

김 주홍\* 엄 기원\*\* 조 현준\* 오 준남\* 김 진원\*

\*동국대학교 전자공학과

\*\*유한공업전문대학 전기과

A Proposal of Point - to - Point Optimal Control Mode

Kim, Joo Hong\* Eom, Ki Hwan\*\* Cho, Han Jun\* Oh, Jun Nam\* Kim, Jin Wan\*

\*Dongguk Univ. Electro. Dep. \*\*Yuhan Tech. College Elec. Dep.

Abstract

In the point-to-point motion on servo system, the control mode which minimizes the performance index including the impact of end point, time and energy, is proposed.

The proposed control mode applied to the feedback control system of D.C motor and then had a computer simulation.

This control mode had less the impact of end point, steady state error, time and energy than the bang-bang or the saturating-proportional control mode.

1. 서 론

최근 산업계에서 생산성향상을 위한 공장자동화는 크게 증대되고 있으며, 특히 산업용 로봇은 공장자동화의 주역으로 고속화 및高精度화가 요구되므로 이에 적합한 제어방식에 관하여 많은 연구가 진행되고 있다. 1)3) 또한 서어보계의 点間移動(Point-to-Point) 동작은 산업용 로봇팔의 기본동작으로 가장 널리 이용되고 있으며 작업을 순반작업은 이 동작만을 필요로 한다. 2) 点間移動 동작에서 목표값에 빠르게 도착할 수 있는 최소시간제어를 위하여는 正 및 負의 일정한 입력특성이 있는 뱅-뱅(Bang-Bang) 제어방식이 사용되고 있다. 이에 대해서는 1960 년대에 Wohham, Johnson 4), Smith 5) 등이, 1970년 이후에는 Kahn, Rotch 6), Lynch 7) 등에 의하여 연구가 있었으며 최근에도 高速運動을 위한 연구가 진행되고 있다.

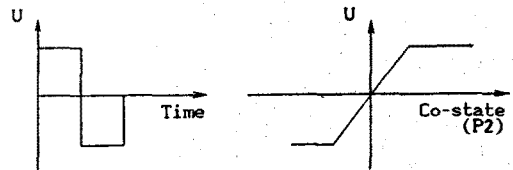
에너지 문제에 대해서는 제한된 시간내에 최소량의 에너지를 사용함이 바람직하며 Wei, Pearson 8), Friedland 9) 등에 의하여 연구되어 왔다. 산업용 로봇팔과 같은 点間移動 동작을 위한

서어보계에서 보다 정밀한 작업을 위해서는 동작의 정지점 부근에서 일어나는 충격이 작아야만 부드럽고 정밀하게 정지할 수 있다. 그러나 시간, 에너지 및 충격의 최소화는 서로 相反되는 관계이므로 이들을 동시에 최소화 시킬 수는 없다. 따라서 설계목적에 맞게 상호간의 輕重을 정하여 이들 전체의 최소화를 기대하지 않을 수 없다.

본 논문에서는 정지점 부근의 충격을 최소화하는 것을 重點으로 하고 검하여 동작시간과 에너지를 포함한 평가지수함수의 최소화를 위한 로봇팔의 点間移動 제어에 적합한 제어기의 제어방식을 제안하고, 그 특성을 컴퓨터 시뮬레이션하여 검토하였다.

2. 제어변수 형태의 제한

일반적으로 서어보계의 최소 시간제어는 뱅-뱅 제어, 즉  $U(t)$ 가 그림 1-a와 같은 형태를 갖으며 에너지 최소화 제어는 그림 1-b와 같은 제어변수가 된다. 10)



(a) Bang-Bang

(b) Saturating-Proportional

그림 1. 제어기의 특성

Fig. 1. The characteristics of controller.

충격의 최소화 문제는 정지점 부근에서 운동에너지가 零이 되는 것이 바람직하다. 따라서 속도가 零이 될 필요가 있고 운동의 도중에는 속도의 변화가 완만한 것이 기계와 공작물의 충격을 작게 한다.

이러한 이론에 입각하여 제어변수가 위치에 관하여 단순한 형태를 갖도록하여 실행을 쉽게 할 수 있는 제어방식을 그림 2 와 같이 제안한다.

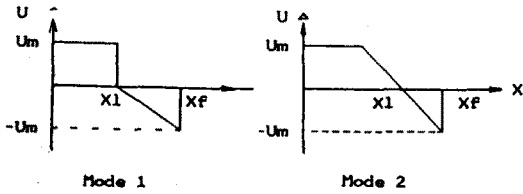


그림 2. 제안한 제어방식

Fig. 2. Proposed control mode.

그림 2에서  $U_m$  이 최대 포화입력이고  $X_f$ 는 최종거리,  $X_1$ 은 절점거리이다.  $-U_m$  을 취한 것은 실행을 간단히하기 위해서 이고  $X_1$ 이 최적제어 변수이다.

3. 제안한 제어방식의 최적설계

그림 3 은 제안한 제어방식을 적용시키는 점간 기동 동작을 위한 서어보계의 블록선도이다.

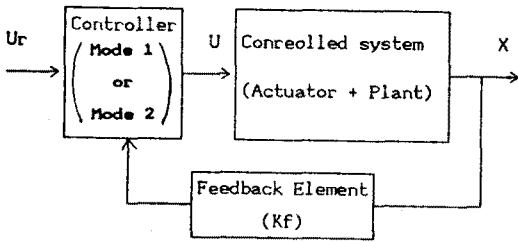


그림 3. 서어보계의 블록선도

Fig. 3. Block diagram of servo system.

그림에서 제어대상은 전기자제어 직류 전동기를 사용한 동력장치와 부하로 구성하였으며 제어기의 응답인 거리는 전압으로 변환하여 궤환시켰다. 상태방정식은 11)12)

$$\dot{X}(t) = AX(t) + BU(t)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -1/\tau \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ K/\tau \end{bmatrix} \quad (1)$$

이며 경계조건은

$$\begin{aligned} X(0) &= [0, 0]^T \\ X(T_f) &= [X_f, 0]^T \end{aligned} \quad (2)$$

와 같이 주어지며 최종시간( $T_f$ )는 미정이다. 여기서 정지점 부근의 충격과 동시에 시간, 에너지를 최소화하는 최적치( $X_1, t_f$ )를 구하기 위

해서 평가지수함수를 다음과 같이 정한다.

$$J = W_1(X - X_f) + W_2 v(t_f) + W_3 \int_0^{T_f} U(t) dt + W_4 \int_0^{T_f} dt \quad (3)$$

단  $W_1, W_2, W_3, W_4$  는 각각 거리, 충격, 에너지, 시간에 대한 加重常数(Weighting constant) 이고  $X$  는 이동거리,  $X_f$ 는 최종거리,  $U(t)$ 는 입력전압,  $v$  는 속도를 나타낸다. 식(3)에서 제 1 항은 거리를 최소화하는 조건 즉 정상오차를 최소화하는 조건이며 제 2 항은 운동에너지로서 충격의 최소를 위한 조건이다. 전동기에서 소비되는 전력은 입력전압( $U(t)$ )의 자승에 비례하고 에너지는 입력전압 자승의 적분에 비례하므로 에너지를 최소화 하는 조건이 제 3 항이다. 제 4항은 시간을 최소화 하는 조건이다.

식(3)에서 최적치( $X_1, T_f$ )의 계산을 위한 수치계산은 여러가지 방법이 있으나 상당량의 보조방정식과 많은 계산시간등의 문제점이 있으므로 3 点比较 察出法을 사용하였다<sup>13)</sup>

계산에서  $U_m$  은 7[V], 전동기의 이득상수  $K_1$  은 1.1, 운동계의 시정수는 0.075[sec] 로 하고 최종거리 ( $X_f$ )는 8[cm]로 하였다. 설계는 하중상수들에 대한 각각의 단위가 서로 다르므로 평가지수함수( $J$ )에 미치는 영향도 다르다. 그러므로 하중상수 값들을 정하기 위해서는 이들의 변화에 대한  $J$ 의 값을 검출하고 비교하여 상대적인 값으로 정하였다.

표 1은 하중상수들을 변화시켰을 경우  $J$  값을 비교한 것이다.

표 1. 하중상수의 비교

Table 1. Comparison of the weighting constants

J \ W	W1	W2	W3	W4
87.18108	150	20	1	1
1489.95738	150	1	20	1
140.25294	150	1	1	20
1.51587	150	20	0.01	0.2

표 1에서  $W_1 = 150, W_2 = 20, W_3 = 0.01, W_4 = 0.2$  인 경우에  $J$  값이 가장 작은 것을 알았다.

이와 같이 하중상수들을 정하고 시뮬레이션한 결과는 그림 5, 6 과 같다.

최적 절점거리는 6.070[cm]일때 최종시간  $T_f$  는 1.8213[sec]이다.

4. 컴퓨터 시뮬레이션

그림 3의 제어계에 일장에서 구한 최적제어치인 절점거리( $X_1$ ), 최종시간( $T_f$ )를 사용하여 설계한

제어기의 컴퓨터 시뮬레이션은 다음과 같다.

제안한 제어방식에 앞에서 구한 최적변수들을 이용한 방법과 그림 4의 제어방식들을 동일한 제어계에 적용하여 비교 검토한 결과의 컴퓨터 시뮬레이션은 그림 5, 그림 6, 그림 7이며 표 2는 제안한 제어방식과 이들의 컴퓨터 결과를 비교한 것이다.

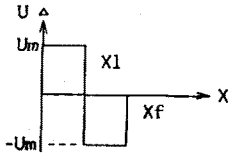


그림 4. Bang - Bang 제어모드  
Fig. 4. Bang - Bang Control Mode.

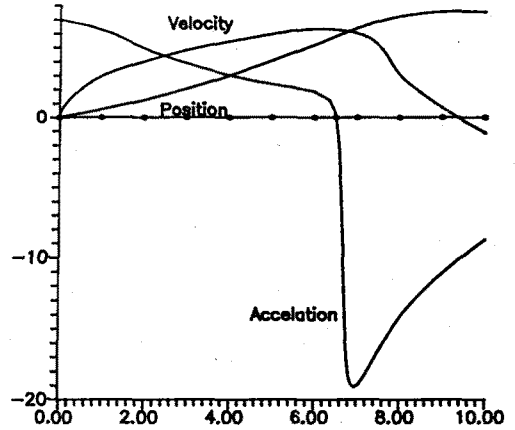


그림 7. Bang-Bang 방식  
Fig. 7. Bang - Bang Control.

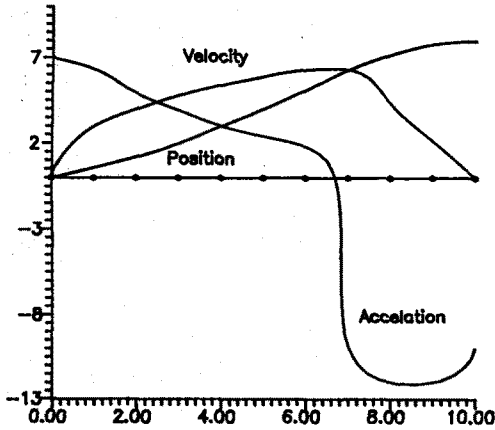


그림 5. 제안한 제어모드 1  
Fig. 5. Proposal control mode 1.

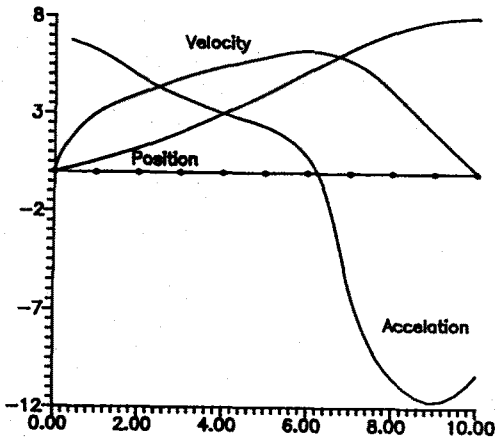


그림 6. 제안한 제어모드 2  
Fig. 6. Proposal control mode 2.

표 2. 각 제어방식의 특성비교  
Table 2. Comparison of each control mode's characteristics.

	방명방식	MODE 1	MODE 2
평가함수 J	7.72414	1.5159	2.5873
정지점 거리 Xe	6.3727	6.0700	5.0300
정상오차 Es	0.5167	0.0019	0.0012
최종시간 Tf	1.8428	1.8213	1.8408
최종속도 Vf	-1.1489	0.0076	0.0106

표 2에 의하면 제안한 제어방식이 평가지수함수, 정상오차, 최종시간, 최종속도가 가장 작으므로, 정지점 부근에서 충격을 최소화하는 것을 중점을 두고 시간 및 에너지를 최소로 하는 최적제어 방식으로 가장 바람직함을 알았다.

5. 결론

서어보계의 점간이동 동작에서 정지점부근의 충격에 중점을 두고 시간 및 에너지의 최소화를 위한 최적제어조건을 만족시키며, 실현하기 쉬운 제어방식을 제안하였다.

제안한 제어방식을 직류전동기를 동력장치로 이용한 제어계를 설계하여 컴퓨터 시뮬레이션하여 검토하였다.

그 결과 제안한 방식이 기대한 제어특성을 갖고 있음을 알았으며, 본 제어방식과 뱅-뱅 제어방식 그리고 포화-비례 제어방식등을 동일한 피제어계에 적용시켜 본 결과 제안한 제어방식이

정지점부근의 충격, 정상오차, 소요시간, 소요에너지 등이 가장 적은 것을 알았다.

이상과 같이 본 제어방식은 제어계의 특성이 좋고, 실용이 간단하므로 산업용 로봇의 필 제어에 알맞는 방법으로 사료된다.

### 참 고 문 헌

1. John J. Craig, "Introduction to Robotics", Addison-Wesley Pub. Co., Inc., 1986.
2. Rechar Paul, "Robot Manipulators", MIT Press, 1981.
3. Yoram Koren, "Robotics for Engineers", McGraw Hill, Inc., 1985.
4. W.M. Wohham and C.D. Johnson, "Optimal Bang-Bang control with Quadratic Performance Indices, " in Proc. Joint Automat. Contr. Conf., Minnaplis, MN, June, 1963.
5. Mthanassiades and O.J. Smith, "Theory and Design of High Order Bang-Bang Control Systems" , IRE Trans. Automatic Control AC-6, pp.125-134 , 1961
6. M.E. Kahn and B.E. Roth, "The Near Minimum Time Control of Open Loop articulated Kinematic Chains", ASME J. DSMC, vol. 93, no. 3, pp. 164-172 , sept, 1971
7. P.M. Lynch, "Minimum-time, Sequential Axis Operation of a Cylindrical Two-axis Manipulator", in Proc. Joint Automat. Cont. Conf., Paper WP-2A, 1981
8. K.C. WEI, A.E. Pearson, "On Minimum energy Control of Commutative Bilinear Systems," IEEE Trans. Auto. Cont., vol. AC-23, no. 6, Dec., pp. 1020-1023 , 1978
9. B. Friedland, "The design of Optimum Controller for Linear Proceeding with Energy Limitations , " in Proc. of the 1963, Joint Auto. Cont. Con f., pp .12-4-1~12-4-12, 1963.
10. Stanley M. Shinnners, "Modern Control System theory and Application", 2nd Ed., New York Institutud e of Technology, 1978.
11. Donald E. Kirk, "Optimal Control Theory an Intr oduction", prentice-Hall Inc., 1970.
12. Ogata, " State Space Analysis of Control System s," prentice-Hall Inc., 1967.
13. 최 형 준, " 逐次 二等分累出法에 의한 制御 器의 最適設計", 東國大學校 전자공학과 석사 학회논문, 1986.