

발전기-무한모선계통의 A행렬의 직접계산법 :

여자계통을 고려한 경우

권 세 혁 김 덕 영*
(고려대학교)

Direct Calculation of A Matrix of Single Machine Connected to
Infinite Bus : Including Excitation System

Sae-Hyuk Kwon , Dug-Young Kim
(Korea University)

Abstract : Direct calculation algorithm for the elements of A matrix is suggested for a single machine connected to the infinite bus. Excitation system and power system stabilizer are included. When A matrix is partitioned into seven submatrices, we can identify the location of non-zero elements and formula for each element. No matrix inversion and multiplication are necessary.

2. 문제의 정식화

발전기-무한모선 계통에서 전류모델 또는 자속회고수모델로 표현한 계통 방정식은 식(1)과 같이 쓸 수 있다.

$$\dot{X} = AX + Bu \quad (1)$$

여기서

$$\begin{aligned} X &= [X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7] \\ &= [I_d, I_F, I_D, I_q, I_Q, \omega, \delta] \quad (\text{전류모델의 경우}) \\ &= [\Lambda_d, \Lambda_F, \Lambda_D, \Lambda_q, \Lambda_Q, \omega, \delta] \quad (\text{자속회고수모델의 경우}) \\ Bu &= [-a_{12}L_{AD}^{-1}E_{FD}, -a_{22}L_{AD}^{-1}E_{FD}, -a_{32}L_{AD}^{-1}E_{FD}, 0, 0, \\ &\quad T_m/Z_j, 0]^t \quad (\text{전류모델의 경우}) \\ Bu &= [L_d \hat{L}_d^{-1} (Z_{do}^T L_{AD}^{-1})^{-1} L_{AD}^T E_{FD}, (Z_{do}^T (L_d - L_d'))^{-1} \\ &\quad L_{AD}^T E_{FD}, 0, 0, 0, T_m/Z_j, 0]^t \quad (\text{자속회고수모델의 경우}) \end{aligned}$$

1. 서론

참고문헌 [2]에서 발전기-무한모선계통을 상세한 모델(Full Model)로 모델링한 경우에 전류모델 및 자속회고수모델의 전압방정식 및 동요방정식으로 구성되는 계통방정식을 $\dot{X}=AX+Bu$ 의 형태로 미소신호선형화하여 A행렬의 구조를 고찰하였다. A행렬을 9개의 부분행렬로 분할하여 (1) 발전기 정수에만 관계있는 부분행렬, (2) 발전기 및 송전선 정수에만 관계있는 부분행렬 및 (3) 발전기 및 송전선정수 및 초기동작치 모두에 관계되는 부분행렬로 구분할 수 있음을 보였다. 또한 이들 A행렬의 각 원소를 발전기회전자 정수를 역산할 필요없이 발전기 제작회사공급 데이터도 부러 직접적으로 계산할 수 있음을 보였다. 여기서는 여자계통(Excitation System) 및 전력계통안정기(Power System Stabilizer : PSS) 등의 제어효과를 고려할 경우에도 A행렬의 각 원소를 직접적으로 계산할 수 있음을 고찰하였다. PSS는 그 입력신호가 발전기 속도 변화분 $\Delta\omega$ 일때로 한정하였고, 여자계통의 종류는 참고문헌 [1]에 제시된 것중 IEEE Type 1에 대하여 정리하였다. 정리결과는 기하유형의 여자계통에도 유사하게 적용할 수 있다.

여자계통 및 PSS의 제어효과가 계통의 진동특성에 미치는 영향을 조사하기 위하여 각 유형별 여자계통 및 PSS의 상태방정식을 요약하였다. 여자계통의 미소신호선형화 상태방정식을 기호형으로 표현하면

$$\dot{X}' = A'X' + B'u' \quad (2)$$

IEEE Type 1의 여자계통에서 식(2)의 X' , A' , 및 $B'u'$ 는 다음과 같다. 그림 1은 여자계통의 블록선도를 나타낸 것이다.

IEEE Type 1

$$\begin{aligned} X' &= [X_8, X_9, X_{10}, X_{11}]^t \\ &= [V_1, V_3, V_R, E_{FD}]^t \end{aligned} \quad (3.1)$$

$$A' = \begin{bmatrix} -1/\tau_R & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1/\tau_F & \omega_R K_F / (\tau_F \tau_E) & -\omega_R K_F (S'_E + K_E) / (\tau_F \tau_E) \\ -K_A / \tau_A & -K_A / \tau_A & -1/\tau_A & 0 \\ 0 & 0 & 1/\tau_E & -(S'_E + K_E) / \tau_E \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

$$B'u' = [K_R V_t / \tau_R, 0, (K_A / \tau_A) (V_{REF} + V_S), 0]^T \quad (3.3)$$

PSS의 제어효과를 고려하기 위하여 그림2와 같은 블록선도도 표현되는 PSS의 미소신호선형화 상태방정식은 식(4)와 같다.

$$\dot{X}'' = A''X'' + B''u'' \quad (4)$$

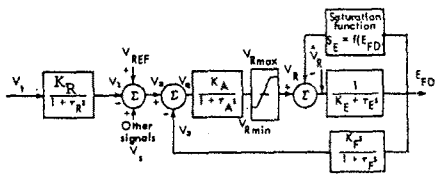


그림1. IEEE Type 1 여자계통의 블록선도

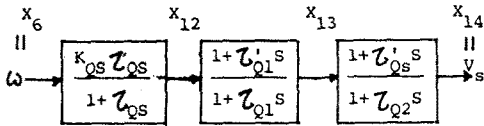


그림2. 전력계통 안정기(PSS)의 블록선도

여기서

$$X'' = [X_{12}, X_{13}, X_{14}]^T \quad X_{14} = V_S \quad (5.1)$$

$$A'' = \begin{bmatrix} -1/\tau_Q & 0 & 0 \\ \tau_{Q1}' / \tau_{Q1} (1 - \tau_{Q1}' / \tau_{Q1}) & -1/\tau_{Q1} & 0 \\ \tau_{Q2}' / \tau_{Q1} \tau_{Q2} (1 - \tau_{Q1}' / \tau_{Q1}) & \tau_{Q2}' / \tau_{Q2} (1 - \tau_{Q2}' / \tau_{Q2}) & -1/\tau_{Q2} \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

$$B''u'' = \dot{X}_6 [K_{QS}, K_{QS} \tau_{Q1}' / \tau_{Q1}, K_{QS} \tau_{Q1}' \tau_{Q2}' / (\tau_{Q1} \tau_{Q2})]^T \quad (5.3)$$

식(1), (2) 및 (3)을 함께 정리하면

$$\begin{bmatrix} \dot{X}' \\ \dot{X}'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & A' & 0 \\ 0 & 0 & A'' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ X' \\ X'' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Bu \\ B'u' \\ B''u'' \end{bmatrix} \quad (6)$$

기호형으로 표현하면

$$\dot{Y} = A_0 Y + B_0 V$$

11x11 벡터인 [BoV]에는 상태변수 $E_{FD}(X_{11})$, V_t , $V_S(X_{14})$, $\omega(X_6)$ 등이 포함되어 있으므로 이들 항을 행렬 A_0 에 추가로 표현하여야 한다. 단자전압의 미소 변화분 V_t 는 상태변수들의 결합으로 표시된다.

$$V_t = \begin{bmatrix} \frac{V_{d0}}{V_{t0}} & \frac{V_{q0}}{V_{t0}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_d \\ V_q \end{bmatrix} \quad (7)$$

여기서

$$\begin{bmatrix} V_d \\ V_q \end{bmatrix} = L \begin{bmatrix} I_d \\ I_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} R_e & L_e \\ -L_e & R_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_d \\ I_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_e I_{q0} \\ -L_e I_{d0} \end{bmatrix} \omega + \begin{bmatrix} -V_{\infty d0} \\ V_{\infty q0} \end{bmatrix} \delta$$

[BoV]의 상태변수와 관련된 항들을 모두 행렬 A_0 에 추가시킨 다음의 상태방정식을 표시하면

$$\dot{Y} = A_1 Y + B_1 V \quad (8)$$

행렬 A_1 및 벡터 $[B_1 V]$ 를 그림3에 보았다. 이는 전류모델의 경우를 예로 든 것이다. 14x14행렬인 A_1 의 196개 원소중 109개의 원소는 영이다. 87개의 원소가 영 아닌 값들이다. 면의상 A_1 행렬을 그림3과 같이 다음과 같은 부분행렬로 구분하기로 한다.

$$A_1 = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & 0 & A_{33} \end{bmatrix} \quad (9)$$

(1) 부분행렬 A_{11} 은 참고문헌 [2]에서 직접계산법에 의하여 모든 원소를 결정할 수 있다. 제어기가 추가된 경우에 이 부분행렬은 전혀 영향이 없다.

(2) 부분행렬 A_{12} 는 7x4행렬이나 그중 비영요소는 세개밖에 없다. 이들 세개의 원소들은 부분행렬 A_{11} 의 원소에서 바로 계산할 수 있다.

$$\left. \begin{aligned} a_{1,11} &= -a_{12}/L_{AD} \\ a_{2,11} &= -a_{22}/L_{AD} \\ a_{3,11} &= -a_{23}/L_{AD} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

(3) 부분행렬 A_{23} 는 4x3행렬이나 비영요소는 한개밖에 없다. 즉 $a_{10,14} = K_A / \tau_A$ 이다.

(4) 부분행렬 A_{22} 는 원소 $a_{8,11}$ 만 제외하고 식(3.2)의 행렬 A' 와 같다. 즉 $a_{8,11}$ 만 제외하고 부분행렬

A₂₂는 여자계통의 정수들에만 관계가 있고 여자계통 정수 및 초기동작점에 대하여 무관하다.

$$a_{8,11} = (K_R / \tau_R) L_e (V_{do} / V_{to}) (-a_{12} / L_{AD}) \quad (11)$$

(5) 부분행렬 A₂₁은 첫행만이 비영요소이고 나머지는 모두 영이다. 부분행렬 A₂₁의 첫행을 R₈이라고 표기하면 R₈은 부분행렬 A₁₁의 첫번째행과 네번째행의 일차결합에 적절한 수치를 더한것으로 표시할수 있다.

$$R_8 = (K_R / \tau_R) L_e \left[\frac{V_{do}}{V_{to}}, \frac{V_{go}}{V_{to}} \right] \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} & a_{16} & a_{17} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} & a_{46} & a_{47} \end{bmatrix} + (K_R / \tau_R) \left[\frac{V_{do}}{V_{to}}, \frac{V_{go}}{V_{to}} \right] \begin{bmatrix} R_e & 0 & 0 & L_e & 0 & L_e I_{q0} & -V_{\infty do} \\ -L_e & 0 & 0 & R_e & 0 & -L_e I_{d0} & V_{\infty go} \end{bmatrix} \quad (12)$$

(6) 부분행렬 A₃₃는 식(5.2)와 같다. 즉 A₃₃의 모든 원소는 PSS의 자체정수에만 관계된다.

행렬 A₁

a ₁₁	a ₁₂	a ₁₃	a ₁₄	a ₁₅	a ₁₆	a ₁₇	0	0	0	a _{1,11}									
a ₂₁	a ₂₂	a ₂₃	a ₂₄	a ₂₅	a ₂₆	a ₂₇	0	0	0	a _{2,11}									
a ₃₁	a ₃₂	a ₃₃	a ₃₄	a ₃₅	a ₃₆	a ₃₇	0	0	0	a _{3,11}									
a ₄₁	a ₄₂	a ₄₃	a ₄₄	a ₄₅	a ₄₆	a ₄₇	0	0	0	0									0
a ₅₁	a ₅₂	a ₅₃	a ₅₄	a ₅₅	a ₅₆	a ₅₇	0	0	0	0									
a ₆₁	a ₆₂	a ₆₃	a ₆₄	a ₆₅	a ₆₆	0	0	0	0	0									
0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0									
a ₈₁	a ₈₂	a ₈₃	a ₈₄	a ₈₅	a ₈₆	a ₈₇	a ₈₈	0	0	a _{8,11}	0	0	0						
0	0	0	0	0	0	0	0	0	a _{9,9}	a _{9,10}	a _{9,11}	0	0	0					
0	0	0	0	0	0	0	0	a _{10,8}	a _{10,9}	a _{10,10}	0	0	0	a _{10,14}					
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	a _{11,10}	a _{11,11}	0	0	0					
a _{12,1}	a _{12,2}	a _{12,3}	a _{12,4}	a _{12,5}	a _{12,6}	0					a _{12,12}	0	0						
a _{13,1}	a _{13,2}	a _{13,3}	a _{13,4}	a _{13,5}	a _{13,6}	0					0	a _{13,12}	a _{13,13}	0					
a _{14,1}	a _{14,2}	a _{14,3}	a _{14,4}	a _{14,5}	a _{14,6}	0						a _{14,12}	a _{14,13}	a _{14,14}					

B₁V 벡터

$$\{0, 0, 0, 0, 0, T_m / \tau_j, 0, 0, (K_A / \tau_A) V_{REF}, 0, 0, 0, 0\}^t$$

그림3. 행렬 A₁ 및 B₁V 벡터

(7) 부분행렬 A₃₁의 첫번째행을 R₁₂, 두번째행을 R₁₃, 세번째행을 R₁₄이라고 할때 이들은 부분행렬 A₁₁의 여섯번째행 R₆와 관계된다.

$$\left. \begin{aligned} R_{12} &= K_{QS} R_6 \\ R_{13} &= (K_{QS} \tau_{Q1} / \tau_{Q1}) R_6 \\ R_{14} &= (K_{QS} \tau_{Q1} \tau_{Q2} / (\tau_{Q1} \tau_{Q2})) R_6 \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

이상 그림3의 196개 원소 중 87개의 비영요소를 직접 계산하기 위한 공식을 제시하였다. 참고문헌 [1]의 예제를 수치계산테로 하여 직접계산법을 예시하였다. 만약 발전기-무한모선계통에 PSS가 없는 경우는 PSS에 관련된 해당 행과 열을 모두 무시하면 된다. 즉 그림 3에서 12, 13, 14의 행과 열을 무시하고 11번째행과 열까지를 A행렬로 하면된다.

3. 수치계산례

1) 다음과 같은 발전기정수를 갖는 발전기가 R_e=0.02 p.u., L_e=0.4p.u.의 송전선을 통하여 무한모선에 연결되어 있다고 가정한다.

발전기 정수

$$L_d=1.70p.u. \quad L_q=1.64p.u. \quad L_d'=0.245p.u.$$

$$L_q'=0.380p.u. \quad L_d''=0.185p.u.=L_q'' \quad L_q''=0.15p.u.$$

$$\tau_{do}=5.9 \text{ sec} \quad \tau_{d'}=0.023 \text{ sec} \quad \tau_{qo}'=0.075 \text{ sec}$$

$$H=2.37 \text{ sec} \quad r=0.001096p.u.$$

발전기출력을 $P=1.0p.u.$, $0.85P.F.$ 이고 무한모션 전압을 $1.0p.u.$ 일 경우의 초기동작점은 다음과 같다.

초기동작조건

$$I_{do} = -0.91856 \quad I_{qo} = 0.40472 \quad V_{\infty do} = -0.80656$$

$$V_{\infty qo} = 0.59178 \quad \Lambda_{do} = 0.96764 \quad \hat{\Lambda}_{do} = 0.59987$$

참고 문헌 [2]의 방법에 의하여 A행렬은 그림4와 같이 구해진다(D=0인 경우).

2) 여자가 포함 된 경우

i) 위의 발전기-무한모션 계통에 다음과 같은 여자기 정수를 갖는 W TRA 여자가 연결되어 있다고 한다.

W TRA 여자기 정수

$$K_A=400 \quad \tau_A=0.05 \text{ sec} \quad K_E=-0.17 \quad \tau_E=0.95 \text{ sec}$$

$$K_F=0.04 \quad \tau_F=1.0 \text{ sec} \quad K_R=1.0 \quad \tau_R=10^{-4} \text{ sec}$$

$$S_{\Sigma}^2=0.1140$$

부분 행렬 A_{12} 의 $a_{1,11}$, $a_{2,11}$, $a_{3,11}$ 요소는 여자기 정수와 관련없이 부분 행렬 A_{11} 에서의 계산결과를 사용하여 바로 구할 수 있다.

$$a_{1,11} = -2.83135 \times 10^{-4}$$

$$a_{2,11} = 3.19368 \times 10^{-3}$$

$$a_{3,11} = -2.81006 \times 10^{-3}$$

$$A_{11}=10^{-3} \begin{bmatrix} -36.062 & 4.3886 \times 10^{-1} & 14.142 & -3487.1 & -2547.0 & -2444.51 & 1752.13 \\ 12.472 & -4.9502 & 76.855 & 1206.0 & 880.85 & 845.411 & -695.958 \\ 22.776 & 4.3556 & -96.015 & 2202.4 & 1608.6 & 1543.90 & -1106.61 \\ 3589.7 & 2649.6 & 2649.6 & -36.062 & 90.080 & 1776.08 & 2388.05 \\ -3505.4 & -2587.4 & -2587.4 & 35.215 & -123.33 & -1734.36 & -23319.5 \\ -7.8456 \times 10^{-3} & -0.20268 & -0.20268 & -0.79934 & -0.44220 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

그림4. A_{11} 행렬(D=0인 경우)

$$A_{21} = \begin{bmatrix} 22.58867 & 23.19409 & 23.11187 & 15.04602 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 16.07144 & 28.56308 & -2.77528 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A_{22} = 10^{-3} \begin{bmatrix} -26525.2 & 0 & 0 & 1.6989 \\ 0 & -2.65252 & 0.11169 & 6.25435 \times 10^{-3} \\ -21220.16 & -21220.16 & -53.0504 & 0 \\ 0 & 0 & 2.79213 & 0.15636 \end{bmatrix}$$

ii) 발전기-무한모션 계통에 W Brushless 여자가 연결되어 있는 경우

Brushless 여자기 정수

$$K_A=400 \quad \tau_A=0.02 \text{ sec} \quad K_E=1.0 \quad \tau_E=0.80 \text{ sec}$$

$$K_F=0.03 \quad \tau_F=1.0 \text{ sec} \quad K_R=1.0 \quad \tau_R=10^{-4} \text{ sec}$$

$$S_{\Sigma}^2=0.2368$$

동작조건이 같을 경우 부분 행렬 A_{12} 는 값이 바뀌지 않으며, A_{21} 은 a_{81} , a_{84} , a_{86} , a_{87} 요소들만 여자기 정수의 영향을 받는다. 이 경우에는 K_R 과 τ_R 값이 전의 경우와 같은 값이므로 부분 행렬 A_{21} 의 값이 바뀌지 않으며 A_{22} 의 첫번째행도 값이 바뀌지 않는다.

$$A_{22} = 10^{-3} \begin{bmatrix} -26525.2 & 0 & 0 & 1.6989 \\ 0 & -2.65252 & 0.09947 & -0.12302 \\ -53050.4 & -53050.4 & -132.626 & 0 \\ 0 & 0 & 3.31565 & -4.10080 \end{bmatrix}$$

iii) 발전기-무한모선 계통에 W low τ_E Brushless 여자기가 연결되어 있는 경우

$$A_{33} = 10^{-3} \times \begin{bmatrix} -0.26525 & 0 & 0 \\ 110.214 & -116.851 & 0 \\ 2757.78 & -2807.00 & -116.851 \end{bmatrix}$$

W low τ_E Brushless 여자기 정수

$$\begin{aligned} K_A &= 400 & \tau_A &= 0.02 \text{ sec} & K_E &= 1.0 & \tau_E &= 0.015 \text{ sec} \\ K_F &= 0.04 & \tau_F &= 0.50 \text{ sec} & K_R &= 1.0 & \tau_R &= 10^{-4} \text{ sec} \\ S_E' &= 0.1123 \end{aligned}$$

ii) 의 경우와 비교해 보면 K_A , τ_A , K_R , τ_R 이 같은 값을 가지므로 부분행렬 A_{22} 에서 2행과 4행의 값만 바뀌게 된다.

$$A_{22} = 10^{-3} \begin{bmatrix} -26525.2 & 0 & 0 & 1.6989 \\ 0 & -5.30504 & 14.1468 & -15.7355 \\ -53050.4 & -53050.4 & -132.626 & 0 \\ 0 & 0 & 176.835 & -196.693 \end{bmatrix}$$

3) PSS가 포함된 경우

여자가 포함된 발전기-무한모선 계통에 다음과 같은 PSS 정수를 갖는 PSS가 연결되어 있다고 한다.

PSS 정수

$$\begin{aligned} \tau_Q &= 10 \text{ sec} & K_{QS} &= 1.0 & \tau_{Q1}' &= \tau_{Q2}' &= 0.568 \text{ sec} \\ \tau_{Q1} &= \tau_{Q2} &= 0.0227 \text{ sec} \end{aligned}$$

부분행렬 A_{23} 은 $a_{10,14}$ 요소들 제외한 나머지 요소들이 모두 0이며, A_{33} 은 PSS 정수에만 관계된다. 또한 부분행렬 A_{31} 은 A_{11} 의 6행에 해당되는 요소들에 K_{QS} 를 곱한 것이 첫번째 행에, $K_{QS} \frac{\tau_{Q1}'}{\tau_{Q1}}$ 을 곱한 것이 두

번째 행에, $K_{QS} \frac{\tau_{Q2}'}{\tau_{Q1} \tau_{Q2}}$ 를 곱한 값이 세번째 행에 해당된다.

$$a_{10,14} = 21.22016$$

$$A_{31} = 10^{-3} \begin{bmatrix} -7.84561 \times 10^{-3} & -0.20268 & -0.20268 \\ -0.19631 & -5.07141 & -5.07141 \\ -4.91215 & -126.897 & -126.897 \\ -0.79934 & -0.442195 & 0 & 0 \\ -20.0011 & -11.0646 & 0 & 0 \\ -500.469 & -276.859 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

4. 검토 및 결론

발전기-무한모선계통에서 여자계통 및 전력계통 안정기동의 제어기의 효과를 고려하는 경우에 A행렬을 직접적으로 계산할 수 있음을 보였다. 각 부분행렬을 구하는 공식을 식(9)에서 식(12)까지에 요약하였다. 여러개의 초기동작점, 또는 여자계통 및 전력계통 안정기정수에 대한 A행렬을 구하는 경우 매우 효과적일 것으로 판단된다.

5. 참고 문헌

- [1] P.M. Anderson and A.A. Fouad, Power System Control and Stability, Iowa State University Press, Ames, Iowa, 1977.
- [2] 권세혁, "발전기-무한모선계통의 계통행렬 구조에 관한 연구", 고려대학교 공과대학 공학논집 (28집), pp.63-70, 1987.