

불확실한 시스템의 적응제어

°김 홍 석 최 중 호
서울대학교 공과대학 제어계측공학과

Adaptive Control of Uncertain Systems without Knowing Perfect Uncertainty Bounds

Hong-Seok Kim Chong-Ho Choi
Department of Control and Instrumentation Engineering
Seoul National University

ABSTRACT

An adaptive control scheme is presented for uncertain systems whose uncertainty bounds are expressed as a linear combination of unknown functions of special form. Both the states and the parameter estimate errors of the closed-loop system are proven to be bounded. The regulation error can be made sufficiently small by adjusting the design parameters.

An application of the proposed method to the position control of a simple pendulum is given.

I. 서론

불확실한 시스템을 제어하는 방법 중 하나는, 불확실성의 상한함수가 주어졌을 때 이를 이용하여 최악의 경우에 대한 제어를 설계하는 방법인데, Gutman[6], Leitmann[9], Corless와 Leitmann[1],[4], Ha와 Gilbert[8] 등은 이러한 접근방법으로 불확실성이 정합조건(matching condition)을 만족하고 그 상한이 알고 있는 연속함수로 주어졌다는 가정하에 페루프 시스템의 해가 유한함(boundedness)을 증명하였다.

또한 Corless와 Leitmann[2],[3], Gutman[7] 등은 각각 불확실성의 상한을 모르는 경우에 대한 적응제어 방법을 제안하였다. Corless와 Leitmann[2],[3]이하 C-L이라 함은, 불확실성의 상한이 미지의 상수에 의해 특별한 형태로 매개변수화된 연속함수로 주어진 시스템에 대한 적응제어 방법을 제안했다.

본 논문에서는 C-L의 방법을 변형한 제어방법을 제시하며, 이 때의 페루프 시스템의 안정도에 대하여 해석한다. 그리고, 본 논문에서 제안한 방법과 C-L의 방법을 단진자의 위치제어 문제에 적용하여 그 성능을 시뮬레이션으로 비교, 검토하였다.

본 연구는 한국과학재단의 연구비지원으로 이루어진 것입니다.

II. 문제의 설정과 제어방법의 제시

본 논문에서는 다음과 같은 시스템의 제어에 대하여 다룬다.

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + B([I + E(t, x(t))]u(t) + v(t, x(t))). \quad (1)$$

단, 여기서 $x(t) \in R^n$ 은 상태변수, $u(t) \in R^m$ 은 제어입력이며, 연속함수들인 $E: [0, \infty) \times R^n \rightarrow R^{n \times m}$ 과 $v: [0, \infty) \times R^n \rightarrow R^n$ 은 불확실성을 표현한다. 또한, $A \in R^{n \times n}$, $B \in R^{n \times m}$ 은 상수수행렬이고, (A, B) 는 안정가능한 쌍(stabilizable pair)이다. 이러한 시스템 모델은 C-L이 다룬 모델의 특수한 경우이기는 하지만, 많은 시스템들이 (1)의 형태로 변환 가능하며[8] C-L의 모델보다 해석도 용이하므로 편리한 모델이라 할 수 있다.

제어의 목표는, 불확실성 $v(\cdot, \cdot)$ 의 상한이 미지의 상수 및 알고 있는 연속함수들의 선형결합 형태라고 할 때 전체 시스템이 유한한 해를 갖게 하는 제어법칙을 제안하고, 제어법칙에 포함된 설계정수들의 적절한 선정에 의하여 상태변수의 크기를 충분히 작게 하려는 것이다.

본 논문에서 사용될 수학적 기호들을 정의하자.

행렬 $M \in R^{n \times n}$ 의 1번째 고유치를 $\lambda_1(M)$, 실수부가 최대인 고유치를 $\lambda_M(M)$, 최소인 고유치를 $\lambda_m(M)$ 라 하자. $R_+ := [0, \infty)$, $I := [t_0, \infty)$ ($t_0 \in R_+$)이고, 포화함수 $\text{sat}: R^n \rightarrow R^n$ 는 다음과 같다:

$$x \in R^n \text{에 대하여 } \text{sat}(x) := \begin{cases} x, & |x| \leq 1, \\ x/|x|, & |x| > 1. \end{cases}$$

시스템 (1)의 제어를 위해 필요한 가정을 기술하자.

가정 1: $x(t) = Ax(t)$ 는 점근적으로 안정한 시스템이다.

가정 2: 입력측의 불확실성을 나타내는 $E(\cdot, \cdot)$ 는, 어떤 상수 $\gamma(>0)$ 가 존재하여 다음과 같은 조건을 만족한다.

$$1 + \lambda_m[F(t, x)] \geq \gamma \quad \forall (t, x) \in I \times R^n \quad (2)$$

여기서,

$$F(t, x) := \frac{1}{2} [E^T(t, x) + E^T(t, x)] \quad (3)$$

이다.

가정 3: 시스템의 불확실성을 나타내는 $v(\cdot, \cdot)$ 의 상한은 다음과 같이 표현된다:

미지의(unknown) 연속함수 $\rho_v: \mathbb{T} \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}_+$ 가

$$\gamma^{-1} \|v(t, x)\| \leq \rho_v(t, x) \quad \forall (t, x) \in \mathbb{T} \times \mathbb{R}^n \quad (4)$$

을 만족하는 $v(\cdot, \cdot)$ 의 상한함수라 하면,

$$\rho_v(t, x) = \theta^T \phi(t, x) =: \rho(t, x, \theta) \quad (5)$$

로 나타낼 수 있다. 여기서, $\theta := [\theta_1 \ \theta_2 \ \dots \ \theta_p]^T \in \mathbb{R}_+^p$ 는 미지의 상수벡터이고, $\phi(t, x) := [\phi_1(t, x) \ \dots \ \phi_p(t, x)]^T$ 의 성분 $\phi_i: \mathbb{T} \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}_+$ ($i=1, 2, \dots, p$)는 알고 있는 연속함수들이다.

주: 불확실한 시스템의 제어에 대한 논문들에서 $\|E(t, x)\| \leq 1-\gamma \quad \forall (t, x) \in \mathbb{T} \times \mathbb{R}^n \quad (0 < \gamma < 1)$ 와 같은 가정을 볼 수 있는데, 이것은 가정 2보다 제한적인 조건이다. $(\lambda_m[F(t, x)] = -\lambda_m[-F(t, x)] \geq -\|E(t, x)\| = -\|E(t, x)\|)$ 이므로 [10], $\|E(t, x)\| \leq 1-\gamma$ 이면 $1+\lambda_m[F(t, x)] \geq \gamma$ 이다.)

불확실성의 상한함수를 완전히 알지는 못하더라도 그 상한함수가 가정 3에서 언급한 형태이면 미지의 매개변수를 추정하는 적응법칙을 도입할 수 있는데, 이 적응법칙은 플랜트(plant)나 제어기의 매개변수를 찾는 것이 아니고, 불확실성의 상한에 포함되어 있는 매개변수(미지의 상수)를 추정하는 것이다. 다음의 정리에서는 이러한 적응제어 방법에 대하여 논한다.

우선 정리에서 사용될 함수들과 상수들을 정의하자.

가정 1로부터, $Q (= Q^T > 0)$ 가 주어졌을 때 Lyapunov

방정식

$$A^T P + PA = -Q \quad (6)$$

를 만족하는 행렬 $P (= P^T > 0)$ 가 유일하게 존재한다.

설계정수인 포화함수의 선형구간을 $\varepsilon_0 (> 0)$, θ 의 추정치를 $\hat{\theta}(t)$ 라 하고,

$$\alpha(t, x) := B^T P x(t), \quad (7)$$

$$\eta(t, x, \hat{\theta}) := \varepsilon_0^{-1} \rho(t, x, \hat{\theta}) \alpha(t, x), \quad (8)$$

$$K(t, x, \hat{\theta}) := -\rho(t, x, \hat{\theta}) \text{sat}[\eta(t, x, \hat{\theta})] \quad (9)$$

등을 정의하자. 함수 $r: \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+$ 이

$$r(\xi) = \begin{cases} \xi, & \xi > 1, \\ 1, & \xi \leq 1 \end{cases} \quad (10)$$

로 주어지면, (9)의 $K(\cdot, \cdot, \cdot)$ 는 (10)을 이용하여

$$K(t, x, \hat{\theta}) = -\rho(t, x, \hat{\theta}) \eta(t, x, \hat{\theta}) / r(\|\eta(t, x, \hat{\theta})\|) \quad (11)$$

로 쓸 수 있다.

또한 $\lambda \in (0, \infty)$, $L = \text{diag}\{l_1, \dots, l_p\}$ ($l_i > 0, i=1, \dots, p$)

등은 매개변수 추정에 관계되는 설계정수들이며, $l_m, l_M, \mu, \bar{\varepsilon}, d_0, d_1, d_2$ 등은 다음과 같이 정의되는 상수이다.

$$l_m := \lambda_m(L) = \min l_i, \quad l_M := \lambda_M(L) = \max l_i, \quad (12)$$

$$\mu := \frac{1}{2} \min\{\lambda_m(P^{-1}Q), \lambda\}, \quad (13)$$

$$\bar{\varepsilon} := \gamma\{\varepsilon_0/4 + \lambda\|\theta\|^2/(2l_m)\}, \quad (14)$$

$$d_0 := \left[\frac{\bar{\varepsilon}}{\mu \cdot \max\{\lambda_m(P), \gamma l_m^{-1}\}} \right]^{1/2}, \quad (15)$$

$$d_1 := \left[\frac{\bar{\varepsilon}}{\mu \cdot \lambda_m(P)} \right]^{1/2}, \quad (16)$$

$$d_2 := [l_M \bar{\varepsilon} / (\gamma \mu)]^{1/2}. \quad (17)$$

그리고

$$\tilde{\theta}(t) := \hat{\theta}(t) - \theta, \quad z(t) := [x^T(t) \ \tilde{\theta}^T(t)]^T$$

이라 하자.

정의: 시스템 (1)이 초기상태 $x(t_0) \in \mathbb{R}^n$ 에 대하여 해 $x: \mathbb{T} \rightarrow \mathbb{R}^n$ 가 존재하며, 가정 1~가정 3을 만족한다고 하자. 또한 적응 제어 법칙이

$$u(t) = K(t, x(t), \hat{\theta}(t)), \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\theta}}(t) &= -\lambda \hat{\theta}(t) + L \phi(t, x(t)) \alpha(t, x(t)), \\ \hat{\theta}(t_0) &\in \mathbb{R}_+^p \end{aligned} \quad (19)$$

로 주어지면, $t \in \mathbb{T}$ 에 대하여

$$\begin{aligned} \|x(t)\| &\leq \begin{cases} d_1, & \|z(t_0)\| \leq d_0, \\ d_1(1 + [\|z(t_0)\|^2/d_0^2 - 1]e^{-2\mu(t-t_0)})^{1/2}, & \|z(t_0)\| > d_0, \end{cases} \\ \|\tilde{\theta}(t)\| &\leq \begin{cases} d_2, & \|z(t_0)\| \leq d_0, \\ d_2(1 + [\|z(t_0)\|^2/d_0^2 - 1]e^{-2\mu(t-t_0)})^{1/2}, & \|z(t_0)\| > d_0. \end{cases} \end{aligned} \quad (20)$$

이다.

증명: 지면이 부족한 관계로 생략함.

C-L이 제안한 C3-제어기 [2], [3]를 시스템 (1)에 적용하면 다음과 같은 적응제어법칙을 얻는다.

$$\begin{aligned} u(t) &= K(t, x, \hat{\theta}, \varepsilon) \\ &= -\rho(t, x, \hat{\theta}) \text{sat}[\rho(t, x, \hat{\theta}) \alpha(t, x) / \varepsilon(t)] \quad (22) \\ &= \begin{cases} -\rho^2(t, x, \hat{\theta}) \alpha(t, x) / \varepsilon(t), & \rho(t, x, \hat{\theta}) \|\alpha(t, x)\| \leq \varepsilon(t), \\ -\rho(t, x, \hat{\theta}) \alpha(t, x) / \|\alpha(t, x)\|, & \rho(t, x, \hat{\theta}) \|\alpha(t, x)\| > \varepsilon(t), \end{cases} \end{aligned}$$

$$\dot{\varepsilon}(t) = -l\varepsilon(t), \quad \varepsilon(t_0) = \varepsilon_0, \quad (23)$$

$$\dot{\hat{\theta}}(t) = L\phi(t, x) \alpha(t, x), \quad \hat{\theta}(t_0) \in (0, \infty)^p. \quad (24)$$

여기서, 대각행렬 $L (> 0)$, $l (> 0)$, $\varepsilon_0 (> 0)$ 등은 설계정수이며, $\alpha(t, x) = B^T P x(t)$ 이다. 이 적응제어법칙에 의해 페루프 시스템은 $(x(t), \hat{\theta}(t)) = (0, \theta)$ 근방에서 안정하며, $x(t)$ 는 0으로 수렴한다.

C-L의 방법이 본 논문에서 제안한 방법과 다른점은, (22)의 포화함수 선형구간의 폭 $\varepsilon(t)$ 가 (23)과 같이 지수적으로 감소하는 함수인 것과, 매개변수 추정식이 (24)에 주어지더라도 단순적분형인 것 등이다. (24)의 우변의 각 성분은 양의 값이므로 추정치 $\hat{\theta}(t)$ 는 시간에 따라 감소하지 않는데, 이로써 regulation 성능이 향상된다. 그러나 페루프 시스템의 안정도를 보장하기 위해서는 $\varepsilon(t)$ 가 (23)으로 주어져야 함을 C-L의 증명 [3]으로부터 알 수 있다. 이러한 C-L의 방법은 다음과 같은 문제점이 있다.

첫째, $\hat{\theta}(t) \geq 0$ 이므로 초기값 $\hat{\theta}(t_0)$ 와 추정이득 L을 큰 값으로 선정하면 $\hat{\theta}(t)$ 가 과추정될 수 있고, 이에 따라 과도한 제어노력이 요구된다.

둘째, 시간이 흐름에 따라 $(t \rightarrow \infty) \quad \epsilon(t) \rightarrow 0$ 이므로 (22)의 제어입력은 점차로 불연속하게 되고, 이 제어입력에 의해 시스템 (1)은 점한평면 $\alpha(t, x) = B^T P x(t) = 0$ 에 접근하여 가변구조 시스템의 성질을 갖게 되므로, 이상적인 경우에는 좋은 성능을 기대할 수 있다[5]. 그러나, 실제로는 잡음, 외란, 시간지연 등의 모델화 되지않은 운동에 의해 $\alpha(t, x) \rightarrow 0$ 이 될 수 없으므로, 제어입력 $u(t)$ 의 펄스현상은 물론 $\hat{\theta}(t)$ 의 발산도 일어날 수 있고, 이러한 악영향은 시스템의 성능저하 및 불안정화를 초래한다.

본 논문에서 제안된 방법은 위에 열거한 문제점들을 보완하기 위하여, 제어기에 사용된 포화함수의 선형구간을 상수로 고정하고 매개변수 추정식을 단순적분형 (24)에서 저역필터형 (19)로 변형하여, C-L의 제어방법을 개선한 것이다. 위의 정리에서는, 개선된 방법으로 폐루프 시스템의 상태변수 및 매개변수 추정치가 유한함을 보았다. 또한 이 방법으로 상태변수의 수렴성이 보장되지는 않지만, 포화함수 선형구간의 폭 ϵ_0 , 적응이득 L, 추정식의 망각계수(forgetting factor) λ 등의 설계정수들을 적절히 선택하면 상태변수의 크기를 충분히 작게할 수 있다. 정리의 결과인 (20), (21)로부터 상태변수와 매개변수의 오차 한계는 각각 d_1, d_2 로 결정됨을 알 수 있는데, $\lambda_m(P^{-1}Q) \geq \lambda$ 라고 가정하면 (13)으로부터 $\mu = \lambda/2$ 이고, (14)를 (16), (17)에 대입하여

$$d_1 = \left[\frac{\gamma}{\lambda_m(P)} \left(\frac{\epsilon_0}{2\lambda} + \frac{\|\theta\|^2}{l_m} \right) \right]^{1/2}, \quad (25)$$

$$d_2 = \left[\frac{\epsilon_0 l_m}{2\lambda} + \frac{l_m}{l_m} \|\theta\|^2 \right]^{1/2} \quad (26)$$

를 얻는다. (25)에서 l_m 을 크게 하면 d_1 에 대한 $\|\theta\|$ 의 영향을 줄일 수 있음을 알 수 있다. 또한 ϵ_0 을 작게 하고 $\lambda_m(P)$ 를 크게 함으로써 d_1 을 원하는만큼 작게 할 수 있다. 그러나 d_2 는 $\|\theta\|$ 의 영향을 거의 그대로 받게 되며, 적응이득 L이 큰 경우 $(\epsilon_0 l_m / 2\lambda)$ 항도 d_2 를 크게 하는 요인이 된다. 그러므로 $\|\theta(t)\|$ 의 크기는 설계정수들의 값에 의해 임의로 조정될 수 없다.

Ⅲ. 시뮬레이션 예

본 논문에서 제안한 제어방법을 단진자의 위치제어 시스템[1], [3]에 적용하여 시뮬레이션으로 그 성능을 평가하였다.

단진자가 수직선과 이루는 각도를 $x_1, x_2(= \dot{x}_1)$ 를 각속도, u_0 를 제어입력, u_d 를 크기가 유한한 미지의 외란이라 하고, 단진자의 운동방정식이

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= x_2(t), \\ \dot{x}_2(t) &= -\sin(x_1(t)) + u_0(t) - u_d(t)\cos(x_1(t)) \end{aligned} \quad (27)$$

로 주어질 때, $x(t) := [x_1(t) \ x_2(t)]^T \rightarrow 0$ 이 되도록 제어하려 한다. (보다 엄밀히 말하면, 상태변수가 시간이 흐름에 따라 원점 근방에서 어떤 유한한 값보다 작게 하려는 것이다.) 시스템 (27)을 안정한 선형 시스템으로 변환하기 위해

$$u_0(t) = \sin(x_1(t)) - x_1(t) - x_2(t) + u(t) \quad (28)$$

로 놓으면, (27)은

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + B[u(t) + v(t, x)] \quad (29)$$

로 된다. 여기서,

$$A := \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}, \quad B := \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad v(t, x) = -u_d(t)\cos(x_1(t)) \quad (30)$$

이다. A가 안정한 행렬이므로 가정 1을 만족하고, (6)에서 $Q = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ 로 두면, $P = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ 를 얻는다.

입력측에는 불확실성이 존재하지 않는 경우로, 여기서 $\gamma=1$ 로 둔다. 외란 $u_d(t)$ 의 상한을 $\theta \in R_+$ 라 하면 $(\theta := \sup\{|u_d(t)| : t \in T\})$, $|v(t)| \leq \theta |\cos(x_1(t))|$ 이므로 가정 3을 만족하며, $\phi(t, x) := |\cos(x_1(t))|$ 로 정의한다.

그러면 $\rho(t, x, \theta) = \theta \phi(t, x)$, $\alpha(t, x) = B^T P x(t) = x_1(t) + 2x_2(t)$, $\eta(t, x, \hat{\theta}) = \epsilon_0^{-1} \rho(t, x, \hat{\theta}) \alpha(t, x)$ 이고, 추정식의 설계정수 $\lambda > 0, L > 0$ 에 대하여 정리로부터 적응제어 법칙 $u(t) = K(t, x, \hat{\theta}) = -\rho(t, x, \hat{\theta}) \text{sat}[\eta(t, x, \hat{\theta})]$, (31)

$$\dot{\hat{\theta}}(t) = -\lambda \hat{\theta}(t) + L \phi(t, x) \|\alpha(t, x)\| \quad (32)$$

을 얻는다. 시스템 (27)의 u_0 는 (28)과 (31)에 의해

$$u_0(t) = \sin(x_1(t)) - x_1(t) - x_2(t) - \rho(t, x, \hat{\theta}) \text{sat}[\eta(t, x, \hat{\theta})] \quad (33)$$

이 됨을 알 수 있다.

외란 $u_d(t) = \cos(t)$ ($\theta = 1$ 일)로 하고, 초기치는 각각 $x(t_0) = [1 \ 0]^T$, $\hat{\theta}(t_0) = 0.01[1, 1, 3]$ 로 하였다. ($t_0=0$) 우선 $\epsilon_0=0.01, L=1$ 인 경우, C-L 방법($\lambda=0$ 이고 $\epsilon(t)$ 가 시간에 따라 감소함)과, 제안된 방법에서 $\lambda = 0.01, 0.1$ 일 때의 상태변수 $x_1(t)$ 를 그림 1에, 매개변수 추정치 $\hat{\theta}(t)$ 를 그림 2에 보였다. 그림 1에서 λ 가 작아짐에 따라 $x_1(t)$ 도 작아짐을 알 수 있고, 그림 2에서는 C-L 방법의 경우 $\hat{\theta}(t)$ 가 단순증가함을 알 수 있다.

그림 3과 그림 4는 $L=10$ 으로 하여, C-L 방법 및 제안된 방법에서 $\lambda = 0.01, 0.1$ 인 경우들의 $x_1(t)$ 와 $\hat{\theta}(t)$ 를 나타낸 것인데 $L=1$ 일 때와 비슷한 양상을 나타내지만, $\lambda = 0.1$ 인 경우와 비교하면 $x_1(t)$ 이 $L=1$ 일 때(그림 1)보다 더 0에 가까워짐을 알 수 있다(그림 3). C-L의 방법은 L을 크게하면 매개변수 추정식의 이득이 커지기 때문에, $L=1$ 일 때에 비해 $\hat{\theta}(t)$ 가 커진다. 그러나 제안된 방법에서는, 초기에 $\hat{\theta}(t)$ 가 과다하게 계산되더라도 시간이 지남에 따라 점차 감소하게 된다.

계산시간지연이 있는 경우의 제어시스템의 성능을 알아보기 위하여 시스템 (27)과 적응제어 법칙 (31), (32) 사이에 0.05초의 계산시간지연을 주고 시뮬레이션하였다. 이 경우 $L = 10$ 이고, ϵ_0 을 0.2보다 작게 했을 때에는 제안된 방법과 C-L 방법 모두 불안정한 응답을 보였고, $\epsilon_0 = 0.2$ 로 했을 때에는 λ 를 조정하여 $x_1(t)$ 와 $\hat{\theta}(t)$ 를 유한하게 만들 수 있음을 그림 5와 그림 6으로부터 알 수 있다. 그림에서 보면 C-L의 방법은 발산하지만, 제안된 방법에서 λ 를 증가시켜 $\lambda = 1$ 일 때는 어느 정도의 상태변수 오차가 전점부근에 머물고 있음을 관찰할 수 있다.

따라서 이 예에서는, 본 논문에서 제안한 방법이 C-L의 방법에 비해 건실하다고 볼 수 있다.

본 시뮬레이션에서는 미분방정식을 풀기 위하여 IMSL의 서브루틴 DVERK를 사용하였다. DVERK는 각 시간구간의 변수오차가 미리 주어진 허용오차 범위내에 들어갈 때까지 반복 계산하는데, C-L의 방법과 제안된 방법의 매 시간구간당 계산회수를 그림 7에 보였다. 그림 7에서, 제안된 방법의 계산회수는 시간에 따라 증가하지 않지만, C-L의 방법의 계산회수는 지수적으로 증가함을 알 수 있다. 그 이유는, C-L의 방법에서 $\epsilon(t)$ 가 지수적으로 감소하고 이에따라 포화함수의 선형구간에서 제어이득이 $\epsilon(t)$ 에 반비례하여 증가하기 때문이라고 생각된다.

N. 결론

본 논문에서는, 불확실성의 상한이 미지의 상수에 의해 매개변수화되어 있는 시스템의 적응제어 (adaptive regulation)에 대하여 논하였다. 본 논문에서 제시한 방법은 C-L의 방법을 다음과 같이 개선한 것이다. 즉, 시간에 따라 감소하는 포화함수의 선형구간을 상수로 고정하고, 매개변수 추정식도 단순적분형에서 저역필터형으로 바꾸어 추정치의 단조증가를 방지하였다. 개선된 방법으로 전체 페루프 시스템의 해가 유한하다는 것을 증명하였다. 상태변수의 크기 $\|x(t)\|$ 는, 미지의 상수의 크기 $\|B\|$ 와 무관하지는 않지만 설계상수를 적절히 선정하여 $\|B\|$ 의 영향을 충분히 줄일 수 있다.

단진자에 대한 시뮬레이션을 통하여 제안된 방법과 C-L방법을 비교하였는데, 이상적인 실험조건하에서는 두 방법 모두 좋은 결과를 얻을 수 있지만, 계산시간지연이 있는 경우에는 제안된 방법이 좋은 결과를 주었다. 이것은 제안된 방법이 C-L방법에 비해 실제적인 면에서 더 건실함을 의미한다고 할 수 있다.

참 고 문 헌

[1] M.J. Corless and G. Leitmann, "Continuous state feedback guaranteeing uniform ultimate boundedness for uncertain dynamic systems," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol.AC-26, pp.1139-1144, Oct. 1981.

[2] M.J. Corless and G. Leitmann, "Adaptive control of systems containing uncertain functions and unknown functions with uncertain bounds," *J. Optimiz. Theory Appl.*, vol.41, pp.155-168, Sep. 1983.

[3] M.J. Corless and G. Leitmann, "Adaptive control of uncertain dynamic systems," in *Dynamical Systems and Microphysics: Control Theory and Mechanics*, A.Blaquiere and G.Leitmann, Eds., N.Y.: Academic Press, Inc., 1984.

[4] M.J. Corless and G. Leitmann, "Memoryless controllers for uncertain systems," *Proc. Meeting on Mathematical Methods for Optimization in Eng.*, Univ. of Cassino, Italy, Dec. 1984.

[5] R.A. DeCarlo, S.H. Zak, and G.P. Matthews, "Variable structure control of nonlinear multivariable systems: A tutorial," *Proc. IEEE*, vol.76, pp.212-232, Mar. 1988.

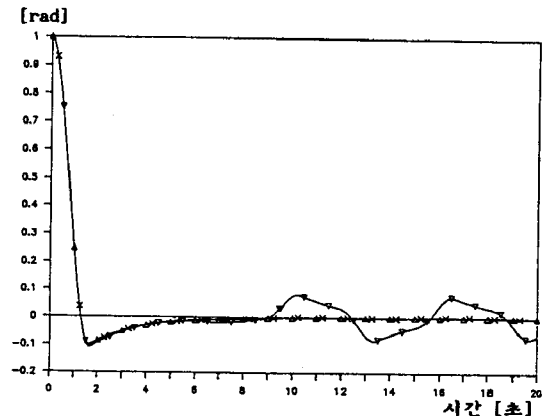
[6] S. Gutman, "Uncertain dynamical systems-A Lyapunov min-max approach," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol.AC-24, pp.437-443, Jun. 1979.

[7] S. Gutman, "Synthesis of min-max strategies," *J. Optimiz. Theory Appl.*, vol.46, pp.515-523, Aug. 1985.

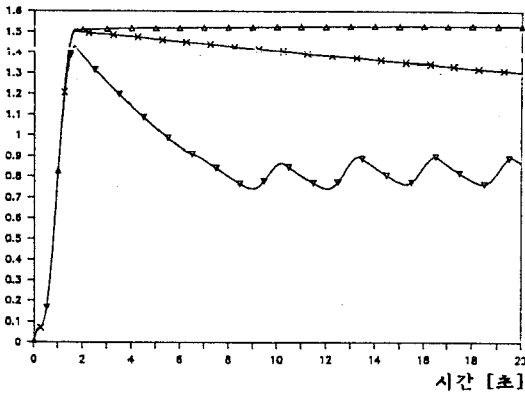
[8] I.J. Ha and E.G. Gilbert, "Robust tracking in nonlinear systems," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol.AC-32, pp.763-771, Sep. 1987.

[9] G. Leitmann, "On the efficacy of nonlinear control in uncertain linear systems," *ASME J. Dynam. Syst., Meas., Contr.*, vol.102, pp.95-102, Jun. 1981.

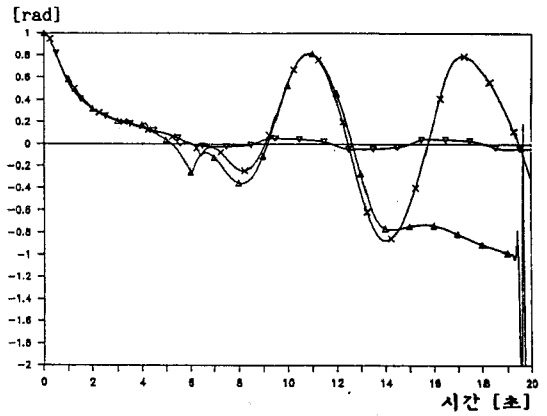
[10] Vidyasagar, M., *Nonlinear systems analysis*, Prentice-Hall, Inc., 1978.



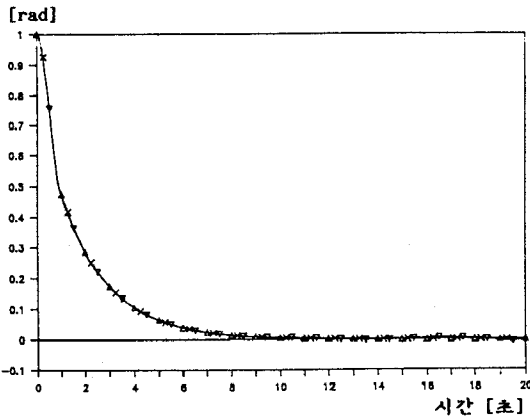
△: C-L의 방법. ×: $\lambda=0.01$ 인 경우. ▽: $\lambda=0.1$ 인 경우
 그림 1 $\epsilon_0=0.01, L=1$ 일때의 위치오차



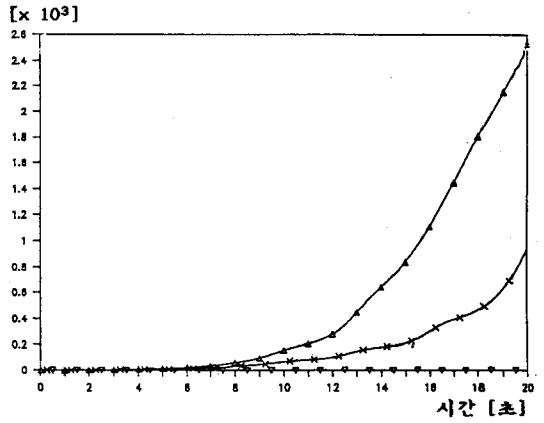
△: C-L의 방법 ×: $\lambda=0.01$ 인 경우 ▽: $\lambda=0.1$ 인 경우
 그림 2 $\epsilon_0=0.01$, $L=1$ 일때의 매개변수 추정치



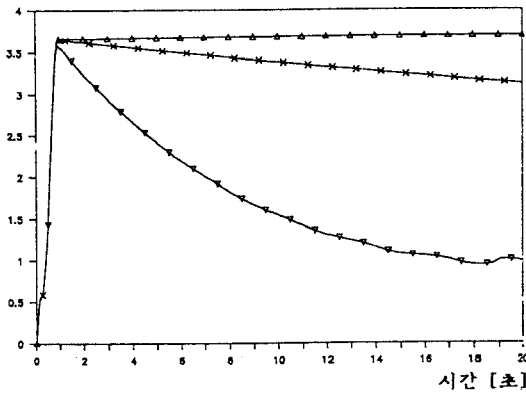
△: C-L의 방법 ×: $\lambda=0.01$ 인 경우 ▽: $\lambda=0.1$ 인 경우
 그림 5 계산시간지연이 있을 경우
 $\epsilon_0=0.2$, $L=10$ 일때의 위치오차



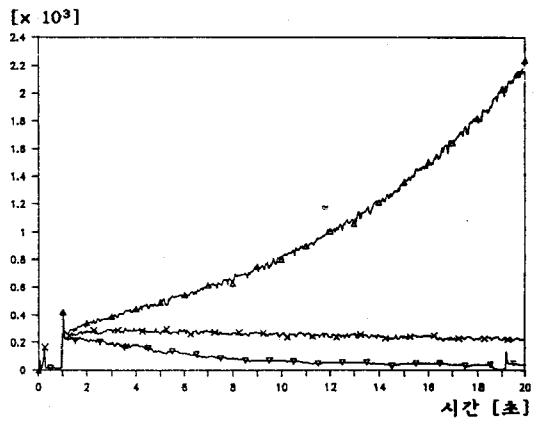
△: C-L의 방법 ×: $\lambda=0.01$ 인 경우 ▽: $\lambda=0.1$ 인 경우
 그림 3 $\epsilon_0=0.01$, $L=10$ 일때의 위치오차



△: C-L의 방법 ×: $\lambda=0.01$ 인 경우 ▽: $\lambda=0.1$ 인 경우
 그림 6 계산시간지연이 있을 경우
 $\epsilon_0=0.2$, $L=10$ 일때의 매개변수 추정치



△: C-L의 방법 ×: $\lambda=0.01$ 인 경우 ▽: $\lambda=0.1$ 인 경우
 그림 4 $\epsilon_0=0.01$, $L=10$ 일때의 매개변수 추정치



△: C-L의 방법 ×: $\lambda=0.01$ 인 경우 ▽: $\lambda=0.1$ 인 경우
 그림 7 $\epsilon_0=0.01$, $L=10$ 일때의 계산횟수