

자동 극점이동 적응제어

◦ 김 응 석 양 해 원
한 양 대 학교

An Auto Pole Shift Adaptive Control

◦ Eung-seok Kim Hai-Won Yang
Hanyang University

Abstract

In the pole assignment strategy, the closed loop poles are placed at prespecified locations. The amount of control effort required is to some extent proportional to the distance of the proposed closed loop locations of the poles from their open loop locations. The poor choice of closed loop locations may result in large control effort and it may make the system unstable. To overcome this problem, pole shift control strategy is described in this paper. The validity of the proposed control strategy is assured through some simulations.

1. 서 론

본 논문에서는 극점이동연산자를 이용하는 이산시간 극점이동 적응제어 본체를 다루기로 한다. 극배치 적응제어는 전체계통이 원하는 복성에 맞도록 설계된다는 점에서 기존 모델 적응제어라고 볼 수도 있다. 극배치 제어 알고리즘에서는 시스템의 페루프 극점이 설계기준에 맞도록 지정된 위치에 놓이게 되는데, 이 경우 필요한 제어입력(control effort)의 크기는 플랜트의 개루프 극점의 위치와 지정된 페루프극점 사이의 거리에 비례해서 커지게 된다. 따라서 페루프 극점을 개루프극점에 대해서 부적절하게 선택할 경우 매우 큰 제어입력이 필요하게 될 수 있으며 제어입력의 제한치보다 필요한 제어입력이 매우 클 경우 작용이 잘 되지 않거나 늦어지는 경우가 발생한다. 이러한 문제점을 극복하기 위한 방안으로 극배치 제어와는 다소 차이가 있는 극점이동 제어 알고리즘이 제시되었다. 극점이동 제어의 경우에는 페루프극점을 미리 지정해 주는 대신에 개루프 극점을 z-평면상의 안정한 영역내에서 적절히 이동시키므로써 전체적으로 안정한 제어를 설계하는데 목적을 두고 있다. Malik등[6]은 이처럼 극점이동의 개념을 도입, α 를 이용하여 개루프 극점을 이동시키는 알고리즘을 제안하였다. 그러나 그가 제안한 알고리즘에서 사용되는 임의의 상수 k 값이 부적절한 경우 α 값이 부적절하게 변동하게 되고 원하는 페루프 극점 또한 바람직스럽지 못한 위치에 놓이므로서 전체 제어계통이 불안정해질 수 있으며, 불안정한 플랜트에 대해서는 그의 알고리즘을 곧바로 적용할 수 없다. 따라서 본 논문에서는 Malik등[6]이 사용한 α 값을 구하는 알고리즘을 개선해서 다소 불안정한 플랜트에 대해서도 작용이 가능하도록 확장했으며 그 타당성을 컴퓨터 모의실험을 통하여 입증하였다.

2. 본체의 정식화

플랜트의 개루프모델은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$A(q^{-1}) y(t) = q^{-d} B(q^{-1}) u(t) + C(q^{-1}) e(t) \quad (1)$$

여기서,

$$A(q^{-1}) = 1 + a_1 q^{-1} + \dots + a_{n-1} q^{-(n-1)} + a_n q^{-n}$$

$$B(q^{-1}) = b_0 + b_1 q^{-1} + \dots + b_{m-1} q^{-(m-1)} + b_m q^{-m}$$

$$C(q^{-1}) = 1 + c_1 q^{-1} + \dots + c_{n-c} q^{-n-c}$$

이며 $y(t), u(t)$ 는 각각 플랜트의 출력과 제어입력이고 $C(q^{-1})$ 는 안정한 영역내에 그 근을 갖는다. $e(t)$ 는 Gaussian random variable 이다.

그림 1. 은 일반적인 제어계통을 나타내고 있다.

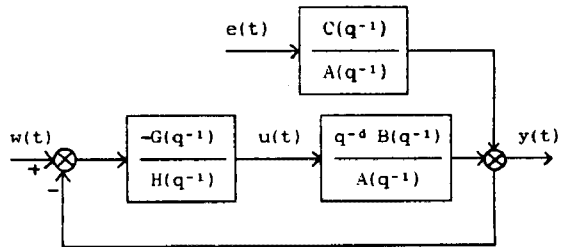


그림 1. 일반적인 제어계통의 블록선도.

이제 feedback regulator[3]의 형태는 다음과 같이 하기로 한다.

$$u(t) = \frac{G(q^{-1})}{H(q^{-1})} y(t) \quad (2)$$

여기서,

$$H(q^{-1}) = h_0 + h_1 q^{-1} + \dots + h_{n-h} q^{-(n-h)}$$

$$G(q^{-1}) = g_0 + g_1 q^{-1} + \dots + g_{m-g} q^{-(m-g)}$$

이때 전체 페루프 계통의 전달함수는 다음 식으로 표현된다.

$$[A(q^{-1})H(q^{-1}) - q^{-d} B(q^{-1})G(q^{-1})] y(t) = C(q^{-1})H(q^{-1})e(t) \quad (3)$$

여기서 페루프 특성 다항식은 다음과 같이 선정한다.

$$A(q^{-1})H(q^{-1}) - q^{-d} B(q^{-1})G(q^{-1}) = T(q^{-1})C(q^{-1}) \quad (4)$$

식(4)로부터 식(3)은 다음과 같이 다시 쓸수있다.

$$T(q^{-1}) C(q^{-1}) y(t) = C(q^{-1}) H(q^{-1}) e(t)$$

$$y(t) = \frac{H(q^{-1})}{T(q^{-1})} e(t) \quad (5)$$

여기서 다항식 $H(q^{-1}), G(q^{-1})$ 와 원하는 페루프 다항식 $T(q^{-1})$ 의 차수는 다음과 같다.

다음의 각각의 경우에 대한 식(10)의 괄호안의 관계를 생각해보기로 한다.

1) $\max(|w(t)|, |y(t)|, 1) = |y(t)|$ 인 경우

$$\left| \frac{|w(t)| - |y(t)|}{\max(|w(t)|, |y(t)|, 1)} \right| \leq |y(t)|,$$

$$\left[\frac{|w(t)| - |y(t)|}{\max(|w(t)|, |y(t)|, 1)} \right]^2 \leq 1$$

2) $\max(|w(t)|, |y(t)|, 1) = |w(t)|$ 인 경우

$$\left| \frac{|w(t)| - |y(t)|}{\max(|w(t)|, |y(t)|, 1)} \right| \leq |w(t)|,$$

$$\left[\frac{|w(t)| - |y(t)|}{\max(|w(t)|, |y(t)|, 1)} \right]^2 \leq 1$$

3) $\max(|w(t)|, |y(t)|, 1) = 1$ 인 경우

$$| |w(t)| - |y(t)| | < 1,$$

$$\left[\frac{|w(t)| - |y(t)|}{\max(|w(t)|, |y(t)|, 1)} \right]^2 \leq 1$$

따라서 α 는 항상 다음 관계를 만족하게 된다.

$$0 \leq \alpha < 1$$

α 값은 파라미터 추정 초기 과도상태시, 또는 출력 $y(t)$ 가 기준입력 $w(t)$ 를 미처 추종하지 못하는 경우에 '0' 보다 크고 '1' 보다 작은 임의의 값을 갖게 되어 원하는 페루프 다항식의 근과 플랜트의 게루프 다항식의 근과의 거리가 가까워 되도록 하므로써 제어입력이 매우 커지는 경우를 피할 수 있다. 정상상태시, 혹은 $y(t)$ 가 $w(t)$ 를 잘 추종할 경우에는 α 값은 거의 '0' 에 가깝게 되므로써 원하는 페루프 다항식도 원점에 가까운 곳에 근을 갖게 되어 dead beat의 형식이 되도록 한다.

이와 같이 원하는 페루프 극점을 α 값에 의존하는 정도로 이동시켜주므로써 적은 양의 제어입력만으로도 안정한 제어가 가능하게 한다.

4. 시뮬레이션

다음과 같은 안정한 비최소위상 시스템에 대하여 본 논문에서 제안한 방법과 Malik등[6]이 사용한 방법을 각각 적용하였으며 불안정한 최소위상 시스템에 대해서는 본 논문의 경우만 적용해 보았다.

i) 안정한 비최소위상 시스템

$$y(t) = \frac{q^{-1}(0.2 + 0.3 q^{-1})u(t) + e(t)}{(1 - 0.8 q^{-1})(1 - 0.9 q^{-1})}$$

ii) 불안정한 최소위상 시스템

$$y(t) = \frac{q^{-1}(0.3 + 0.2 q^{-1})u(t) + e(t)}{(1 - 1.2 q^{-1})(1 - 0.5 q^{-1})}$$

여기서 $e(t)$ 는 Gaussian random variable 이며, 표준편차는 0.005 이다. Malik등[6]의 알고리즘에서 쓰이는 임의의 양의 상수 k 의 값은 0.05로 했으며, $\alpha(t)$ 의 초기치는 0.8로 하였다.

입력 제한치는 최대치를 1, 최소치를 -1로 했으며 $C(q^{-1})$ 다항식의 계수 C_1, C_2, \dots, C_{nc} 는 대응하는 추정치와 서로 상쇄될 수 있으므로 $C(q^{-1})$ 다항식은 '1'로 놓았다.

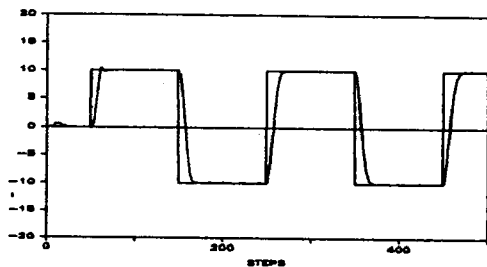
그림 2. - 4.는 안정한 비최소위상 시스템에 대하여 시뮬레이션을 한 결과이며, 그림 5.는 불안정한 최소 위상 시스템에 대한 시뮬레이션 결과이다. 제어칙은 [4]의 방법을 사용하였다.

5. 결론

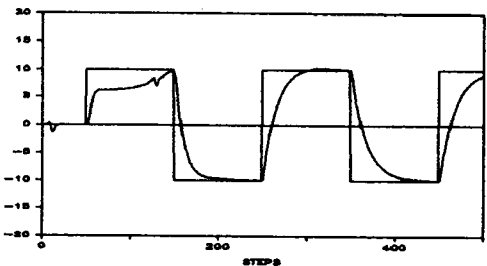
본 논문에서는 이산시간 극점이동 적응제어기 설계 문제를 다루었다. 배 샘플링 구간에서의 입,출력 정보만을 갖고서 원하는 페루프 극점을 그때 그때 이동시켜 줄 수 있도록 적은 양의 제어입력만이 쓰이게 됨을 보였다. 극점이동 제어는 불안정한 플랜트에 대해서는 불가능한 단점에는 적용이 불가능하지만 본 논문에서 제안한 알고리즘의 경우 불안정한 플랜트에 대해서도 적용이 가능함을 보였다. 그러나 외란이 비고적률 경우에는 제어성능이 뒤지며 플랜트의 게루프 극점이 z-평면 상의 단위원에서 멀리 떨어져 있을 수록 극점이동의 효과가 감소한다.

참고문헌.

- [1]. K.J.Astrom and B.Wittenmark, "On self-tuning regulators", Automatica, Vol.9, pp.185-199 1973
- [2]. D.W.Clarke and P.J.Gawthrop, "Self-tuning controller", Proc.IEE, Vol.122, No.9, pp.929-934, 1975
- [3]. P.E.Wellstead and P.Zanker, "Pole assignment self-tuning regulator", Proc.IEE, Vol.126, No.8, pp.781-787, 1979
- [4]. A.Y.Allidina and F.M.Hughes, "Generalised self-tuning controller with pole assignment", Proc.IEE, Vol.127, No.1, pp.13-18, 1980
- [5]. K.J.Astrom and B.Wittenmark, "Self-tuning controllers based on pole-zero placement", Proc IEE, Vol.127, pp.120-130 1980
- [6]. A.Chandra, O.P.Malik and G.S.Hope, "Generalised self-tuning controller with self searching pole shift", IFAC World congress on Automatic Control, Vol.10, pp.88-92, 1987

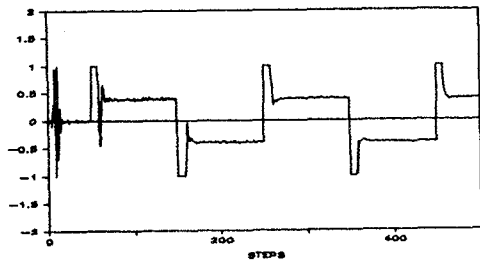


(a) 본 논문의 경우
(a) Simulation results for proposed algorithm.

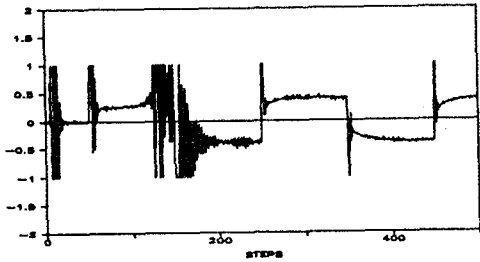


(b) Malik[6]의 경우
(b) Simulation results for Malik[6].

그림 2. 기준입력 및 출력.
Fig. 2. Reference input and Plant output

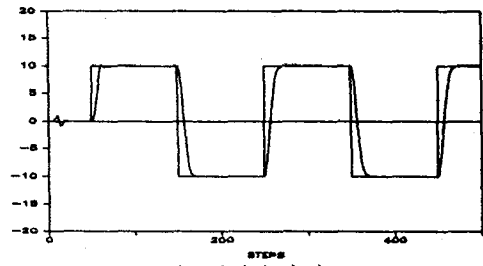


(a) 본 논문의 경우
(a) Simulation results for proposed algorithm.

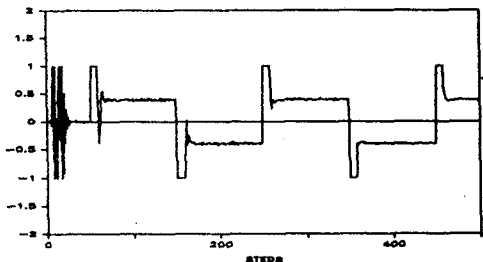


(b) Malik[6]의 경우
(b) Simulation results for Malik[6].

그림 3. 제한된 제어 입력
Fig. 3. Bounded control input

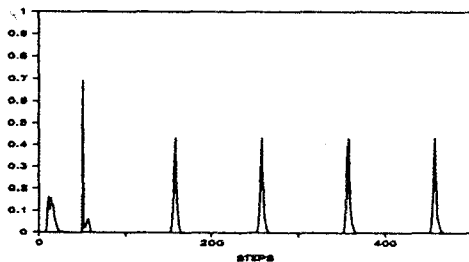


(a) 기준입력 및 출력
(a) Reference input and Plant output

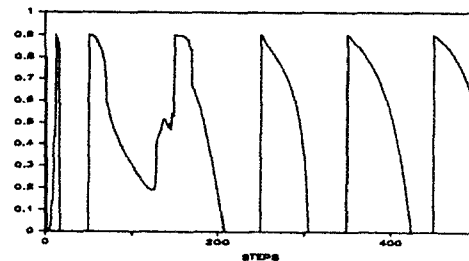


(b) 제한된 제어입력
(b) Bounded control input

그림 5. 불안정한 플랜트에 대한 시뮬레이션 결과
Fig. 5. Simulation results for unstable Plant



(a) 본 논문의 경우
(a) Simulation results for proposed algorithm



(b) Malik[6]의 경우
(b) Simulation results for Malik[6].

그림 4. 극점이동 인자 α
Fig. 4. Pole shift factor α

부록.

보조출력 $\phi(t)$ 를 다음과 같이 정의 한다 [2].

$$\phi(t+d) = P(q^{-1})y(t+d) + Q(q^{-1})u(t) - R(q^{-1})w(t) \quad (13)$$

여기서 $P(q^{-1})$, $Q(q^{-1})$, $R(q^{-1})$ 는 q^{-1} 의 다항식이며 이후로는 q^{-1} 는 생략하기로 한다. 이제 평가함수는 다음과 같이 결정한다.

$$I = E \{ \phi(t+d) \} \quad (14)$$

식 (1), (13)을 합쳐서 정리하면

$$\phi(t+d) = \left(\frac{PB}{A} + Q \right) u(t) - R w(t) + \frac{PC}{A} e(t) \quad (15)$$

식 (15)에서 잡음항은 다음 식으로 나눌 수 있다.

$$\frac{PC}{A} = F + q^{-d} \frac{G}{A} \quad (16)$$

식 (1), (2)를 식 (15)에 대입하여 정리하면

$$\phi(t+d) = H u(t) + G y(t) + E w(t) + F e(t) - C_m [\phi(t+d) - F e(t)] \quad (17)$$

여기서

$$H = BF + QC, \quad E = -RC, \quad C_m = C - 1$$

이제

$$H u(t) + G y(t) + E w(t) = 0 \quad (18)$$

이 되도록 제어입력을 정하면

$$\phi(t+d) = F e(t) - C_m [\phi(t+d) - F e(t)] \quad (19)$$

우변을 좌변으로 이항해서 정리하면

$$(1 + C_m) [\phi(t+k) - F e(t)] = 0 \quad (20)$$

여기서

$1 + C_m = C$ 이다. $C \neq 0$ 이고 근이 안정한 영역 내에 존재한다고 가정하면

$$\phi(t+d) - F e(t) = 0 \quad (21)$$

이된다.

따라서 식(17)은 다음과 같이 표현된다.

$$\phi(t+d) = H u(t) + G y(t) + E w(t) + F e(t) \quad (22)$$

이때 전체 폐루프계의 전달함수는 다음과 같다.

$$y(t) = \frac{B R w(t-d) + H e(t)}{B P + A Q} \quad (23)$$

윗식에서 원하는 폐루프 극점은 다음 관계식으로부터 얻어진다.

$$B P + A Q = T \quad (24)$$

여기서 P, Q, T 다항식의 차수는

$$\begin{aligned} n_p &= n_a - 1 \\ n_q &= n_b - 1 \\ n_t &\leq n_a + n_b - 1 \end{aligned}$$

이때 A, B 다항식의 계수들은 미지이므로 다음과 같은 형태로 바꿔 주어야 한다.

$$B P F + A Q F = T F \quad (25)$$

$A F$ 를 식(16)을 이용해서 대치시키면

$$B P F + Q P C - q^{-d} G Q = T F \quad (26)$$

여기서 $H = B F + Q C$ 이므로

$$P H - q^{-d} G Q = T F \quad (27)$$

$a_0 = c_0 = 1$ 이며, 식(22)에 의해서 $c_0 p_0 = a_0 f_0$ 이고 식(27)에 의해서 $p_0 h_0 = f_0 t_0$ 가 되며 따라서 $h_0 = t_0$ 가 된다. 식(22)로부터 파라미터를 추정할때 $h_0 = t_0$ 로 고정시켜 놓을경우 실제값보다 작게 설정하게 되면 파라미터 추정치가 발산하게 된다. 따라서 h_0 를 고정시키는 대신에 시스템과는 직접적인 연관성이 없는 파라미터 e_0 를 고정시키면 이 문제점은 해결되며 $h_0 = t_0$ 의 관계를 만족하지 않아도 된다. 실제로 h_0 는 t_0 와 다를 수 있으므로 $h_0 = \beta t_0$ 처럼 표현할 수 있으며, 이때 β 는 임의의 상수이다. 따라서 식(27)은 다음식과 같이 쓸 수 있다.

$$P H - q^{-d} G Q = \beta T F \quad (28)$$

이 경우 대개 $t_0 = 1$ 로 정하므로 $h_0 = \beta$ 가 된다. 따라서 식(28)은 다음과 같이 된다.

$$P H - q^{-d} G Q = h_0 T F \quad (29)$$

여기서 T 다항식에 포함되는 A 다항식의 계수들은 식(16)의 관계로부터 얻을 수 있다.