

근사 역모델에 의한 이산시간 학습제어기의 수렴성 개선에 관한 연구

본 명 수 양 해 원

한양 대학교 전기 공학과

A Study on the Improvement of Convergence for a Discrete-time Learning Controller by Approximated Inverse Model

Myung-Soo Moon and Hai-Won Yang
Department of Electrical Engineering, Hanyang University

< Abstract >

The iterative learning controller makes the system output follow the desired output over a finite time interval through iterating trials. In this paper, first we discuss that the design problem of learning controller is originally the design problem of the inverse model. Then we show that the tracking error which is the difference between the desired output and the system output is reduced monotonically by properly modeled inverse system if the magnitude of the learning operator being introduced is bounded within the unit circle in complex domain. Also it would be shown that the conventional learning control method is a kind of extremely simplified inverse model learning control method of the objective controlled system. Hence this control method can be considered as a generalization of the conventional learning control method. The more a designer model the objective controlled system precisely, the better the performance of the approximated inverse model learning controller would be. Finally we compare the performance of the conventional learning control method with that of the approximated inverse model learning control method by computer simulation.

1. 서 론

유한시간 동안의 일정한 패턴의 작업을 반복하는 로봇과 같은 제어 대상에 대하여 최근 여러가지 학습 제어법이 발표되고 있다[2]—[9]. 이러한 학습제어법에서는 현재시행에서의 제어입력이 전 시행에서 얻어진 입력과 출력으로부터의 정보에 의하여 가상 플랜트의 파라미터나 제어입력이 반복적으로 적절한 연산에 의해 구해져서 제어대상 시스템에 가해지면 그 출력이 결국 원하는 패턴의 목표출력에 정확히 추종하도록 한다.

적절한 학습제어 입력을 반복적인 연습시행(transient trial)을 통하여 구하도록 하는 학습제어의 문제는 다음과 같은 2가지의 적응 메카니즘으로 분류될 수 있다[3].

- (1) 가상 플랜트의 파라미터 조정에 의한 파라미터 적응 (a parameter adaptation).
- (2) 플랜트의 입력만을 조정하는 신호합성 적응 (signal-synthesis adaptation).

Arimoto가 제안한 Betterment Process를 시작으로 한 다수의 문헌[2][3][7]에서는 시스템의 출력이 목표출력에 출력이 추종하도록 하는 수렴성의 보장이 학습이득 또는 학습제어기의 파라미터결정과 제어대상 시스템의 파라미터를 알고 모르면 좌우되는 것으로서 매우 중요한 문제이며, 기존의 Betterment Process[2]는 제어대상 시스템의 상대차수가 1인 경우에만 적응

가능하였다[4]. 특히 이들 제어법에서는 연습시행 단계에서 목표출력과 시스템출력 사이의 추종 오차가 급격히 증가하는 경우도 보고되고 있는데[3][5] 이런 단점을 보완하는, 단조적 수렴을 보장하는 제어법도 있다[5]. 또한 연속시간 feedforward 제어입력 오차를 매 시행마다 줄이는데 역모델을 이용하는 방법도 있는데 제어대상 시스템의 정확한 모델링에 의해서만 수렴성을 보장할 수 있다[6]. 이러한 제어법들은 위의 분류에 의하면 일종의 신호합성 적응에 해당되는 것으로 볼 수 있다.

파라미터 적응방식으로 볼수 있는 학습제어법[8][9]도 있는데 이들은 기존되던 적응제어의 개념을 도입하여 파라미터가 시행당위로 수정되도록 한 것으로서, 특히 [9]에서는 추정된 파라미터에 의한 역모델이 pseudo-inverse matrix에 의하여 구성됨으로써 유일한 최적제어 입력을 구하는데 대한 엄밀한 설명이 부족하고 또한 오차비분배에 대한 처리가 실제의 시스템에 적용하기에 문제점으로 된다[7].

본 논문에서는, 학습제어기는 과거의 데이터들을 기억할 필요가 있으므로 실제의 시스템에 보다 용이하게 적용 하도록 한다는 관점에서 이산시간 시스템으로 정식화 하는것이 중요할 것이라 판단되어 이산시간 시스템을 다루도록 하는데 먼저 2장에서 시행반복형 학습제어기의 수렴성의 문제는 근본적으로 역모델의 존재이며 기존의 on-line 제어기와는 달리 off-line제어기의 동일한 목표출력으로의 추종에 대한 문제이므로 역모델에 의한 이산시간 제어기의 구성이 가능함을 설명한다. 3장에서는 신호합성 적응의 의미에서 추종오차의 단조감소조건을 주파수 영역에서 구하며 이러한 조건에 맞도록 제어대상 시스템이 적절히 간단히 모델링 된다면 이것의 역시스템에 의하여 추종오차 단조감소성이 보장될 수 있음을 보인데, 이것은 기존의 학습제어법에서의 문제점, 즉 과도시행 단계에서의 추종오차의 급격한 증가현상의 원인에 대한 설명과 이것을 방지하는 방법이 될 수도 있다. 4장에서는 간단한 예로, 주파수 영역에서 추종오차 단조감소조건을 만족하도록 하는 적절히 간략화된 근사 역모델에 의한 학습연산자의 주파수 특성을 조사하고, 이것에 의한 학습제어법이 타당함을 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 확인한다.

2. 제어대상과 역모델에 의한 학습제어기

유한시간 ($0 \leq t \leq T$) 동안 일정한 패턴의 동작을 반복하는 단일 입출력 선형 시불변 이산시간 제어대상을 다음과 같이 정한다.

$$\begin{aligned} x_k(t+1) &= A x_k(t) + b u_k(t) \\ y_k(t) &= c^T x_k(t) \quad , 0 \leq t \leq T \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 A, b, c 는 각각 $n \times n$ 행렬, $n \times 1$ 벡터, $1 \times n$ 벡터이며 $x_k(t), y_k(t), u_k(t)$ 는 k 회 시행에서의 $n \times 1$ 상태벡터,

스칼라출력, 스칼라입력이다. (아랫첨자 k 는 시행횟수를 나타낸다.) 시행반복형 학습제어기에서는 매 시행마다 제어대상 시스템의 초기치를 일정하게 (= 0) 정하여야만 한다. 이러한 조건을 사전에 만족하도록 하는 제어대상 시스템의 표현은 펄스 전달함수이므로 본 논문에서는 이러한 의미에서 제어대상 시스템을 펄스 전달함수로 표현하는데, 이것은 $G(q) = B(q)/A(q) = c^T(qI - A)^{-1}b$ 로 되고 (q 는 forward shift operator) 여기서 다항식 $A(q)$ 의 차수는 m , $B(q)$ 의 차수는 n 이며 $m-n=d \geq 1$ 이다. 위와같은 제어대상에 대하여 시스템 출력 $y_k(t)$ 가 유한시간 ($0 \leq t \leq T$) 동안의 일정한 형태의 목표출력 $y_d(t)$ 에 추종해가도록 하는 시행반복형 학습제어기의 블럭선도는 그림 1과 같다.

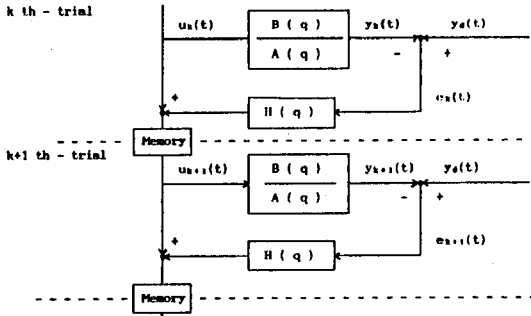


그림 1 이산시간 학습제어구조의 블럭선도
Fig.1 Block diagram of the discrete time learning control scheme.

위의 블럭선도에서 $H(q)$ 는 본 논문에서 제안된 학습제어기로써 일반적으로 유리함수이며 이것의 차수는 제어대상의 펄스 전달함수를 참조하여 정해지는데 어떻게 정해지느냐에 따라 추종오차의 단조감소여부가 결정된다. 이에 대한 자세한 것은 3장에서 다루기로 한다.

k 번째 시행에서의 출력은

$$y_k(t) = \frac{B(q)}{A(q)} u_k(t), \quad 0 \leq t \leq T \quad (2)$$

이고 유한시간 동안의 목표출력 $y_d(t)$, $0 \leq t \leq T$ 과의 오차는

$$e_k(t) = y_d(t) - y_k(t), \quad 0 \leq t \leq T \quad (3)$$

로 되는데 이것이 추종오차이다. 이때 $k+1$ 회 시행에 대한 학습제어입력은 블럭 선도로 부터

$$u_{k+1}(t) = u_k(t) + H(q) e_k(t), \quad 0 \leq t \leq T \quad (4)$$

로 된다. 이것에 의한 출력은

$$\begin{aligned} y_{k+1}(t) &= \frac{B(q)}{A(q)} u_{k+1}(t) \\ &= \frac{B(q)}{A(q)} (u_k(t) + H(q) e_k(t)) \\ &= y_k(t) + \frac{B(q)}{A(q)} H(q) (y_d(t) - y_k(t)) \\ &= y_k(t) \left(1 - \frac{B(q)}{A(q)} H(q)\right) \\ &\quad + \frac{B(q)}{A(q)} y_d(t) \end{aligned} \quad (5)$$

이므로 목표출력과 오차는

$$\begin{aligned} e_{k+1}(t) &= \left(1 - \frac{B(q)}{A(q)} H(q)\right) e_k(t) \\ &= G(q) e_k(t) \end{aligned} \quad (6)$$

이고, 여기서

$$G(q) = \left(1 - \frac{B(q)}{A(q)} H(q)\right) \quad (7)$$

는 학습연산자 (learning operator) 라고 부르기로 하는데 학습제어기가 제어대상 시스템의 역시스템이라면 즉,

$$H(q) = \frac{A(q)}{B(q)} \quad (8)$$

이면 식 (7)로부터

$$|G(q)| = 0 \quad (9)$$

으로 된다. 이것은 최초 시행에서의 제어입력을 목표 입력으로 주었을 경우 즉,

$$u_1(t) = y_d(t), \quad 0 \leq t \leq T \quad (10)$$

일때 바로 다음 시행에서의 추종오차가 0으로 되어 시스템출력이 목표출력에 추종됨을 의미한다. 그런데 기존의 제어방식에서는 엄밀한 의미에서 인과율 (causality)의 문제 때문에 역모델에 의한 제어기의 설계는 불가능한 것으로 되어 있다. 그러나 유한시간 동안 동일한 형태의 목표출력에 대하여 동작을 여러번 반복하므로써 목표출력에 추종하는 이산시간 학습제어구조에 있어서는 입력과 상대차수 (=d)만큼 time forward-shift된 추종오차의 시계열 정보에 의한 제어입력은 동작이 일단 끝난 후에 off-line으로 완전히 구해지므로 이러한 문제점이 해결된다 [8]. [5]의 학습제어법도 예측추종오차 (time forward-shifted tracking error)에 의한 것이므로 일종의 간략화된 근사 역시스템으로 간주될 수도 있다.

한편 본 논문에서는 이산시간 시스템을 다루고 있는데, 이산시간 시스템에서의 q 가 연속시간 시스템에 대하여 p (differential operator)로 대체된다면 연속시간 시스템에 대하여도 마찬가지로 표현될 수 있을 것이다.

3. 추종오차의 단조 감소성 보장을 위한 학습연산자

이 장에서는 제어대상 시스템을 정확히 모르더라도 학습연산자가 주파수 영역에서 간략화된 근사 역모델에 의하여 추종오차의 단조 감소성이 보장되도록 결정될 수 있으며, 간략화된 근사 역 모델은 기존의 학습제어기를 보다 일반화한 것임을 보인다.

먼저 식 (7)로부터 주파수 영역에서 ($q=e^{j\omega T}$)

$$|G(q)| = |G(e^{j\omega T})| < 1, \quad \forall \omega \quad (11)$$

로 되도록 학습제어기의 유리함수 $H(e^{j\omega T})$ 가 결정된다. 면

$$\lim_{k \rightarrow \infty} |G(e^{j\omega T})|^k = 0, \quad 0 \leq t \leq T \quad (12)$$

이고, 결국

$$\lim_{k \rightarrow \infty} |e_k(t)| = 0, \quad 0 \leq t \leq T \quad (13)$$

로 된다. 또한 식 (7), (8)에 의해 추종오차의 단조감소성이 보장되고 학습연산자의 크기에 의해 단조감소의 속도가 좌우될 것이다. 학습연산자의 크기는 학습제어기의 유리함수 $H(e^{j\omega T})$ 에 따라 결정되는데, 2장에서

연급된 바와 같이 가장 이상적으로 제어대상 시스템의 입력신호 전달함수일때 가장 작은 0으로 본다. 실제로는 제어대상 시스템을 정확히 모델링 한다는 것은 불가능하리라는 것을 감안할 때에도 식 (11)을 만족시키는 적절히 근사화된 학습제어기의 다항식이 존재할 것이며, 또한 이것이 작을수록 추종오차는 보다 빨리 감소해간다. 여기서 적절히 근사화된 역펄스 전달함수에 의한 학습제어법은 다음과 같은 의미에서 기존의 학습제어법 [5][11]의 일반화로 될 수도 있다.

(경우 1) $H(q) = \alpha$ (α 는 상수)

(경우 2) $H(q) = \beta q$ (β 는 상수)

즉, (경우 1)[11], (경우 2)[5]에서 학습제어기의 계수값이 식 (11)을 만족하도록 결정된다면 식 (13)이 성립할 것이다. 그런데 학습제어기는 간략화 될수록 학습연산자의 크기가 작아질 가능성이 줄어들어 추종오차의 단조감소 속도가 느려질 것이라 추측할 수 있는다. 여기서의 추종오차를 그대로 이용하는 것(경우1)보다 예측된 추종오차를 이용(경우2)하므로써 추종오차의 감소속도가 보다 빨라질 것이라 예상할 수 있으며, 물론 제어대상에 가깝게 모델링 될수록 감소속도는 더욱 빨라질 것이다. 이것은 4장에서 예제를 통하여 확인한다.

4. 예제 및 검토

여기서는 예제를 통하여 2장에서 언급한 바와 같이 본 논문의 학습제어법은 기존의 학습제어법을 일반화한 것으로 펄스, 간략화된 근사 역모델에 의한 학습제어법의 유효성을 확인한다. 제어대상은 다음과 같이 간단한 2차 시스템으로 한다.

$$R_c(s) = \frac{0.5s + 0.7}{s^2 + 2.1s + 0.54} \quad (14)$$

$$R_a(q) = \frac{0.02457q - 0.0229}{q^2 - 1.899q + 0.90033} \quad (15)$$

이다. 위의 이산시간 제어대상 시스템의 출력은 다음의 목표출력

$$y_a(t) = \sin(\pi ht/2), \quad t = 0, 1, 2, \dots, T = 80 \quad (16)$$

에 추종하도록 본 논문에서 언급된 바와 같이 학습제어 입력을 구한다. 설계자에 의하여 적절히 근사 모델링된 시스템은

$$R_c^*(s) = \frac{0.6s + 0.6}{s^2 + 2s + 0.75} \quad (17)$$

로 하고, 샘플링 주기 $h = 0.05$ 초로 이산화 하면

$$R_a^*(q) = \frac{0.0293q - 0.0278}{q^2 - 1.903q + 0.905} \quad (18)$$

로 된다.

먼저 (경우 1)의 방법으로 학습제어 입력을 생성할 때

$$u_{k+1}(t) = u_k(t) + \alpha e_k(t) \quad (19)$$

으로 되며 $H(q) = \alpha = 0.5$ 로 한다. 식 (15)의 제어대상과 $H(q)$ 에 의한 학습연산자의 주파수특성은 그림2와 같다. 식 (19)의 제어입력이 주어질때 시스템 출력이 목

표출력에 추종하는 것은 매 시행에서 샘플치당의 추종오차라는 의미에서 평균 추종오차 $(\sum |e_k(t)|) / (T+1)$ 가 감소하는 것으로 나타낼 수 있는데 그림3은 이것을 보여주고 있다.

(경우 2)의 학습제어 입력은

$$u_{k+1}(t) = u_k(t) + \beta e_k(t+1) \quad (20)$$

이며 이때 $H(q) = \beta q = 0.5q$ 로 한다. 학습연산자의 주파수특성과 평균 추종오차의 단조감소는 각각 그림4와 그림5에 나타나 있다.

근사 모델링된 시스템에 의한 학습제어 입력을 이용하여

$$u_{k+1}(t) = u_k(t) + (R_a^*(q))^{-1} e_k(t) \quad (21)$$

로 주어지며 이것에 의한 학습연산자의 주파수특성과 평균 추종오차의 단조감소, 그리고 1회 시행, 2회 시행, 3회 시행 5회 시행에 대한 목표출력과 시스템출력은 각각 그림6, 그림7, 그림8에 나타나 있다.

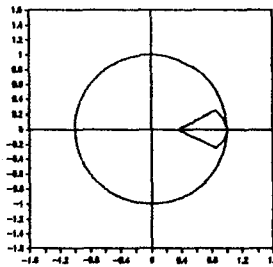


그림2 학습연산자의 주파수특성 (경우 1)
Fig.2 Frequency Characteristics of Learning Operator (case 1)

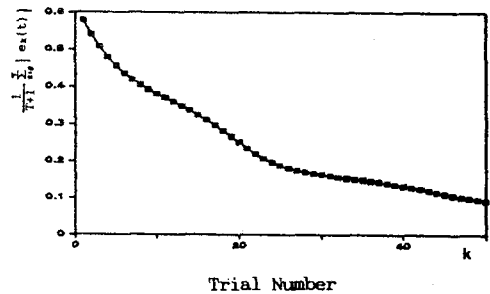


그림3 평균 추종오차 (경우 1)
Fig.3 Average Tracking Error (case 1)

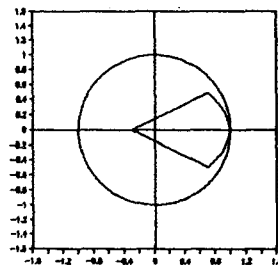


그림4 학습연산자의 주파수특성 (경우 2)
Fig.4 Frequency Characteristics of Learning Operator (case 2)

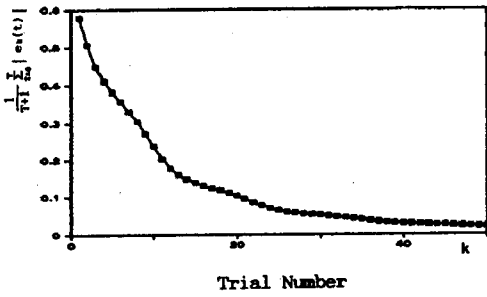


그림 5 평균 추종오차 (경우 2)
Fig.5 Average Tracking Error (case 2)

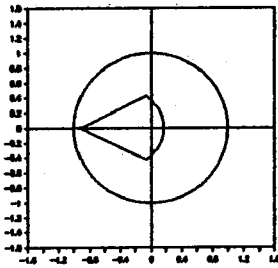


그림 6 학습연산자의 주파수특성 (근사 역모델에 의한 경우)
Fig.6 Frequency Characteristics of Learning Operator
(case by approximated inverse model)

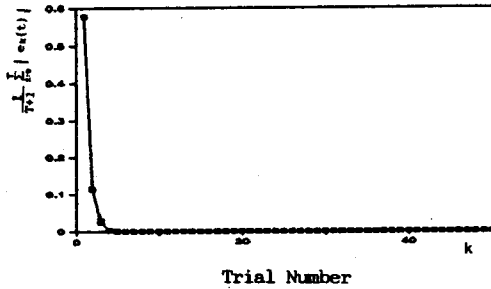


그림 7 평균 추종오차 (근사 역모델에 의한 경우)
Fig.7 Average Tracking Error
(case by approximate inverse model)

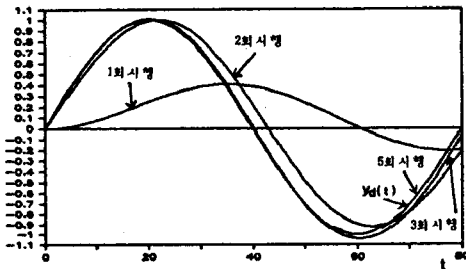


그림 8 목표출력과 시스템출력
Fig.8 A Desired Output and System Outputs

그림 2 에서 학습연산자는 복소평면의 단위원내에서 궤적을 그리고 있는 것처럼 보이나 실제로 주파수에 따른 학습연산자의 크기는 실수축상의 1 근처에서 약간 벗어나고 있다. 그림 3 에 나타나 있듯이 50회 까지 시행을 반복할 때에는 평균 추종오차가 단조 감소해 가고 있으나 계속 시행을 반복한다면 그림에는 나타나 있지 않지만 147회 부터 평균 추종오차가 다시 증가해 간다. 이럴 경우에는 일종의 tolerance bound 를 도입하여 어느정도 평균 추종오차가 줄어들면 학습이 끝난 것으로 하여 제어입력을 고정시키면 될 것이다. (경우 2)에서는 학습연산자가 복소평면의 단위원내에서 궤적을 그리고 있으므로 평균 추종오차가 단조 감소해 간다. (경우 2)의 학습제어기가 (경우 1)의 학습제어기 보다 추종성능이 더 좋을 것을 그림 3 과 그림 5 를 비교함으로써 알 수 있다. 또한 보다 복잡한 근사 역모델에 의하여 학습제어기가 구성될 때에는 그림 6 에 나타나 있듯이 학습 연산자는 그림 2 와 그림 4 보다 한점으로서 접근하고 있으며, 따라서 평균 추종오차는 그림 7 에서 급속히 0으로 수렴해 가고 있다. 이것은 그림 8 로 확인 할 수 있듯이 시스템 출력이 목표출력에 추종해 감을 의미한다. 이상의 시뮬레이션 결과로부터 (경우 1)에서와 같이 추종오차를 그대로 이용하는 것보다 (경우 2)와 같이 예측된 추종오차를 이용할 때 추종성능이 양호해질 가능성이 있으리라는 3장에서의 예상이 옳았음을 알았고, 또한 더욱 복잡한 근사 역모델에 의한 제어기는 일종의 매우 간략화된 학습제어기로 간주 될 수 있는 기존의 학습제어기보다 성능이 우수해지며, 이것은 결국 2장에서 언급된 바와 같이 신호합성 적응의 의미에서의 학습제어기의 문제는 역시스템의 문제라는 사실을 뒷받침 하고 있다.

5. 결 론

신호합성 적응의 의미에서의 시행반복형 학습제어기의 문제는 궁극적으로 제어대상 시스템의 역모델의 존재 여부를 알 수 있었다. 또한 정확한 제어대상 시스템을 파악하기는 불가능 하리라는 것을 고려하여, 정확한 근사 역모델에 의한 것만큼 바로 다음시행에서 시스템 출력이 목표출력에 추종되지 않는 못하더라도 학습연산자가 복소평면 단위원 내에 들어있도록 적절히 간략화된 근사 역모델을 사용 하므로써 여러번 시행을 반복하여 추종 될 수 있음을 보였다. 이때 평균 추종오차는 단조감소하며 학습연산자가 복소평면의 원점에 접근할수록 추종특성이 양호해진다. 그리고 이것은 기존의 학습제어방식을 일반화한 것으로 간주될 수 있는데 시뮬레이션의 결과로부터 알 수 있듯이 기존의 학습제어기보다 근사화된 역모델에 의한 학습제어기의 성능이 우수함을 알 수 있었다. 설계자가 가능한 한 제어대상을 정확히 모델링 할수록 학습제어기의 성능은 우수해진다.

앞으로의 과제는 학습제어기의 계수가 학습연산자의 크기를 감안하여 정량적으로 결정되도록 하는 방법을 찾는 것과 비최소위상 시스템의 역시스템에 대한 문제, 그리고 실제로 적용하는데 있어서도 과연 전 주파수 대역에 걸쳐서 이러한 제어법이 타당할 것인가 하는 문제를 해결하는 것이다.

참 고 문 헌

- [1]. K.J. Åström, B. Wittermark " Computer Controlled Systems-Theory and Design ", Prentice Hall, Inc., 1984.
- [2]. S. Kawamura, F. Miyazaki, S. Arimoto " Proposal of Betterment Process : A Learning Control Method for Dynamical Systems ", 일본 계속자동제어 학회 논문집, Vol.22, No.1, pp. 56-62, 1986.
- [3]. M. Togai, O. Yamano " Learning Control and Its Optimality ", Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp.248-253, 1986.
- [4]. T. Mita, E. Kato, Y. Aoki " Iterative Control and Its Application to the Trajectory Control of Robot Manipulators ", 일본 계속자동제어 학회, Vol.21, No.11, pp.1223-1230, 1985.

- [5]. T. Ishihara, K. Abe, H. Takeda " A Design of Discrete Time Repetitive Control Systems " ,일본 계속자동제어 학회 논문집, Vol.22, No.1, pp.43-49, 1986.
- [6]. C.G. Atkeson, J. McIntyre " Robot Trajectory Learning through Practice ", Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp.1737-1742, 1986.
- [7]. S. Kawamura, F. Miyazaki, S. Arimoto " Realization of Robot Motion Based on a Learning Method ", IEEE Trans. Systems, Man, Cybernetics, Vol.18, No.1, pp.126-134, 1988.
- [8]. Y. Miyasato, Y. Oshima " A Design Method of Learning Control Systems " , 일본 계속자동제어 학회, Vol.23, No.5, pp.576-583, 1987.
- [9]. 오상복, 서일홍, 변증남 "An Iterative Learning Control Method with Application for the Robot Manipulator " , IEEE Journal of Robotics and Automation, Vol.4, No.5, pp.508-514, 1988.