

A Study on the Design of Lead Compensator  
in PLL Speed Control System.

In Young Suh Han Woong Park Young Moon Park  
Pusan National University

Abstract

This paper presents a lead compensator in the loop of PLL speed control system. The compensator improves dynamic response. Digital computer simulation shows its superiority to the conventional method.

1. 서 론

직류전동기의 속도 제어에는 DC Tachometer 를 이용한 서보 제어계가 속도 제어 방식의 주종을 이루어 왔으나 이 방식은 속도 명령과 실제 속도 사이에 어느 정도의 오차가 발생한다.

이것은 속도 검출기의 검출오차 및 다른 아날로그 소자의 오차에 기인하여 최상의 경우도 0.2% 이하의 속도 제어는 어렵다. 또한 Conveyer 와 같이 각 전동기간에 동기화가 요구되는 경우도 있어 PLL(Phase-Locked Loop) 제어 시스템이 고려되었다. 최초로 PLL은 통신 시스템에서 신호의 동기를 위해 쓰인 방식으로 IC 소자의 발달과 더불어 구성 부품의 소형화 및 가격의 절감으로 전동기 제어에 적용되게 되었다.<sup>(1)</sup>

직류전동기의 PLL속도 제어 방식은 전동기의 속도 제어 정도가 크게 요구되거나, 전동기간의 상호 동기가 되어야 하는 경우, 컴퓨터의 디스크 구동장치 등과 같이 기존의 Clock 신호와 동기되어야 하는 경우, DC Tachometer, Potentiometer 등의 마찰요소를 제거해야 하는 경우, 시스템의 소형화가 요구되는 경우에 응용된다.

본문에서는 기존의 PLL 속도 제어 시스템에서 속도 제어 루프에 Lead 보상기를 첨가하여 과도 응답특성을 향상하는 제어 방법을 제안하고 이를 컴퓨터 시뮬레이션과 실험을 통해 타당성을 확인코자 한다.

2. PLL 속도 제어의 원리

그림1은 일반적인 PLL 속도 제어 방식을 나타낸다. PLL 속도 제어법은 기존 펄스와 교환 펄스간의 위상차에 비례하는 전압에 따라 전동기에 인가하는 전압의 크기를 조정하는 방식이다.

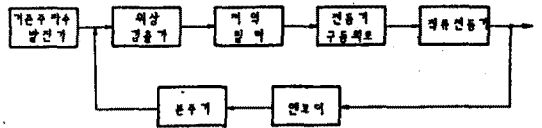


그림1. 일반적인 PLL 속도 제어 시스템

여기서 각부분에 대해 간단히 살펴보면, 기준주파수 발전기는 위상검출기에 기준치로 공급되는 주파수이므로 일정주파수로 발전해야 한다. 그러므로 전원전압 변동이나 온도변화 등에 대하여 높은 안정도를 유지해야 하는 것으로 수정 진동자를 이용한다. 위상검출기는 PLL 제어 외로에서 가장 중요한 부분으로 위상차에 비례하는 전압을 발생시키는 소자로 아날로그형과 디지털형이 있으나 IC 소자의 발달로 보통 디지털 소자를 사용한다. 적역여파기는 위상검출기에서 발생하는 고주파성분과 잡음을 제거하기 위한 것이며 응답특성에도 영향을 준다.

어따기에는 수동형과 능동형이 있으며, 능동형이 수동형보다 동적특성 및 안정도 측면에서 우수하다. 주파수 분주기는 엔코더에서 발생된 속도에 비례하는 펄스를 적당한 크기로 분주하여 위상검출기에 입력시킨다. 전동기의 속도는 기준주파수를 분주하거나 엔코더에서 구해지는 주파수를 분주하여 제어한다.

타여자 방식인 직류전동기의 등가 블록 선도는 그림2와 같다.

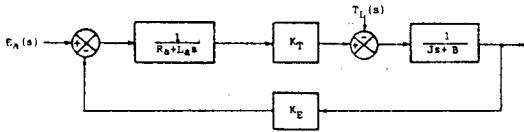


그림2 타여자 직류전동기의 등가 블록선도

전기자 전압과 전동기 속도에 대한 관계는

$$\frac{\omega_a(s)}{E_a(s)} = K_T \cdot \frac{1}{(R_a + L_a s)(B + Js) + K_E K_T} \quad (2-1)$$

로 표현된다. 전기적 시정수  $\tau_e = L_a/R_a$  이고, 기계적 시정수  $\tau_m = J/B$  인데 일반적으로  $\tau_e \ll \tau_m$  이므로 전동기의 전달함수  $T(s)$ 는

$$T(s) = \frac{\omega_a(s)}{E_a(s)} = \frac{K_T}{R_a \cdot J} \cdot \frac{1}{s + 1/\tau_m} \quad (2-2)$$

$$\text{단, } T_m = \frac{R_a \cdot J}{K_E K_T + R_a \cdot B} \quad (2-3)$$

이다. 이 식에서  $K_T$ 는 토크 상수,  $K_E$ 는 역기전력 이득상수이며, 제동저항  $B$ 를 무시하면

$$T(s) = K_m \cdot \frac{1}{s + 1/T_m} \quad (2-4)$$

$$\text{단, } K_m = \frac{1}{K_E \cdot T_m} \quad (2-5)$$

이다. 실제 제어에 사용한 전동기의 파라메타 값은  $R_a = 6.0 \Omega$ ,  $K_E = 0.07 \text{ V/rad/S}$ ,  $K_T = 0.07 \text{ N}\cdot\text{m/A}$ ,  $J = 4.593 \times 10^{-5} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$  를 대입하면

$$T(s) = \frac{254.2}{s + 17.8} \quad (2-6)$$

로 된다.

### 3. Lead-Lag 보상의 원리

일반적인 PLL 제어 외로에서는 속도응답 특성을 개선하기 위해 위상검출기 출력값을 지연어따기를 사용하여 고주파 성분과 잡음을 제거하면서 Lag 효과를 가진다. 그러므로 응답 특성을 향상시키기 위해서는 Lead 제어를 첨가하여야 할 것이다.

Lead외로를 첨가한 전체 블록선도는 다음과 같다.

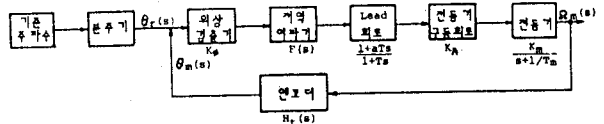


그림3 Lead 보상기를 첨가한 PLL 속도 제어 시스템의 블록선도

#### 3.1 Lead 외로의 해석

Lead 외로의 전달함수는 다음과 같다. (2)

$$Q(s) = \frac{1 + \alpha Ts}{1 + Ts} \quad (3-1)$$

단,  $\alpha > 1$

단위 계단입력에 대한 Lead 외로의 시용답 특성을 살펴 보면

$$Q(t) = 1 + (\alpha - 1)e^{-t/T} \quad \text{에서}$$

i) 초기 최대치  $Q(0) = \alpha$

ii)  $t=0$ 에서의 접선 기울기

$$\frac{dQ(t)}{dt} = (1 - \alpha)e^{-t/T} / T$$

$$\frac{dQ(0)}{dt} = \frac{1}{T} (1 - \alpha)$$

iii) 접선의 방정식

$$Q(t) = \{(1 - \alpha)t/T\} + \alpha$$

iv)  $Q(t)$  이과 만나는 점

$$1 = 1/T \{(1 - \alpha)t + \alpha T\}$$

$$\therefore t = T$$

즉 접선은  $T(\text{sec})$  후에 입력 Step 값과 만난다.

v)  $t = \infty$  의 값

$$Q(\infty) = 1$$

$Q(t)$  의 최종값은 입력 Step 값과 같다.

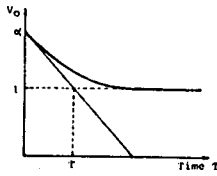


그림4 Lead 회로의 시응답 특성

3.2 PLL 회로의 설계

그림3에서 Lead회로를 제외한 루우프 전달함수는

$$G(s)H(s) = K_p \cdot F(s) \cdot K_A \cdot T(s) \cdot H_v(s) \quad (3-2)$$

여기서, 적역여파기는 Type II여파기로서

$$F(s) = \frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{s + 1/T_2}{s} \quad (3-3)$$

단,  $T_2 = RC$  이고  $H_v(s)$ 는  $N/S$ 으로 표시할 수 있다.

따라서,

$$G(s)H(s) = \frac{k(s+b)}{s^2(s+a)} \quad (3-4)$$

단, 
$$k = \frac{N \cdot K_p \cdot K_A \cdot R_2}{K_v \cdot T_m \cdot R_1} \quad (3-5)$$

$$a = \frac{1}{T_m} \quad (3-6)$$

$$b = \frac{1}{T_2} \quad (3-7)$$

이다. 일반적으로 제어시 계동비율은 0.707-1 사이로 하여 주파수 대역이 그다지 감소되지 않고 넓은 이득영역에서 제어가 가능하도록 a/b는 7.5로 정하는 것이 적절하다고 알려져 있다. (3)

a/b = 7.5로 설계하면  $\zeta = 0.707$ 인 곳이 두군데가 된다. 특정 시스템의  $\zeta$ 가 어떤 값일지라도 Lead를 설계하면 이득이 큰쪽의  $\zeta = 0.707$ 점으로 옮겨가서 시응답은 같아지지만  $\zeta$ 가 0.707보다 작은값에서 보상기를 설계하면 실제 시스템을 구성할 경우 보상기 이득  $\alpha$ 가 아주 커져서 포화되는 문제가 발생하므로 이득이 낮은쪽의  $\zeta = 0.707$ 인 점에서 PLL을 설계한 다음 적절한 Lead를 사용해서 이득이 큰쪽의  $\zeta = 0.707$ 인 점에서 동작하도록 했다. 이렇게 해서 구한 이득은 89이고 그때의 고유진동수는 4.24 rad/s이다.

3.3 Lead의 설계

PLL제어 루우프에 Lead 보상기를 첨가한 전체 제어 시스템의 루우프 전달함수는

$$G(s)H(s) = \frac{89(s+2.4)}{s^2(s+17.8)} \cdot \frac{1+\alpha T s}{1+T s} \quad (3-8)$$

이다. 식(3-8)의 특성방정식은 식(3-9)가 되고 궤적의 시작점은 식(3-8)에서  $\alpha=0$ 인 점이다.

$$1 + \frac{T s^3 (s + 17.8)}{s^3 + 17.8 s^2 + 89 s + 213.6} \quad (3-9)$$

위의 식에 대한 근 궤적은 그림5의  $G_1(s)$ 와 같다.

전체루우프 전달함수를 다음과 같이 놓고 ( $\alpha=0$ )

$$1 + \frac{89(s+2.4)\alpha T s}{s^3(s+17.8)(1+T s) + 89(s+2.4)} \quad (3-10)$$

$T=0.4, 0.5, 1, 25$ 일 때의 Root Contour를 그리면

그림5의  $G_2(s)$ 와 같다.  $G_2(s)$ 로부터  $T=0.5, \alpha=1.75$ 가 가장 적합함을 알수 있으며 그 전달함수는

$$Q(s) = \frac{1+0.875s}{1+0.5s} \quad (3-11)$$

로 표현된다.

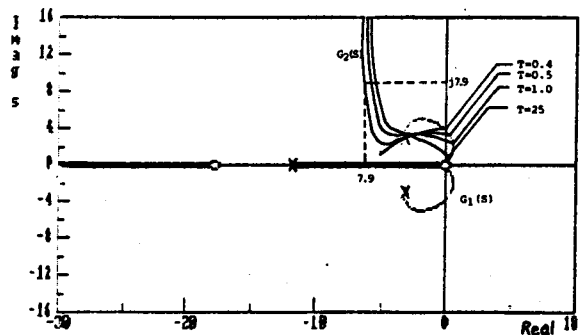


그림5 시스템의 Root Contour

$T=89(-3.0 \pm j3.0), 152(-7.08 \pm j7.09)$  일때 Lead 보상을 하지않은 시응답과  $K=89$ 일때  $\frac{1+0.875s}{1+0.5s}$  의 보상을 실시했을 경우가 그림6이다.

표1에서 알수 있듯이 관성모우먼트 J가 커지면 보상기의 시정수는 커져야 함을 알수 있다.

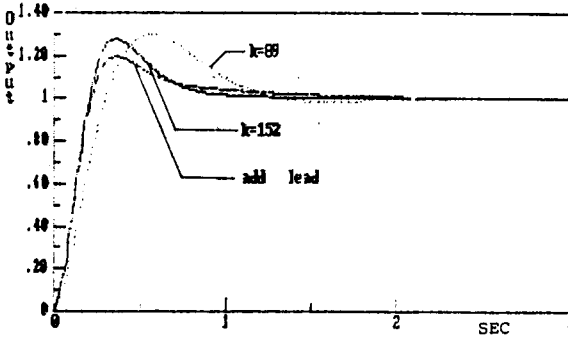


그림6 무부하시 보상과 무보상의 시응답 특성

전동기의 부하를 변화시켰을 때, 즉 관성 모우먼트를 변화시켰을 경우에는 전동기의 극점이 달라지고 따라서  $a/b = 7.5$  가 되는 적역 필터의 영점도 달라진다.

관성 모우먼트를 1-4 배 까지 변화시킬때 적당한 Lead 외로의 상수 값을 설계하면 표1과 같으며,

J = 1.6 배, 2.5 배 일때의 시응답을 살펴보면 그림7과 같다.

표1. 관성모우먼트 변화에 따른 루우프방정식과 보상기 상수

J (배)	G(s) H(s)	$\alpha$	T
1	$\frac{89 (s+2.4)}{s^2 (s+17.8)}$	1.75	0.5
1.3	$\frac{53 (s+1.83)}{s^2 (s+13.7)}$	2.01	0.7
1.6	$\frac{35 (s+1.5)}{s^2 (s+11.1)}$	1.75	0.8
2.0	$\frac{22 (s+1.2)}{s^2 (s+8.9)}$	1.78	1.1
2.5	$\frac{14.1 (s+0.95)}{s^2 (s+7.12)}$	1.75	1.5
3	$\frac{10 (s+0.79)}{s^2 (s+5.93)}$	1.75	1.4
4	$\frac{5.6 (s+0.6)}{s^2 (s+4.45)}$	1.74	2.1

4. 결론

직류전동기 PLL속도제어시 과도 응답 특성을 향상하기 위해 속도 제어 루우프에 Lead 보상기를 첨가하였다.

전동기의 관성모우먼트에 따라 적역필터와 Lead보상기를 적절히 설계해야 하며, 이 보상기를 향상된 응답특성을 얻을 수 있음을 알 수 있었다.

참 고 문 헌

- 1) A.W.Moore, "Phase-Locked Loops for motor-speed control." IEEE, Spectrum. Vol.10, p61-67, April 1973.
- 2) B.C.KUO, Automatic Control Systems, Prentice-Hall
- 3) Hoang, Le-Huy, "A Synchronous Thyristorized DC Motor Motor Drive." IEEE, Vol.IA-15, No.2, 1979.

