

'88 추계학술대회
'88 - K - 1

* 안 수 관 , 배 준 경 , 박 중 국
경 의 대 학 교

ROBOT ARM DYNAMIC CONTROL BY COMPUTER

* Sou Kwan Ann , Jun Kyung Bae , Chong Kug Park
Kyung Hee University

ABSTRACT

This paper discuss which new dynamic control method for robot arm. It is based on nonlinear feedback and T transformation which externally linearizes the whole system and provides simultaneous output decoupling. The nonlinear feedback augmented with optimal error correcting controller, which operates on the task error level.

Computer simulation were applied to evaluate the performance of new dynamic control method. The simulation results are discussed in detail.

1. 서론

운동 제어에 있어서 중요한 관심은 로봇 팔에 대한 외부운동 매개변수에 대한 내부운동변수의 관계를 수학적 함수로 나타내는 것이다.

일반적으로 강체 로봇 팔의 역학제어 방법은 거의 비선형성과 강한 couple 관계로 이루어져 있다.

본 논문은 비선형성과 couple인 로봇 팔의 역학제어 방정식을 T 변환을 사용하여 시스템을 선형으로 만들고 동시에 슬력을 decouple 하게 하였고, 추적 오차를 줄이기 위해 최적 오차수정기를 시스템에 추가하여 오차를 감소시키는 방법에 대해서 연구하였다.

시뮬레이션에 사용된 로봇 팔은 6 개의 자유도를 갖는 Stanford 로봇 팔을 이용하였고, 단지 3개의 조인트에 대하여 최적오차 수정제어를 부가한 것과 부가하지 않은 경우에 대하여 시뮬레이션을 하였다

2. 비선형 궤환 로봇 팔 제어

일반적으로 비선형 궤환 제어는 상태방정식 형태로 표현되며, 본 절에서는 이러한 상태방정식을 이용하여 강체 로봇 팔의 비선형 역학제어 방정식을 묘사해 보겠다.

2-1. 역학제어모델

m 자유도 강체 로봇 팔의 역학방정식은 다음과 같다.

$$\tau_i = \sum_{j=1}^m D_{ij}(q)\ddot{q}_j + \sum_{\substack{j,k=1 \\ j \neq k}}^m D_{ijk}(\dot{q}_j)\dot{q}_k + D_i(q) \quad i=1, \dots, m \quad \text{-----(1)}$$

τ_i 는 i 번째 조인트의 운동에서 일어나는 힘이고, D_{ij} 는 관성항, D_{ijk} 는 원심력, D_i 는 i 번째 조인트의 중력항이다. JPL Stanford 로봇 팔의 3개의 조인트에 대한 역학모델 다음 같다.

$$\tau_i = \sum_{j=1}^3 D_{ij}(q)\ddot{q}_j + \sum_{\substack{j,k=1 \\ j \neq k}}^3 D_{ijk}(q)\dot{q}_j\dot{q}_k + D_i(q) \quad i=1, \dots, 3 \quad \text{-----(2)}$$

Actuator 모델은 다음과 같으며,

$$q_j = a_i \dot{q}_i + f_i \tau_i + b_i u_i, \quad i=1, \dots, m \quad \text{-----(3)}$$

a_i, f_i, b_i 는 상수이고, u_i 는 i 번째 actuator에 대한 입력이다. [3]

작업공간에서 조인트 변수에 대한 end-effect 위치는 다음과 같다.

$$y = \begin{cases} y_x = \cos q_1 \sin q_2 r_3 - \sin q_1 r_2 \\ y_y = \sin q_1 \sin q_2 r_3 + \cos q_1 r_2 \\ y_z = \cos q_2 r_3 \end{cases} \quad \text{-----(4)}$$

상태변수 x_i 를 다음과 같이 정의한다.

$$x_i = (q_1, q_2, r_3, \dot{q}_1, \dot{q}_2, \dot{r}_3) \quad i = 1, \dots, 6$$

(2)와(4) 식으로 부터, JPL Stanford 로봇 팔의 역학방정식은 다음과 같다.

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \\ \dot{x}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ - & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \dots \\ [D(\tilde{x})^{-1} \cdot P(x)] \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ \dots \\ [D(\tilde{x})^{-1}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{bmatrix} = f(x) + \sum_{i=1}^3 g_i(\tilde{x}) w_i$$

$$y(\tilde{x}) = \begin{bmatrix} h_1(x_1, x_2, x_3) \\ h_2(x_1, x_2, x_3) \\ h_3(x_1, x_2, x_3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos x_1 \sin x_2 x_3 - \sin x_1 r_2 \\ \sin x_1 \sin x_2 x_3 + \cos x_1 r_2 \\ \cos x_2 x_3 \end{bmatrix}$$

-----(5)

$$P(q, \dot{q}) = - \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial q_1} \frac{\partial}{\partial q_2} \frac{\partial}{\partial q_3} \\ \dots \\ \frac{\partial}{\partial q_1} \frac{\partial}{\partial q_2} \frac{\partial}{\partial q_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_{1jk}(q) \dot{q}_j \dot{q}_k + D_1(q) \\ D_{2jk}(q) \dot{q}_j \dot{q}_k + D_2(q) \\ D_{3jk}(q) \dot{q}_j \dot{q}_k + D_3(q) \end{bmatrix}$$

여기서 $x=(x_1, \dots, x_6)$, $\tilde{x}=(x_1, x_2, x_3)$ 이고, 위의 방정식은 D 와 y 함수로서 표현되며 w 는 제어 입력 값이다.

2-2. 로봇 팔 제어에서의 비선형 궤환

- 1) 비선형 궤환 $w = \alpha(x) + \beta(x)v$
- 2) 비선형 궤환과 T 변환 후에 시스템은 선형화 되고, 동시에 슬랙은 decouple 된다. 비선형 궤환 과 T 변환은 다음과 같이 정의한다

(1). 비선형 궤환 :

w 는 로봇 팔에 공급되는 제어 입력값이다.

$$w = \alpha(x) + \beta(x)v$$

$$= -D(\tilde{x})J_h^{-1} \frac{\partial}{\partial h} \begin{bmatrix} x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} \cdot P(x) + D(\tilde{x})J_h^{-1} \dots \text{-----}(6)$$

여기서 $\alpha(x)$ 는 보상항이고 $\beta(x)$ 는 이득항이다 J_h 는 $h(x_1, x_2, x_3)$ 의 자코비인 행렬이고, $D(\tilde{x})$ 와 $P(x)$ 는 앞에서 정의 하였다.

(2). T 변환 :

$$z = T(x) = (h_1(x), Lf_1 h_1(x), h_2(x), Lf_2 h_2(x), h_3(x), Lf_3 h_3(x))^T$$

여기서 L 는 Lie 미분 연산자이고, 다음의 같이 계산된다.

$$L_f h = [f, h] = \frac{\partial h}{\partial x} f - \frac{\partial f}{\partial x} h$$

여기서 f 와 h 는 식 (5)에서 구해지며, 위에서 주어진 비선형궤환과 T 변환을 사용하면 비선형 역학방정식은 다음과 같이된다.

$$\dot{z} = Az + Bv \text{-----}(7)$$

$$y = Cz \text{-----}(8)$$

여기서

$$\begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \\ z_5 \\ z_6 \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

위의 시스템은 다음과 같은 3개의 독립된 선형부 시스템으로 구성된다.

$$\dot{z}_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} z_i + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} v_i$$

$$y_i = [1 \ 0] z_i$$

비선형 궤환과 T 변환 후 각 선형 부 시스템은 원점에서 2 중 극점을 갖기 때문에 불안정한 시스템이 된다.

따라서 새로운 궤환 제어방법을 도입하여 안정된 시스템이 되도록 한다.

3. 최적 오차 수정과 안정화

3-1. 선형 PD 제어기에 의한 안정화

시스템에 선형 궤환 부우프 F 를 추가하고 대각 행렬로 극점을 할당하면, 시스템은 decouple 한 선형 시스템이 된다. F 를 추가한 후 궤환 부우프는 다음과 같다.

$$\dot{v} = v - Fz$$

여기서, F 행렬은 다음과 같다.

$$F = \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & f_{21} & f_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & f_{31} & f_{32} \end{bmatrix}$$

따라서, 식(7,8) 은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{z} &= Az + B(v - Fz) \\ &= (A - BF)z - Bv \end{aligned} \text{-----}(9)$$

$$\dot{z} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -f_{11} & -f_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -f_{21} & -f_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -f_{31} & -f_{32} \end{bmatrix} z$$

$$+ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix}$$

$$y = Cz \quad \text{-----(10)}$$

따라서, 3 개의 독립된 부 시스템은 다음과 같이 2차 형태를 갖는다.

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_{2i-1} \\ \dot{z}_{2i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -f_{i1} & -f_{i2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_{2i-1} \\ z_{2i} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} v_i \quad \text{---(11)}$$

$$y_i = [1 \ 0] \begin{bmatrix} z_{2i-1} \\ z_{2i} \end{bmatrix} \quad \text{for } i = 1, 2, 3 \quad \text{---(12)}$$

부 시스템의 극점 계산 방법은 다음과 같다

$$z_{1,2} = -\zeta \omega_n \pm \omega_n j \sqrt{1 - \zeta^2}$$

여기서 ζ = 감쇠계수

ω_n = 고유 주파수

그리고 $\omega_n^2 = f_{i1}$, $2\zeta \omega_n = f_{i2}$

식(11,12)는 선형화된 실제 시스템 방정식이
고, 슬럭 decouple과 안정화는 다음과 일치한다

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_{2i-1}^d \\ \dot{z}_{2i}^d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -f_{i1} & -f_{i2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_{2i-1}^d \\ z_{2i}^d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} v_i^d \quad \text{---(13)}$$

$$y_i^d = [1 \ 0] \begin{bmatrix} z_{2i-1}^d \\ z_{2i}^d \end{bmatrix} \quad \text{for } i = 1, 2, 3 \quad \text{---(14)}$$

y_i^d 는 요구되는 경로이며, 여기서 첨자 "d"는
모델 방정식을 표시한다.

각 decouple 시스템에 대해서 슬럭 오차 e_i
는 다음과 같다.

$$e_i = \begin{bmatrix} e_{i1} \\ e_{i2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_i - y_i^d \\ \dot{y}_i - \dot{y}_i^d \end{bmatrix}$$

식 (11,12)와 (13,14)부터

$$(v_i - v_i^d) = (\dot{y}_i - \dot{y}_i^d) + f_{i2}(\dot{y}_i - \dot{y}_i^d) + f_{i2}(y_i - y_i^d)$$

최의 식을 이용하여 오차 행렬을 나타내면
다음과 같다.

$$\dot{e}_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -f_{i1} & -f_{i2} \end{bmatrix} e_i + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} (v_i - v_i^d) = A_{ie} e_i + b_{ie} \Delta v_i \quad \text{---(15)}$$

3-2. 오차 최적화

v_i 의 평가 함수를 최소화기 위해 최적오차
수정 제어 부우프를 부가하면 다음과 같다.

$$J(\Delta v_i) = \int_0^T \Delta v_i^T R \Delta v_i dt + \int_0^T e_i^T(t) Q e_i(t) dt + e_i^T(T) S e_i(T) \quad \text{---(16)}$$

여기서 R = positive definite matrix
 Q, S = positive semidefinite matrix
 T = terminal time

최적이므로 부터, Δv_i 는 다음과 같다.

$$\Delta v_i = -R^{-1} b_i^T P(t) e_i(t) \quad \text{---(17)}$$

여기서, $P(t)$ 는 다음과 같다,

$$P(t) = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{12} & P_{22} \end{bmatrix}$$

최의 값은 Riccati 식의 양수 해이다.

Riccati 식의 양수 해를 식(17)에 대입하면
 Δv_i 는 다음과 같다.

$$\Delta v_i = -R^{-1} b_i^T P e_i(t) - R^{-1} [P_{12}(y_i - y_i^d) + P_{22}(\dot{y}_i - \dot{y}_i^d)] \quad \text{---(18)}$$

본 논문에서 제시된 모모모 팔의 역학제어
방법은 그림1에 나타나 있으며, 이 방법은 3
개의 단계로 되어 있다.

- 1) 비선형제어와 T 변환을 사용하여 선형이고,
동시에 슬럭이 decouple 한 시스템으로 바꾼다.
- 2) 부 시스템에 대하여 선형오차수정 PD 제어
기를 부가하여 시스템이 안정되게 한다.
- 3) 부 시스템에 최적오차수정 제어기를 부
가하여 강건한 제어가 되게 한다.

4. 모의 실험

초기 오차 값은 다음과 같다.

$$e(0) = (4cm, 16cm, -4cm, 12cm/s, -28cm/s, -0.2cm/s)$$

고유 주파수 : 10, 감쇠 계수 : 1

임과 회전력 제한: 300 N.m (또는 N)

최적오차수정에서 R, Q, S 행렬은 다음과 같이
선택한다.

$$R = 0.02$$

$$Q = \begin{bmatrix} 61500 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}, \quad S = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 150 \end{bmatrix}$$

시뮬레이션에서 바라는 경로는 다음과 같다.

$$X = 0.707r(\cos \omega t + 2), \quad Y = r \sin \omega t$$

$$Z = 0.707r(\cos \omega t + 2), \quad r = 0.3m$$

그림(2,3)은 최적오차수정을 하였을 경우이고 그림(4,5)은 최적오차수정을 하지않은 경우를 나타내었다.

5. 결론

시뮬레이션 결과로, 역학제어 시스템에 T 변환과 비선형 변환을 적용하여 비선형 시스템을 선형으로 만들고, 동시에 슬랙이 decouple 되게 하였을때, 궤환 부우프에 최적오차 수정제어기를 부가한 경우의 오차 값은 부가하지 않은 경우의 오차값 보다 10% 줄어듬을 알 수 있었다 그러므로, 본 논문외의 로봇팔 역학제어 방법은 오차를 감소 시키는 좋은 평가특성을 갖는다는것을 알 수 있었다.

비선형 변환에 최적오차 수정제어기를 부가할 경우 모델의 매개 변수가 불확실한 경우도 강한 성능과 만족스러운 추적오차를 보였다.

6. 참고 문헌

- 1) R.P.Paul, Robot Manipulator: Mathematics Programming and Control, The MIT Press, 1988.
- 2) E.Freund, Fast Nonlinear Control with Arbitrary Pole Placement for Industrial Robot and Manipulator, The International Journal of Robotics Reserch 1(1), The MIT Press, 1982.
- 3) M.Vukobratovic and D.Stokic, Control of Manipulation Robot, Springer Verlag, Berlin, 1982.
- 4) T.J.Tarn, A.K.Bejczy, A. Isidori and Y. Chen, Nonlinear Feedback in Robot Arm Control, Proceeding of 23rd IEEE Conference on Decision and Control, pp.736-751, Las Vegas, Nevada, December 1984.
- 5) A.I, Richard P.P "Computation of The Inertial And Gravitation Coefficients of The Dynamics Equation For a Robot Manipulator With a Lode" Department of Computer Information Science, pp.1024-1032, University of Pennsylvania.

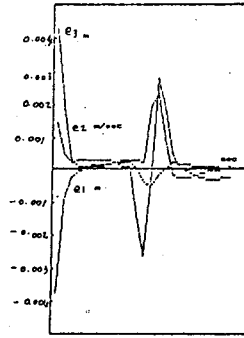


그림2. 최적 오차 수정 제어기를 부가한 오차
이론 0의 위치 오차, 0.2는 0의 위치 오차, 0.2는 0의 속도 오차.

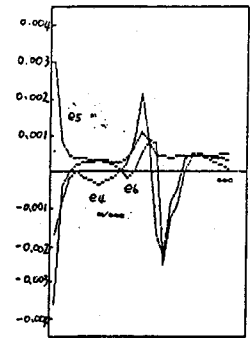


그림3. 최적 오차 수정 제어기를 부가한 오차
이론 0의 위치 오차, 0.2는 0의 속도 오차, 0.2는 0의 속도 오차.

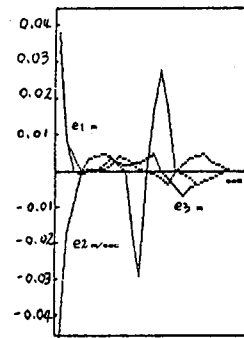


그림4. 최적 오차 수정 제어기를 부가하지 않
은 오차, 이론 0의 위치 오차, 0.2는 0의
위치 오차, 0.2는 0의 속도 오차.

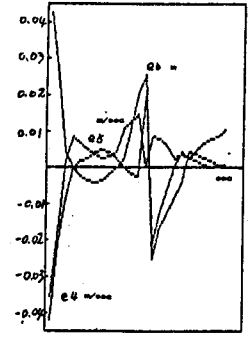


그림5. 최적 오차 수정 제어기를 부가하지 않
은 오차, 이론 0의 위치 오차, 0.2는 0의
속도 오차, 0.2는 0의 속도 오차.

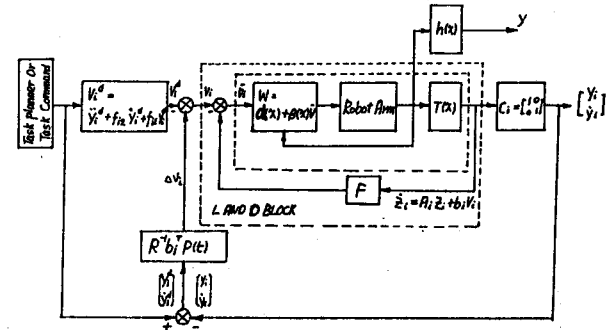


그림 1. 역학 제어 모델