

대규모 시스템에서의 학습제어 알고리즘

황 동환*, 변 증남*, 오 상록**

* 한국과학기술원 전기및전자공학과, ** 한국과학기술원 전기제어 연구실

Learning Control Algorithm Applying to Large Scale System

D. H. Hwang*, Z. Bien*, S. R. Oh**

* Dept. E.E., KAIST, ** Power Control Lab., KAIST

Abstract

This paper proposes a learning control algorithm for trajectory tracking of large scale system. The controller using only localized informations is composed of stabilizing controller and iterative learning controller. Stabilization and convergence of each subsystem is assured under some conditions which are inequalities of inter-connection terms and learning controller gain.

I. 서론

미지의 시스템을 제어하는 한 가지 방법으로 학습제어 기법이 최근 많은 주목을 받아왔는데 일정 시간 내의 모든 경로(Trajectory)에 의존하는 작업의 제어에 유효함이 입증되었다.

그 동안의 연구결과 들을 살펴보면 Uchiyama[1]에 의해서 처음 제안되어서, Arimoto[2]등에 의해서 이론적으로 정립 되었는데, 그 기본 이론은 입력을 반복 적용하여서 최종으로 완전한 트래킹(Tracking)을 이룬다는 것이다. 그러나 Arimoto등의 알고리즘의 단점은 미분 연산을 사용한다는 것과 플랜트의 사전 지식이 필요하다는 것이다. 이러한 단점을 극복하기 위해서 많은 알고리즘이 제시되었다[3][4][5]. 최근에는 Oh,Bien,Suh[6]등이 학습제어 개념에다 적응제어 개념을 결합시킨 알고리즘을 제시하였고, Bien,Huh[7]등은 수렴속도의 개선 및 잡음 영향의 감소를 위해서 Arimoto의 알고리즘을 일반화한 고차 학습제어 알고리즘을 제시하였다.

한편, 시스템 자체가 지역적으로 분포되어 있거나 시스템의 차수가 매우 큰 대규모 시스템의 경우, 효과적이고 실질적인 제어기의 구현을 위하여 비집중화 기법을 이용한 제어기 구현등이 제시 되어왔는데 이 연구들은 플랜트를 안정화하는 문제들을 중심으로 다루어져 있다[8][9].

본 논문에서는 주어진 시간 내에서 출력의 경로에 의존된 작업을 목적으로 하는 대규모 시스템의 출력 경로 트래킹을 위한 한 방법으로 학습제어 알고리즘을 제시한다. 대상 대규모 시스템은 상호 연결된 부시스템으로 구성되며 각 학습제어기는 비집중화된 정보만을 이용하여 설계한다.

II. 본론

제어 대상 시스템은 아래와 같이 상호 결합된 부시스템으로 구성된 것으로 가정한다.

$$\dot{x}_i(t) = A_i x_i(t) + \sum_{j=1, j \neq i}^N A_{ij} x_j(t) + B_i u_i(t) \quad (1)$$

$$y_i = C_i x_i(t) + D_i u_i(t)$$

($i = 1, \dots, N$)

$$x_i \in R^{n_i}, u_i \in R^{m_i}, y_i \in R^{r_i}$$

A_i, B_i, C_i, D_i : 아는 값

A_{ij} : 모르는 값

문제의 설정 :

(1)식의 각 부시스템에서, 일정한 시간 ($0 \leq t \leq T$)에서 원하는 출력 경로 $y_i^d(t)$ ($i = 1, \dots, N$)와 허용 출력 오차 ϵ_i^* 가 주어지고 $x_i(0) = x_i^d(0)$ 라고 하자.

이때 문제는

$$\|y_i(t) - y_i^d(t)\| \leq \epsilon_i^* \quad (0 \leq t \leq T, i = 1, \dots, N) \quad (2)$$

를 만족하는 $u_i(t)$, ($0 \leq t \leq T, i = 1, \dots, N$)를 찾아내는 것이다.

위의 문제를 풀기 위하여 다음의 비집중화 된 알고리즘을 제시한다.

$$u_i(t) = u_i^k(t) - k_i x_i^k(t) \quad (3)$$

$$u_i^k(t) = u_i^{k-1}(t) + \Gamma_i e_i^{k-1}(t)$$

여기서 k 는 반복 시행 횟수를 표시한다.

정리 :

주어진 (1)식의 시스템에서 각 부시스템의 초기치 $x_i(0) = x_i^d(0)$ 이라고 하고, (3)식의 비집중화된 알고리즘을 사용할 때, k_i 와 Γ_i 가 아래의 (5)식과 (6)식을 만족하면 각 부시스템의 출력 오차는 0으로 수렴한다. 즉,

$$e_i^k(t) \rightarrow 0, k \rightarrow \infty \quad (0 \leq t \leq T) \quad (4)$$

$$(A_i - k_i B_i + \Pi_i \Gamma_i)^T P_i^* + P_i^* (A_i - k_i B_i + \Pi_i \Gamma_i) < 0 \quad (5)$$

$$\| |I_{r_i} - D_i \Gamma_i| \|_{\infty} < 1 \quad (6)$$

P_i^* 는 (7)식의 헤이고 Q_i^*, P_i^* 는 Positive definite이다. Π_{ij} 는 (8)식을 만족하는 상호 결합계수이다.

$$(A_i - k_i B_i)^T P_i^* + P_i^* (A_i - k_i B_i) = -Q_i \quad (7)$$

$$\Pi_i = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^N r_{ji}, r_{ji} = \frac{d_{ji}}{\lambda_m(P_i^*)} \quad (8)$$

$\lambda_m(P_i^*)$; P_i^* 의 최소고유치

$$\sum_{j=1, j \neq i}^N [V V_i(x_i^k)]^T A_{ij} x_j^k < \sum_{j=1}^N d_{ij} x_j^{kT} x_j^k \quad (9)$$

$V_i(x_i^k) = x_i^{kT} P_i x_i^k$ 이다.

증명;

(i) (3)식에서 우선 안정화 제어기를 생각하면 $u_i(t) = -k_i x_i^k(t)$ 이다.

$$\dot{x}_i^k(t) = (A_i - k_i B_i)x_i^k + \sum_{j=1, j \neq i}^N A_{ij} x_j^k(t) \quad (10)$$

Lyapunov 함수를 $V(x^k) = \sum_{i=1}^N V_i(x_i^k)$ 라 잡으면

$$\dot{V}(x^k) < \sum_{i=1}^N x_i^{kT} \{ (A_i - k_i B_i + \Pi_i \Gamma_i)^T P_i^* + P_i^* (A_i - k_i B_i + \Pi_i \Gamma_i) \} x_i^k$$

가 얻어진다[9]. 따라서 (5)식을 만족하면, (10)시스템은 안정하다. 즉, (1)시스템은 안정화 가능하다.

(ii) 다음으로 (3)식에서 학습제어기를 생각하자. (1)식과 (3)식에서

$$x_i^k(t) = A_i^* x_i^k(t) + \sum_{j=1, j \neq i}^N A_{ij} x_j^k(t) + B_i u_i^k(t) \quad (11)$$

$$y_i^k(t) = C_i^* x_i^k(t) + D_i u_i^k(t)$$

($i = 1, \dots, N$)

$A_i^* = A_i - B_i K_i, C_i^* = C_i - D_i K_i$ 이다.

(11)식을 다시 정리하면,

$$X^k = AX^k + BU^k \quad (12)$$

$$Y^k = CX^k + DU^k$$

이며, 학습제어 알고리즘은

$$U^k = U^{k-1} + \Gamma e^{k-1} \quad (13)$$

이다.

여기서,

$$A = \begin{bmatrix} A_{11}^* & A_{12} & \dots & A_{1N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{N1} & A_{N2} & \dots & A_{NN}^* \end{bmatrix}$$

$B = \text{block diag.}(B_1, \dots, B_N)$

$C = \text{block diag.}(C_1, \dots, C_N)$

$D = \text{block diag.}(D_1, \dots, D_N)$

$\Gamma = \text{block diag.}(\Gamma_1, \dots, \Gamma_N)$

$$X^k = (x_1^{kT}, \dots, x_N^{kT})^T$$

$$U^k = (u_1^{kT}, \dots, u_N^{kT})^T$$

$$Y^k = (y_1^{kT}, \dots, y_N^{kT})^T$$

$$e^k = Y^d - Y^k$$

$$= (I - D\Gamma)e^{k-1} - CB\int_0^t e^{A(t-\tau)} e^{k-1}(\tau) d\tau \quad (14)$$

(14)식의 양변에 $e^{-\lambda t}$ 를 곱하고, Norm를 취하면,

$$\| |e^k| \|_{\lambda} < \| |I - D\Gamma| \|_{\infty} \| |e^{k-1}| \|_{\lambda} \quad (15)$$

$$+ \| |CB\Gamma| \|_{\infty} \| |e^{k-1}| \|_{\lambda} \max_{0 < t < T} \int_0^t e^{-\lambda(t-\tau)} d\tau$$

$$= \{ \rho + h_0 \left(\frac{1 - e^{-\lambda T}}{\lambda} \right) \} \| |e^{k-1}| \|_{\lambda}$$

$$\rho = \| |I - D\Gamma| \|_{\infty}, h_0 = \| |CB\Gamma| \|_{\infty}$$

(15)식에서 λ 를 충분히 크게하고, $0 < \rho < 1$ 이면 $\| |e^k| \|_{\lambda} < \| |e^{k-1}| \|_{\lambda}$ 가 만족한다. 그런데 각부시스템의 비집중화 학습제어기는 (6)식을 만족하므로 $0 < \rho < 1$ 임을 알수있다.

주 ;

정리에서 보면 각 부시스템의 직달항(Direct transmission term)이 학습제어기 구성에 결정적인 역할을 함을 알수있다. 직달항이 0 인 경우 즉, $D_i = 0$ 이면 직달항을 만들어 주기 위하여 오차의 미분항을 이용한다. 이때는 $y_d(t)$ 대신 $\dot{y}_d(t)$ 를

원하는 경로로 둔다.

$$\begin{aligned} \dot{y}_i(t) &= C_i^* \dot{x}_i(t) \\ &= C_i^* A_i^* x_i(t) + C_i^* \sum_{j=1, j \neq i}^N A_{ij} x_j + C_i B_i u_i \end{aligned}$$

D_i 대신 $C_i^* B_i$ 를 이용하여 학습제어기의 이득을 설정할 수 있다.

III. 수치 예

$$\begin{aligned} S_1: \quad \dot{x}_1 &= \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} x_1 + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u_1 + \begin{bmatrix} 0 & 0.02 \\ 0 & 0.02 \end{bmatrix} x_2 \\ S_2: \quad \dot{x}_2 &= \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} x_2 + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u_2 + \begin{bmatrix} 0 & 0.02 \\ 0 & 0.02 \end{bmatrix} x_1 \end{aligned}$$

$$y_1 = [1 \ 0] x_1$$

$$y_2 = [1 \ 0] x_2$$

인 시스템에 대해서 A_i^* 가 $1 \pm j1$ 의 pole을 가지고,

$$y_1^d(t) = 12t^2(1-t) \quad (0 \leq t \leq 1)$$

$$y_2^d(t) = 12t^2(t-1) \quad (0 \leq t \leq 1)$$

인 경로를 만족하는 $u_i(t)$ ($i=1,2$)를 찾기 위하여 $u_i^{k+1} = u_i^k + \Gamma_i e_i^k$, $\Gamma_i = 1$, $k_i = [4 \ 7]$ ($i=1,2$)로 두었을때의 결과는 그림 1, 그림 2과 같다.

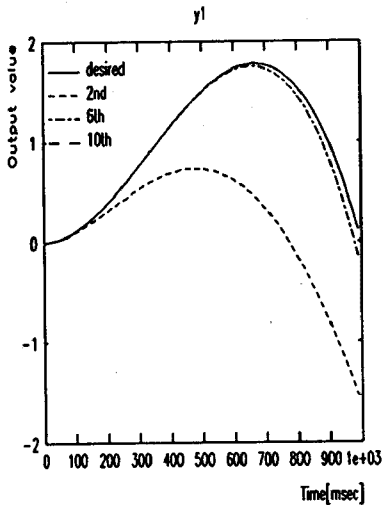


그림 1

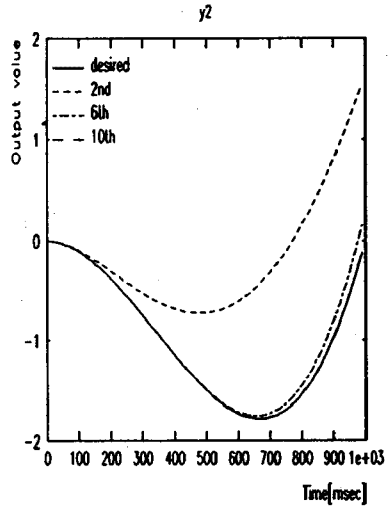


그림 2

IV. 결론

미지의 상호 연결함을 가진 시스템의 경로 트래킹을 위하여 기존의 안정화 제어기와 학습 제어기를 결합하여 비집중화된 정보만을 이용한 대규모 시스템의 학습제어 알고리즘을 제시하고 그 유용성을 보였다. 본 논문에서 제시한 방법을 이용함으로써 경로에 의존하는 작업에 유용하리라 생각한다.

REFERENCE

- [1] Uchiyama, M.: "Formulation of High-Speed Motion Pattern of a Mechanical Arm by Trial", Trans. Society of Instrument and Control Engineers of Japan, 1978, 14, (6), pp.706-712.
- [2] Arimoto, S., Kawamura, S., and Miyazaki, F.: "Bettering Operation of Robots by Learning", Journal of Robotic Systems, 1984, 1, (2), pp.123-140.
- [3] Furuta, K., and Yamakita, M.: "The Design of a Learning Control System for Multivariable Systems", Proc. IEEE International Symposium on Intelligent Control, 1987, Philadelphia, PA., pp.371-376.

- [4] Craig, C.: "Adaptive Control of Mechanical Manipulators" (Addison-Wesley, 1988).
- [5] Bondi, P., Casalino, G., and Gambardella, L. : "On the Iterative Learning Control Theory for Robotic Manipulators", IEEE Journal of Robotics and Automation, 1988, 4, (1), pp.14-22.
- [6] Oh, S.R., Bien, Z., and Suh, I.H.: "An Iterative Learning Control Method with Application for the Robot Manipulator", IEEE Journal of Robotics and Automation, 1988, 4, (5), pp.508-514.
- [7] Bien, Z., Huh, K.M., : "Higher-order Iterative Learning Control Algorithm", IEE Proceedings, Part D, Vol.136, No.3, pp.105-112, May 1989.
- [8] M.S. Mahmoud, M.F. Hassan and M.G. Darwish, Large Scale Control Systems : Theories and Techniques, New York, Marcel Dekker, 1985.
- [9] A.K. Mahalanabis and R. Singh, "On Decentralized Feedback Stabilization of Large-scale Interconnected Systems", Int. J. Contr., Vol.32, pp.115-126, 1980.