

전압을 입력전원으로 한 선형 유도전동기의 유한 요소법에 의한 자계해석에 관한 연구

임 달호 최 창규 조 운현 이 갑재

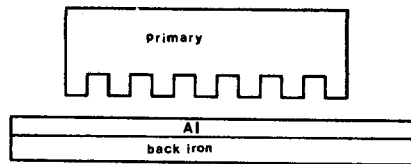
한양 대학교 전기 공학과

A Study on The Magnetic Field Analysis of Linear Induction Motor with Voltage Source by Finite Element Method

Dal-Ho Im Chang-Gyu Choi Yun-Hyun Cho Kab-Jae Lee
Dept. of Electrical Eng. in Hanyang University

ABSTRACT

In the case of analyzing electric machinery by finite element method, so far, magnetic current was selected as a driving source. But terminal voltage is a driving source in real systems, and magnetic current is varied according to variation of load conditions. Therefore, in this paper magnetic flux distribution of linear induction motor was analyzed by using kirchhoff's second law with voltage as a driving source, and magnetic current was calculated.



< 그림 1. 편축식 L.I.M의 해석모델 >

1. 서론

자속밀도 분포 양상은 전기기계에서 상당히 중요한 역할을 하므로 정밀한 자속분포특성을 해석하기 위해 많은 사람들에 의해 연구되어 왔다.

그런데 Maxwell 방정식으로 부터 유도된 지배방정식의 Source가 전류이기 때문에 기존의 유한요소법을 이용하여 자기회로를 해석한 경우에는 입력전원이 정전류원으로 다루어져 왔다. 그러나 정전류원으로 해석하는 경우에는 부하 조건의 변동에 따라 변화하는 전류값을 고려하기 어렵고, 특히 선형 유도전동기와 같이 평형 3상전압을 인가하더라도 구조적으로 회로정수가 불평형이기 때문에 운전중의 각 상의 불평형전류를 미리 구한다는 것은 곤란하다.

그래서 본 논문에서는 실제 전기기계에서 단자전압이 입력이고 전류는 부하조건에 따라 변화하는 종속변수이므로 단자전압을 입력으로 하는 유한요소법을 이용하여 선형 유도전동기의 자속 분포 특성 및 부하에 따른 자화전류를 직접 계산할 수 있는 방법을 제시하였다.

앞으로 본 논문에서 제안한 정전압원을 이용한 유한요소법을 전기기계의 설계시에 적용하면 정확한 자속분포뿐만 아니라 자화전류도 산정해 내므로 전압, 전류의 위상차에 의한 역률 및 입력전력의 계산이 가능하며 전기기계의 효율도 산정할 수 있으므로 최적설계가 가능하리라 생각된다.

2. 해석모델 및 가정

해석모델은 2차축이 Aluminum과 Back Iron으로 이루어진 단 1차 편축식 선형 유도전동기로 선택하였으며 해석모델의 형태는 그림 1과 같다.

그리고 이 모델을 해석하는데 있어서 다음과 같은 가정을 두고 해석하였다.

- 1) 전류는 2 방향 성분만 존재하고 시간과 운동 방향에 대하여 정현적인 변화를 한다.
- 2) Field는 준 정상상태라 가정하고 변위전류는 무시한다.
- 3) 2차축은 x 축 변위만을 고려한다.
- 4) 재료는 등방성이고 균일하다.
- 5) 도체와 Aluminum의 도전율은 일정하고 1차 철심의 도전율은 무시한다.

3. 기본 방정식의 정식화

1) Galerkin Method를 이용한 정식화

Maxwell의 기본방정식으로 부터 준 정상상태에서 2차원 직각 좌표계에 와전류를 고려한 기본식은 아래의 식 (1)로 표현된다.

$$\frac{\partial A}{\partial x^2} + \frac{\partial A}{\partial y^2} = -\mu \underline{j} + \mu \sigma \left(\frac{\partial A}{\partial t} + v_x \frac{\partial A}{\partial x} \right) \quad (1)$$

여기서

- A : 복소 벡터 포텐셜 (Wb / m)
- \underline{j} : 복소 전류밀도 (A / m²)
- σ : 도전율 (Ω / m)
- v_x : 1차축의 이동속도

식 (1)을 유한 요소법에 적용하기 위하여 해석영역을 1차 삼각요소로 분할하고, Galerkin 이론을 적용하여 해석영역내의 임의의 한 절점에 대한 방정식을 얻을 수 있다.

$$G_i = \iint_S \left(\frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial A}{\partial y} \right) dx dy - \frac{\mu N}{S} \iint_S N_i * L_e dx dy \iint_S \mu \sigma \left(\frac{\partial A}{\partial t} + (1-s) U_s \frac{\partial A}{\partial x} \right) N_i dx dy \quad (2)$$

- Ni: 보간함수
- N: 슬롯내의 도체수
- S: 슬롯의 면적
- Li: 한 도체당의 전류
- s: 슬립
- Us: 동기속도

식 (2)를 임의의 한 요소에 대한 Matrix 식으로 변형하면 다음의 식 (3)을 얻을 수 있다.

$$G = \frac{1}{4Se} \begin{bmatrix} C_1 C_1 + d_1 d_1 & C_1 C_2 + d_1 d_2 & C_1 C_3 + d_1 d_3 \\ C_2 C_1 + d_2 d_1 & C_2 C_2 + d_2 d_2 & C_2 C_3 + d_2 d_3 \\ C_3 C_1 + d_3 d_1 & C_3 C_2 + d_3 d_2 & C_3 C_3 + d_3 d_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{bmatrix} + \frac{jw}{12} \mu \sigma Se \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{bmatrix} - \frac{NI}{3S} \mu Se \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} + \frac{\mu \sigma}{6} (1-s) U_s \begin{bmatrix} C_1 & C_2 & C_3 \\ C_1 & C_2 & C_3 \\ C_1 & C_2 & C_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{bmatrix} \quad (3)$$

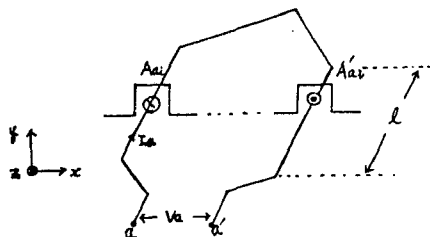
- Se: 1차 삼각요소의 면적
- w: 각 주파수 (rad/s)

식 (3)을 전체 절점의 벡터 표현식을 미지수로 하는 Matrix 식을 구성하면 다음과 같다.

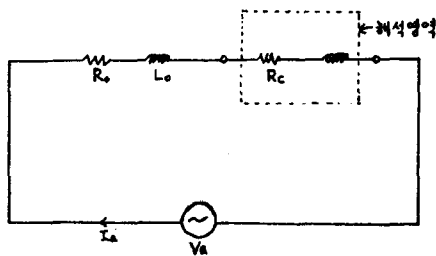
$$\begin{bmatrix} H_{1,1} & \dots & H_{1,nun} \\ \vdots & & \vdots \\ H_{nun,1} & \dots & H_{nun,nun} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ \vdots \\ A_{nun} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_1 \\ \vdots \\ r_{nun} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ \vdots \\ I_{nun} \end{bmatrix} \quad (4)$$

nun: 미지 절점수
 H_{i,j}: 벡터 표현식의 계수
 r_i: 전류의 계수
 I_i: 각 절점으로 이산화된 전류

2) 전압, 전류, 벡터 표현식의 관계식



< 그림 2. a상 슬롯 >



< 그림 3. 등가 회로 >

end coil의 저항을 R₀, 누설 자속 ϕ 에 의한 end coil의 누설 인덕턴스를 L₀, 그리고 유한 요소법 해석영역의 도체 저항을 R_c 라 하면 그림 3의 등가회로를 얻을 수 있다. Kirchoff의 제 2 법칙으로부터 a 상에 대한 전압 방정식은 다음과 같다.

$$V_a = (R_c + R_0) I_a + L_0 \frac{dI_a}{dt} + E \quad (5)$$

식 (5)에서 E는 자속과 슬롯 내의 도체와의 쇄교에 의하여 발생하는 역기전력 성분이며, $\phi = \int A \cdot dl$ 이고, 도체의 단면적이 아주 작으므로 도체내의 Vector potential은 일정하다고 가정할 수 있다. 따라서 슬롯내에 유기되는 역기전력은 아래의 식 (9)로 구할 수 있다.

슬롯내의 한 코일에 유기된 기전력은 다음과 같다.

$$- \frac{d\phi}{dt} = - \frac{d}{dt} \int A \cdot dl = - \int \frac{\partial A}{\partial t} dl = - jw l (A_a - A_a') \quad (6)$$

a상 a'상

그러므로 슬롯 면적 S 내의 N-turn 코일에 유기된 평균 기전력은 (7) 식으로 유도된다.

$$E = \frac{1}{S} \int_S \left(-N \frac{d\phi}{dt} \right) dS = - \frac{jwNI}{S} (A_a dS - A_a' dS) \quad (7)$$

(a상) (a'상)

여기에서

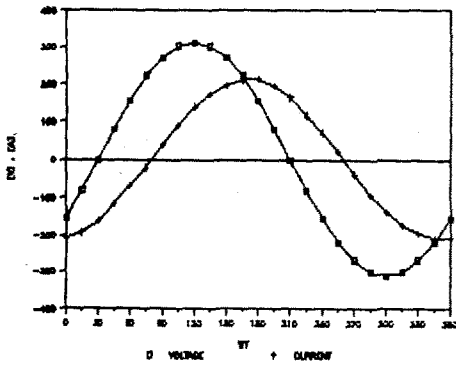
$$\int_S A dS = \sum_{e=1}^{Ne} \int_{S_e} A_e dS_e = \sum_{e=1}^{Ne} \left(\sum_{i=1}^3 N_{ie} A_{ie} \right) dS_e = \sum_{e=1}^{Ne} \frac{1}{3} S_e \sum_{i=1}^3 A_{ie} \quad (8)$$

- Ne: 슬롯내의 요소 수
- S: 슬롯의 면적
- Se: 요소의 면적

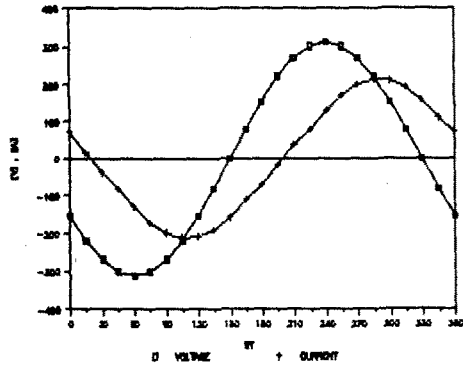
식 (8)을 식 (7)에 대입하여 아래의 식 (9)를 얻을 수 있다.

$$E = - \frac{jwNI}{3S} \sum_{e=1}^{Ne} \left(S_e \sum_{i=1}^3 A_{ie} - S_e \sum_{i=1}^3 A_{ie}' \right) \quad (9)$$

(a상) (a'상)



b) b상의 전압, 전류곡선



c) c상의 전압, 전류곡선

< 그림5. 단자전압과 1차전류곡선 >

5. 결 론

본 논문에서는 해석모델을 선형 유도전동기로 택하고 외부 단자전압을 입력으로 하여 유한 요소법으로 해석한 결과, 정전압 구동시의 자속밀도 및 전류값의 계산이 가능함을 보였다. 앞으로 본 논문에서 제안한 방법에 시간 주기 유한요소법등을 적용하여 좀 더 정확한 계산을 하면 자기회로의 최적설계 및 실제 동작 조건하에서 전기기계의 해석이 가능할 것으로 생각된다.

6. 참고문헌

- 1) T.Nakata and N.Takahashi, " Direct Finite Element Analysis of Flux and Current Distributions Under Specified Conditions", IEEE Transactions on Magnetics, Vol.Mag 18,No.2, March 1982
- 2) Masato Enokizono, "Boundary Element Method Taking Into Account External Power Source", IEEE Transactions on Magnetics, Vol.24, No.4, July 1988
- 3) T.Nakata, N.Takahashi, and K.Fujiwara, "Efficient Solving Techniques of Matrix Equations for Finite Element Analysis of Eddy Currents", IEEE Transactions on Magnetics, Vol.24, NO.1, January 1988
- 4) Sakae Yamamura, " Theory of Linear Induction Motors", Wiley, 1972
- 5) 임달호, "전기계의 유한요소법", 동명사, 1987

표1. 해석모델의 정수

주 파 수	60 HZ
입 력 전 압	220V
극 수	2
공 극 (mm)	5mm
1차 철심	105mm x 80mm
슬롯 길이	30mm
슬롯 피치	15mm
슬롯 폭	10mm
1차 저항	0.53 Ω
1차 누설리액턴스	0.68 Ω
Al 두께	3mm
Al 도전율	$0.382 \times 10^8 \text{ S/m}$
Back iron 두께	5mm