스테리시스 오퍼레이터  $\gamma_{\alpha\beta}$ 와 가중 함수  $\mu(\alpha, \beta)$ 를 생각할 수 있다.

각각의  $\gamma_{\alpha\beta}$ 는 그림 1처럼 입력 - 출력 평면상에서 입력  $u(t)$ 에 대하여 이상적인 각형 루프를 동작한다고 본다.

여기서,  $\alpha, \beta$ 는 루프가 상승, 하강할 때의 입력  $u(t)$ 의 스윙칭 값이다. 따라서,  $\gamma_{\alpha\beta}$ 는  $\pm 1$ 을 갖는다고 하면, 자화  $J(t)$ 는,

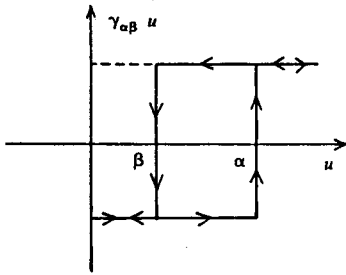


그림 1. 한개의 히스테리시스 오퍼레이터  $\gamma_{\alpha\beta}$

$$J(t) = \int \int_{\alpha=\beta} \mu(\alpha, \beta) \gamma_{\alpha\beta} u(t) d\alpha d\beta \quad (1)$$

로 표현 가능하다.

이 모델은 또한  $\alpha \geq \beta$  인  $\alpha-\beta$  평면을 도입하면, 이 반평면은 그림 2와 같이 어떤 시간 t에 있어서  $S^+(t)$ 와  $S^-(t)$ 로 나누어 질 수 있다.

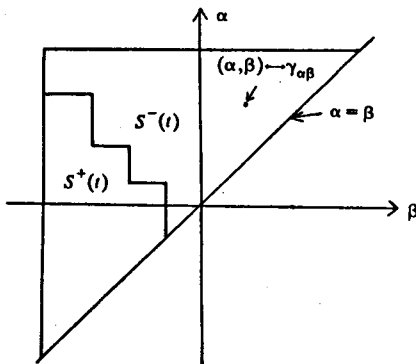


그림 2. 모델 (2)의 기하학적 개형.

따라서 모델 (1)은 다음 모델 (2)와 같이 표현될 수도 있다.

$$J(t) = \int \int_{S^+(t)} \mu(\alpha, \beta) d\alpha d\beta - \int \int_{S^-(t)} \mu(\alpha, \beta) d\alpha d\beta \quad (2)$$

여기서,  $S^+(t) = \gamma_{\alpha\beta} u(t) = 1$ ,  $S^-(t) = \gamma_{\alpha\beta} u(t) = -1$ .

### 3. Hysteresis ring 내의 자계 계산.

hysteresis 링의 자계 계산을 위하여 다음 가정을 한다.

1. 고정자 철심의 자기 저항을 무시한다.
2. 히스테리시스 링의 두께는 충분히 얇고, 링에서의 반경 방향의 기자력 소비는 무시한다.
3. 히스테리시스 링에는 와전류가 흐르지 않는다.

4. 동기에서 속도는 변동 없이 일정하다.

위의 가정하에서, 그림 3의 자기 회로 1-2-3-4-1에서 암페어 법칙을 적용하면,

$$H_g(\theta + d\theta)g(\theta + d\theta) - H_g(\theta)g(\theta) + H_r(\theta)R_r \frac{d\theta}{p} = F(\theta)d\theta$$

즉,

$$F(\theta) = g(\theta) \frac{dH_g(\theta)}{d\theta} + H_g(\theta) \frac{dg(\theta)}{d\theta} + \frac{H_r(\theta)R_r}{p} \quad (3)$$

또 링의 미소 각도폭 dθ에서 자속이 연속하므로,

$$(B_r(\theta) + dB_r(\theta))l_r - B_r(\theta)l_r = -\mu_0 H_g(\theta)lR_r d\theta/p$$

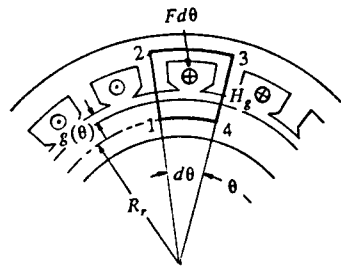


그림 3. 각도폭 dθ를 갖는 자로.

$$\text{또, } B_g(\theta) = \mu_0 H_g(\theta), \quad B_r(\theta) = \mu_0 \mu_r H_r(\theta)$$

의 관계에서,

$$H_g(\theta) = -\frac{t_r \mu_r}{r} \frac{dH_r(\theta)}{d\theta} \quad (4)$$

(3), (4) 식으로부터,

$$\left( -\frac{t_r \mu_r}{r} g(\theta) \right) \frac{d^2 H_r(\theta)}{d\theta^2} + \left( -\frac{t_r \mu_r}{r} \frac{dH_r(\theta)}{d\theta} \right) + \frac{R_r H_r(\theta)}{p} = F(\theta) \quad (5)$$

로 되고, (5) 식의 해로부터  $H_r(\theta)$ 를 구할 수 있다.

### 4. 히스테리시스 전동기의 토크 기본식.

회전자의 임의의 미소 채적 dv에 대해 여기에 축적된 자기 에너지를 극좌표로 나타내면 다음식이 된다.

$$dW = (J_r H_r + J_\theta H_\theta + J_z H_z) dv$$

where, J : magnetization, H : magntic field

회전자가 미소각  $\Delta\theta$ 를 움직이면, 전동기 발생 토크  $\tau$ 는,

$$\tau \Delta\theta = -\Delta(dW) \quad (6)$$

가 되어,  $B = \mu_0 H + J$ 이므로,

$$\begin{aligned} \tau &= p \int_0^{l_1} \int_{r_1}^{r_2} \int_0^{2\pi} \left[ B_r \frac{\partial H_r}{\partial \theta} + B_\theta \frac{\partial H_\theta}{\partial \theta} + B_z \frac{\partial H_z}{\partial \theta} \right] r d\theta dr dz \\ &= p \int_0^{l_1} \int_{r_1}^{r_2} (B_r dH_r + B_\theta dH_\theta + B_z dH_z) r dr dz \quad (7) \end{aligned}$$

또한  $B_z dH_z$ 는 아주 작아 무시하고,  $r_2 - r_1$ 이 원주에 비해 아주 얇아 무시할 수 있다고 보면,

$$\tau = \frac{p}{2\pi} l_1 \int_{r_1}^{r_2} 2\pi r dr \oint B_\theta dH_\theta = \frac{pV_r}{2\pi} \oint B_\theta dH_\theta \quad (8)$$

가 얻어진다.

$H_\theta(t)$ 가 주어지면  $B_\theta(t)$ 를 (2) 식에서 구할 수 있고, (8)의 식으로 부터 순시 토크를 구할 수 있게 된다.

### 5. 시뮬레이션 및 검토.

그림 4은 인버터로 방형과 구동한 경우 고조파가 5차까지 함유된 때에 임의의 회전자 위치에 있어서의 마이너 루프를 나타내고 있다. 또한 그림 5는 이로부터 임의의 시간에 있어서의 히스테리시스 순시 루프를 보이고 있다. 그림 6는 그림 4의 순시 루프로부터 계산한 순시 토크이다. 그림 7은 시간 및 공간 고조파가 함유된 경우의 한 순간에 있어서의 히스테리시스 루프를 보이고 있다.(시간 고조파가 31차 까지 포함되고, 공간 고조파는 13차까지 포함된 경우임.)

### 6. 결론

Preisach 모델을 써서 주어진 히스테리시스 링의 자계에서 자속 밀도를 구하고, 이 결과로부터 히스테리시스 모터의 순시 토크, 평균 토크, 히스테리시스 손실등을 계산하였다. 이 때, 히스테리시스 링 내의 자계에 대해서는 슬롯, 권선 분포, 시간 고조파 등을 모두 고려하여 구하였다. 계산된 평균 토크와 맥동 토크를 실험치와 비교한 결과 정확한 결과를 얻었다.

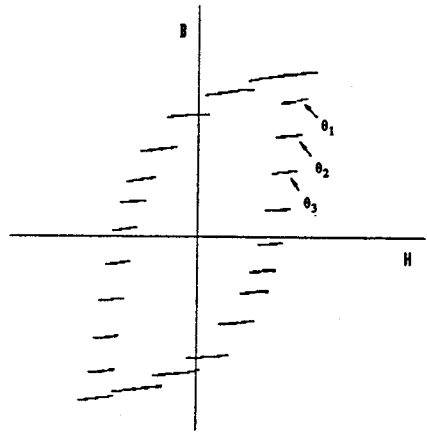


그림 4. 회전자 각 위치에 있어서의 마이너 루프.

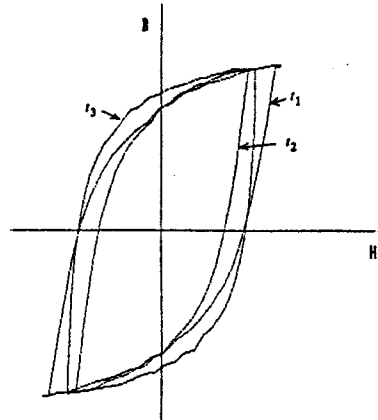


그림 5. 시간 고조파 함유 히스테리시스 루프.

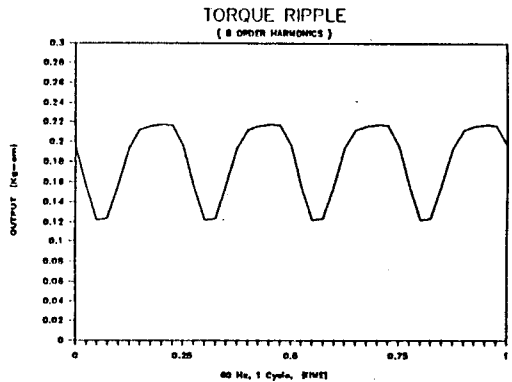


그림 6. 그림 4에 의한 토크 맥동.

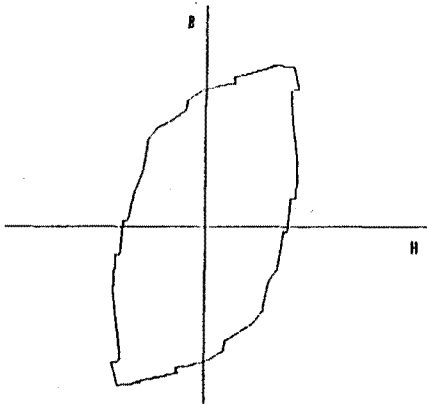


그림 7. 공간 고조파 함유 히스테리시스 루프.

#### 7. 참고 문헌

1. 石川, 片岡 : “電壓形インバータ駆動形 ヒステリ시스電動機の 特性解析”, 電學誌 B 1, 311 (昭58-1)
2. 湧井, 富田 : “히스테리시스 電動機의 特性에及ぼす 高調波磁束密度의 影響”, 電學誌 B25, 25 (昭57-1)
3. 湧井, 堀井 : “方形波 電壓で運轉した場合의 히스테리시스 電動機特性의 一解析法”, 電學誌 B 15, 71 (昭57-2)
4. I. D. Mayergoyz, “Mathematical Models of Hysteresis (INVITED)”, IEEE Trans. Magnetics MAG-22, p.603, 1986.
5. 日本 総合 電子 出版社 : “特性と設計, 永久磁石回電機”, pp252-258 (昭60).