

이 홍 규 이 강 웅 최계근
서울대학교 전자공학과

Effect Analysis On Selection of VSC Parameters by Manipulator Dynamic Constraints

Hong Kyu Lee, Kang Wong Lee, Keh-Kun Choi

Dept. of Electronic Eng. Seoul National University

Abstract

This paper reveals the relation between the robot system dynamic constraints and the VSC parameters, and analyzes the effect on the trajectory of the joint angle and the hand when the result of the relation analysis is applied to the robot system control.

The result of the analysis in this paper is applied effectively to the path tracking control and the trajectory planning using the VSC method.

1. 서 론

최근 가변 구조 제어 방법이 시스템 파라메타 변동이나 외란에 대한 강인성 때문에 비선형성이 크고 커플링이 심한 로봇 시스템 제어에 많이 사용되는 추세에 있다. [1], [7], [8]

그러나 현재까지는 가변구조 제어 방법으로 로봇 시스템 제어를 하는데 있어서 가변구조 제어 파라메타가 제어 결과에 미치는 영향을 정확히 분석하지 않고, 슬라이딩 모드 존재 조건외에는 임의로 파라메타를 선정하여 사용하고 있기 때문에 로봇 시스템이 가지고 있는 제한 조건 내에서 가장 효과적인 제어를 할 수가 없었다.

로봇 시스템 자체가 가지고 있는 제한 요소로는 위치 이동 범위, 속도 및 가속도 한계, 구동기 토오크 한계 등이 있으며 외적인 제한 요소로는 위치이동 소요시간과 직선 경로로 부터의 이발 제한 범위 등이 있다. [4 ~ 6]

본 논문에서는 로봇 시스템 제한 조건들과 가변 구조 제어 파라메타들 사이의 관계를 규명하고 분석결과를 로봇 시스템 제어에 적용하여 조인트 각과 로봇 손의 궤적에 미치는 영향을 분석하였다.

2. 가변 구조 제어에 의한 로봇 손의 이동 궤적

시스템 상태변수 궤적이 스위칭면에 도달하고 슬라이딩 모드가 존재하기 위한 조건은 조인트 i의 스위칭면 식을 $S_i = 0$ 이라 할 때 다음 식으로 표현된다. 이하 본문에서는 2차 자유도를 가진 시스템만을 고려하기로 한다.

$$S_i \cdot \dot{S}_i < 0, \quad i = 1, 2 \quad (1)$$

이 경우의 제어 입력은 다음과 같다.

$$U_i = - \left[\alpha_i^j |e_j| + \beta_i^j |\dot{e}_j| + K_i \right] \text{sgn}(S_i), \quad i = 1, 2 \quad (2)$$

여기서 e_j 는 위치 오차의 상태 변수이고 $\alpha_i^j, \beta_i^j, K_i$ 는 이득을 의미한다.

[1]의 동력학 방정식에서 $\beta_{1,2} \approx 0$ 으로 가정하면

$$\begin{bmatrix} D_{1,1} & D_{1,2} \\ D_{2,1} & D_{2,2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{X}_1 \\ \ddot{X}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G_1(X_1, X_2)g \\ G_2(X_1, X_2)g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} \quad (3)$$

가 된다. (3)식에서 D_{ij} 는 관성능률, X_i 는 조인트 각위치, $G(X_i)g$ 는 중력 토오크 및 U_i 는 제어 입력 토오크를 각각 의미한다. 여기서 Young의 방식에 따라 $\cos X = 1 - |X|/90$ 으로 근사화 하고 궤환 제어 입력을 포함하여 정리하면 시스템 동력학 방정식은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} (m_1+m_2)r_1^2+m_2r_2^2+J_1+2m_1r_1r_2 - \frac{1}{45}m_1r_1r_2|X_1| \\ m_1r_1^2+m_1r_1r_2 - \frac{1}{90}m_1r_1r_2|X_1| \\ m_1r_1^2+m_1r_1r_2 - \frac{1}{90}m_1r_1r_2|X_2| \\ m_1r_1^2+J_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{X}_1 \\ \ddot{X}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \beta_1^j \text{sgn}(S_1) \beta_2^j \text{sgn}(S_2) \\ \beta_1^j \text{sgn}(S_1) \beta_2^j \text{sgn}(S_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} |\dot{X}_1| \\ |\dot{X}_2| \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{1}{90}(m_1+m_2)r_1g|X_1| - \frac{1}{90}m_1r_1g|X_1+X_2| + \alpha_1^{1,j}|e_1| + e_1 \text{sgn}(S_1) \\ -\frac{1}{90}m_1r_1g|X_1+X_2| + \alpha_2^{2,j}|e_2| \text{sgn}(S_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(m_1+m_2)r_1g - m_1r_1g - K_1 \text{sgn}(S_1) \\ -m_1r_1g - K_2 \text{sgn}(S_2) \end{bmatrix} \quad (4)$$

이때 스위칭 방정식은 조인트 1의 스위칭면의 기울기 C_1 , 조인트 2의 스위칭면의 기울기 C_2 라 하면

$$S_1 = X_1 + C_1(X_1 - X_{1d}) \quad (5)$$

$$S_2 = X_2 + C_2(X_2 - X_{2d}) \quad (6)$$

가 된다. 여기서 X_{1d} 와 X_{2d} 는 각각 조인트 1과 2의 도착점 위치를 나타낸다. (4)식을 $S_1 > 0, S_1 < 0, S_1 = 0, S_2 > 0, S_2 < 0, S_2 = 0, e_1 + e_2 > 0, e_1 + e_2 < 0, e_1 > 0, e_2 < 0$ 각각의 경우에 대하여

$$[M] \ddot{X}_{t+\Delta t} + [B] \dot{X}_{t+\Delta t} + [K] X_{t+\Delta t} = [R_{t+\Delta t}] \quad (7)$$

로 변형한 다음 New Mark 방법 [2]을 이용하여 X_t 과 $X_{t+\Delta t}$ 의 궤적을 구하면 다음식으로 표현된다. 여기서 Δt 는 샘플링 주기이다.

1) 조인트 각 위치

$$\begin{aligned} & \left[[K] + \frac{4}{(\Delta t)^2} [M] + \frac{2}{\Delta t} [B] \right] \begin{bmatrix} X_{t+\Delta t} \\ X_{t+\Delta t} \end{bmatrix} \\ & = \begin{bmatrix} R_{t+\Delta t} \\ R_{t+\Delta t} \end{bmatrix} + [M] \left[\frac{4}{(\Delta t)^2} \begin{bmatrix} X_{t+\Delta t} \\ X_{t+\Delta t} \end{bmatrix} + \frac{4}{\Delta t} \begin{bmatrix} \dot{X}_{t+\Delta t} \\ \dot{X}_{t+\Delta t} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \ddot{X}_{t+\Delta t} \\ \ddot{X}_{t+\Delta t} \end{bmatrix} \right] \\ & + [B] \left[\frac{2}{\Delta t} \begin{bmatrix} X_{t+\Delta t} \\ X_{t+\Delta t} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{X}_{t+\Delta t} \\ \dot{X}_{t+\Delta t} \end{bmatrix} \right] \end{aligned} \quad (8)$$

II) 조인트 각 속도

$$\dot{X}_{t+\Delta t} = \dot{X}_t + \frac{\Delta t}{2} (\ddot{X}_t + \ddot{X}_{t+\Delta t}) = \frac{2}{\Delta t} X_{t+\Delta t} - \frac{2}{\Delta t} X_t - \dot{X}_t \quad (9)$$

III) 조인트 각 가속도

$$\ddot{X}_{t+\Delta t} = \frac{4}{(\Delta t)^2} (X_{t+\Delta t} - X_t) - \frac{4}{\Delta t} \dot{X}_t - \ddot{X}_t \quad (10)$$

IV) 제어입력

(2)식에 의해 구해지며, $\alpha_i^j, \beta_i^j, K_i, S_i$ 는 슬라이딩 모드 존재 조건으로 부터 정해지며 $|e_j|, |\dot{e}_j|$ 는 식(8), (9)로부터 정해진다.

조인트 공간에서의 조인트 각 위치, 각속도 및 각 가속도 궤적으로 부터 Direct Kinematics에 의하여 카티시안 공간에서의 토포브 손의 위치 이동 궤적, 속도 변화궤적, 가속도 변화궤적을 구할 수 있다. [3]

3. 가변구조 제어 파라메타 제한조건

3.1 조인트 각과 스위칭면

그림 1에서 알 수 있는 바와 같이 스위칭면의 기울기에 의해 시간에 따른 조인트 각 위치의 변화속도가 결정되므로 최대 이동 소요시간 제한조건에 의하여 스위칭면의 기울기 C 의 최소값이 결정된다. ①의 빗금 부분은 허용되지 않는 부분을 의미한다. 또한 C 값이 클수록 슬라이딩 모드에 도달하는 시간이 더 소요되는 것을 알 수 있는데 도달 단계에서는 슬라이딩 모드에 비하여 파라메타 변동이나 외란의 영향을 많이 받는다는 점을 고려하여 스위칭면이 선정되어야 한다.

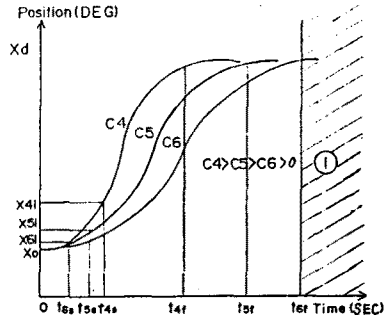


그림 1. 조인트 각과 스위칭면
Fig 1. Joint angle and switching surfaces

3.2 조인트 각 속도와 스위칭면

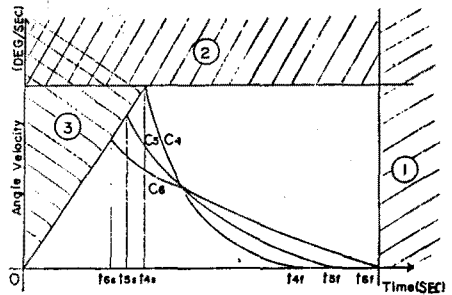


그림 2. 조인트 각 속도와 스위칭면
Fig 2. Joint angle velocity and switchingsurfaces

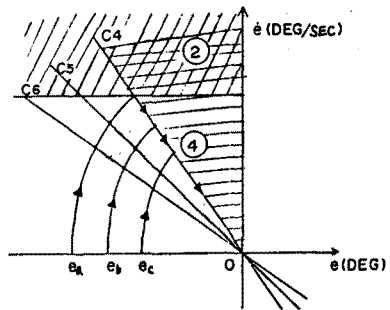


그림 3. 위상평면 궤적과 스위칭면
Fig 3. Phase plane trajectory and switching surfaces

그림 2와 3에서 빗금 ②부분은 조인트 각속도 제한구역이며 ①부분은 이동 소요시간 제한구역이 된다. 따라서 스위칭면은 속도 제한조건을 만족하는 범위내에서 선정되어야 하고 이 스위칭면은 이동 소요시간, 가속도, 감속도 제한조건도 만족되어야 한다. 여기에서는 속도가 양의 값일 경우만을 고려하였다.

3.3 조인트 각 가속도와 스위칭면

스위칭면은 그림 4의 빗금 ③의 가속도와 ④의 감속도 제한조건을 만족하고 이동 소요시간 제한구역 ①을 만족하는 범위내에서 선정되어야 한다. 가속도 제한조건은 그림 2의 빗금 ③, 감속도 제한조건은 그림 3의 ④에도 표시되어 있다. 그림 3의 경우는 초기 오차값 e_0, e_01, e_02 에 따라 속도와 가속도 제한조건에 최대 C 값이 달라진다. 동일속도 가속도 제한조건에서 초기오차와 C 값은 반비례한다.

3.4 제어 입력과 스위칭면

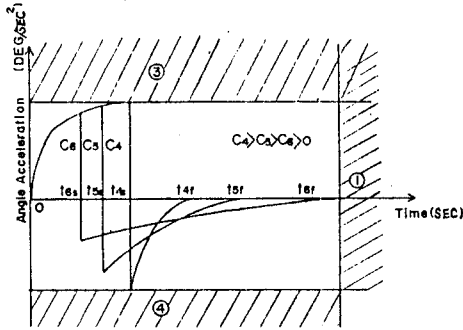


그림 4. 조인트 각 가속도와 스위칭면
Fig 4. Joint angle acceleration and switching surfaces

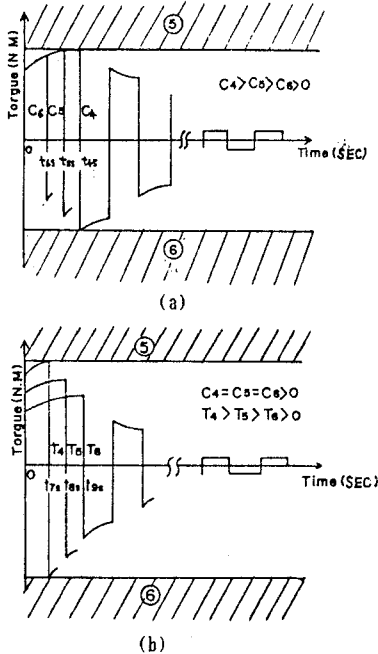


그림 5. 제어입력
Fig 5. Control Input

그림 5의 (a)는 제어 입력이 동일한 상태에서 스위칭면의 기울기에 따라 슬라이딩 모드에 도달하는데 소요되는 시간을 나타내고 있고 (b)는 스위칭면의 기울기가 동일할 때 제어입력의 크기따라 슬라이딩모드에 도달하는 시간을 나타내고 있다. 빗금부분 ⑤는 정방향 토크 ⑥은 부방향 최대 토크 제한구역을 의미한다. 그림 5에서 알 수 있는 바와 같이 제어 입력을 제한범위 내에서 크게 할수록 슬라이딩 모드에 도달하는 시간이 적게 소요되어 전체 이동 소요시간을 감소시킬 수 있는 장점이 있으나, 스위칭면의 기울기 변화에 비하여는 이동 소요시간 감소 정도가 적다.

4. 컴퓨터 시뮬레이션

가변 구조 제어 방법으로 로봇틀 제어하는데 필요한 제어 파라메타가 조인트 공간에서 조인트 각의 위치, 속도, 가속도 궤적에 미치는 영향을 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 2절과 3절에서 분석된 결과와 비교 분석하기로 한다. 로봇트 모델은 2차 자유도를 갖는 시스템으로서 [1]에서와 동일하게 선정하였다. 즉 (4)식의 $m_1 = 0.5 \text{ Kg}$, $m_2 = 6.25 \text{ Kg}$, $J_1 = J_2 = 5 \text{ Kg} \cdot \text{M}^2$, $r_1 = 1\text{M}$, $r_2 = 0.8\text{M}$ 이다.

제어 입력 이득 계수는 슬라이딩 모드 조건으로 부터 $\alpha_1^{(1)} = \alpha_2^{(1)} = 1.0$, $\beta_1^{(1)} = 9$, $\beta_2^{(1)} = 3$, $\beta_3^{(1)} = 4$, $\beta_4^{(1)} = 9$, $K_1 = 370$, $K_2 = 190$ 및 샘플링 주기는 10ms로 정하였다.

그리고 이동 출발점과 도착점은 조인트 공간에서 각각 조인트 각이 $(-75^\circ, -75^\circ)$, $(-15^\circ, -15^\circ)$ 로 설정하였고, 출발점과 도착점에서 속도와 가속도는 0으로 정하였다.

시뮬레이션은 조인트 1을 기준으로 스위칭면의 기울기를 변화시킴으로서 나타나는 결과에 대하여 비교 분석하는 것으로 수행한다.

그림 6은 (6)식에서 C_1 를 1.0으로 고정하고 C_2 을 C_1 , (1.0), C_3 (0.7), C_4 (0.5)으로 변화시켰을때 조인트 1의 각위치 궤적을 그린 것으로 C_1 값이 클수록 스위칭면에 도달하는데 시간이 많이 소요되고($t_{4s} = 1.27$ 초, $t_{5s} = 1.13$ 초, $t_{6s} = 0.93$ 초) 출발점에서 도착점까지의 총 이동 소요시간은 감소된다. ($t_{4f} = 5.63$ 초, $t_{5f} = 7.26$ 초, $t_{6f} = 9.59$ 초)

그림 7과 그림 8은 C_1 를 1.0으로 고정하고 C_2 을 C_1 , (1.0), C_3 (0.7), C_4 (0.5)으로 변화시켰을때 조인트 1의 각속도와 각 가속도 궤적을 그린 것으로서 C_1 값이 클수록 각 속도 및 각 가속도의 최대값이 커지고 스위칭면에 도달하는 시간과 출발점에서 도착점까지의 총 이동 소요시간은 그림 6의 경우와 같다.

그림 9는 C_1 를 1.0으로 고정하고 C_2 을 C_1 , (1.0), C_3 (0.7), C_4 (0.5)으로 변화시켰을때 위상 평면에서 위치 오차 상태변수의 궤적을 그린 것으로서 C_1 값이 클수록 스위칭면에 도달한 순간의 위치오차의 절대값이 작아지고 각 속도의 최대값이 커진다.

그림 10은 제어입력 토크의 시간에 따른 변화를 나타낸 그림이다. (a)의 경우 조인트 1의 제어 입력 계수를 일정하게 하고 스위칭면 기울기 C_1 을 C_1 , (1.0), C_2 (0.7), C_3 (0.5)으로 변화 시켰을때의 제어입력 토크 변화를 그린 것으로서 C_1 이 클수록 스위칭면에 도달하는데 시간이 많이 소요되어 출발점에서의 토크 극성을 오래 유지한다. (b)의 경우 조인트 1의 스위칭면 기울기를 일정하게 하고 ($C_1 = 1.0$) 제어입력 계수 중 K_1 을 K_1 , (450), K_2 , (370), K_3 , (300)으로 변화시켰을때의 제어입력 토크 변화를 그린 것으로서 K_1 값의 변화에 따른 이동 소요시간 변화는 스위칭면 기울기 변화에 비하여 무시할 정도이다.

5. 결론

본 논문에서는 로봇트 시스템의 제한요소들과 가변구조 제어 파라메타들 사이의 관계를 분석하였다. 로봇트 시스템의 내적인 제한요소로는 위치이동, 범위, 속도 및 가속도 한계 등이 있고, 외적인 요소로는 이동 소요시간과 경로 이발 한계 등이 있다. 본 논문에서 분석된 가변구조 제어 파라메타로는 스위칭면의 기울기와 제어입력 토크가 있는데 이 파라메타들과 로봇트시스템 제한 요소들과의 관계를 분석한 본 연구 결과는 가변구조를 이용하여 로봇트 시스템의 경로 추적 제어나 궤적 계획을 효과적으로 할 수 있는 기반이 될것이다.

참고문헌

[1] K.K.D.Young, "Controller design for a manipulator using theory of variable structure system", IEEE Trans. Syst., Man, Cybernetics, Vol. SMC-8, No.2, PP. 181 ~ 189, Feb, 1978.
[2] K.J.Bathe and E.L.Wilson, "Numerical methods in finite element analysis", Preutice-hall, 1976.
[3] M.Brady, J.M.Hollerbach, T.L.Johnson, T.L.Perez and M.T.Mason "Robot motion : Planning and controll", MIT Press, 1982.

- [4] H.H.Tan and R.B.Potts, "Minimum time trajectory planner for the discrete dynamic robot model with dynamic constraints", IEEE J. Robotics and Automation, Vol.4, No.2, April 1988.
- [5] B.H.Lee and C.S.G.Lee, "Collision-free motion planning of two robots", IEEE Trans. Syst., Man., Cybernetics, Vol. SMC-17, No.1, PP 21~ 32, Jan/Feb, 1987.
- [6] J.Y.S.Luh and C.S.Lin, "Optimum path planning for mechanical manipulators", ASME J. Dyn. Syst.Meas. contr., Vol.102, PP 142 ~ 151, June, 1981.
- [7] H.Hashimoto, K.Maruyama and F.Harashima, "A microprocessor-based robot manipulator control with sliding mode", IEEE Trans. Ind. Electro., Vol. IE-34, PP 11 ~ 17, Feb, 1987.
- [8] J.J.Slotine and S.S.Sastry, "Tracking control of nonlinear systems using sliding surfaces with application to robot manipulators", Int. J. contr., Vol.38, No.2, PP 465 ~ 492, 1983.

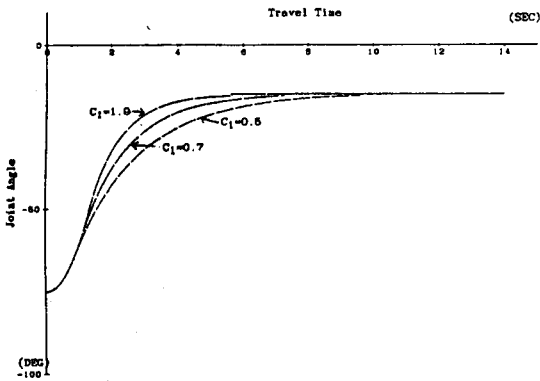


그림 6. 조인트 공간에서의 각위치 궤적
Fig 6. Angular position trajectory in the joint space

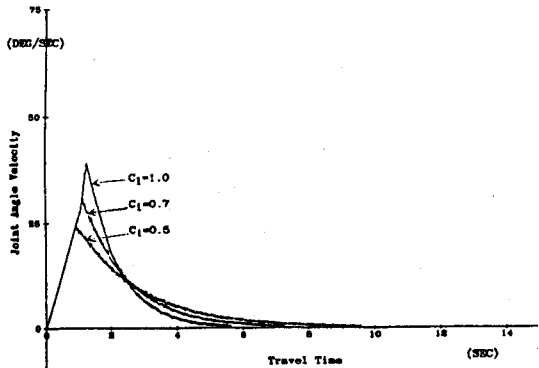


그림 7. 조인트 공간에서의 각속도 궤적
Fig 7. Angular velocity trajectory in the joint space

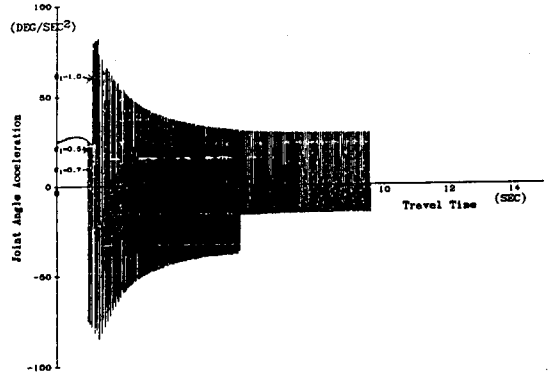
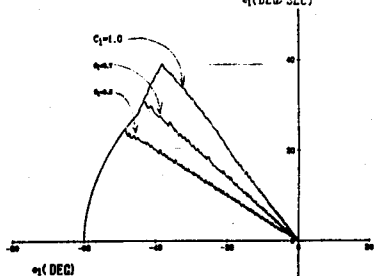
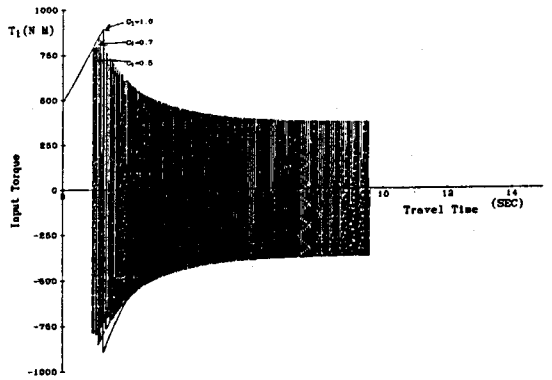
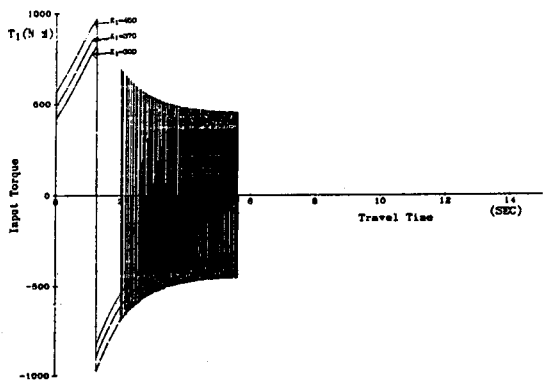


그림 8. 조인트 공간에서의 각 가속도 궤적
Fig 8. Angular acceleration trajectory in the joint space



(a) (2)식의 K, 을 고정하고 C, 을 변화시킨 경우



(b) C, 을 고정하고 (2)식의 K, 을 변화시킨 경우

그림 10. 제어 입력
Fig. Control input torque

그림 9. 위상 평면에서의 위치오차 이동 궤적
Fig 9. Angular position error trajectory in the phase plane