

모멘트 방법에 의한 중앙급전식 평판 다이폴 안테나의 해석

양 상 용<sup>o</sup>, 이 맥 경, 나 정 응, 이 수 영  
한국 과학 기술원, 전기 및 전자 공학과

An analysis of Center-Fed Planar Dipole Antenna by method of moments

Sang-Yong Yang, Tack-Kyung Lee, Jung-Woong Ra, Soo-Young Lee  
Department of Electrical Engineering, KAIST

Abstract

The driving-point impedance of the center-fed planar dipole antenna is obtained using the method of moments (MOM). For the thin dipole antenna, our numerical result is compared with that of the inverse method by D. R. Rhodes as well as the known solutions of equivalent wire antenna. For the frequencies of L-band and S-band, the driving-point impedances of the thick planar dipole antennas are measured by experiment and compared with the numerical results.

1. 서론

원통형 다이폴 안테나의 경우에는 안테나 반경이 파장에 비해 매우 작다는 것과 기하학적 대칭성에 의해 다이폴 안테나의 전류분포를 일기위한 일반적인 3차원 전류에 대한 방정식인 Pocklington 방정식의 일차원적 전류 분포로의 해석이 가능하다<sup>[1-2]</sup>. 한편 폭이 좁은 평판 다이폴 안테나의 경우에는 그 폭을  $w$ 라 하면 반경이  $a$ 인 원통형 다이폴 안테나로  $w, a \ll \lambda$  (wave length) 인한  $a = \frac{w}{4}$ 의 관계에 의해 등가적으로 취급할 수 있다<sup>[3]</sup>. 또한 복사패턴으로부터 안테나의 구동점 임피던스를 구하는 방법이 Rhodes에 의해 폭이 좁은 평판 다이폴 안테나 ( $w < \frac{\lambda}{100}$ )에 적용 되어지기도 하였다<sup>[4]</sup>.

그런데 다이폴 안테나는 공진형 안테나로서 동작주파수 범위가 작다. 여기에 폭이나 반경이 커짐에 따라 동작주파수 범위가 증가한다는 다이폴 안테나의 일반적 특성<sup>[5]</sup>을 이용하여 폭이나 반경을 갖는 안테나를 제작 사용한다.

그러나 이와같이 폭이 있는 ( $w > \frac{\lambda}{100}$ ) 평판 다이폴 안테나에 대한 해석이 전무하므로, 그 특성을 모멘트 방법을 통하여 이론적으로 해석하였다. 폭이 좁은 경우에 simulation 결과는 알려진 결과들과 비교할 수 있었으며 이를 통해 본 논문에서의 방법의 타당성을 입증하였다. 일반적인 경우의 결과 또한 실험적 결과와 비교하여 잘 맞고있음을 확인할 수 있었다.

2. 모델링 및 Formulation

그림 1(a)에 간략화된 실제 안테나를 나타내었다. 해석을 하기 위해 급전 회로를 이상적 전원<sup>[1]</sup>으로 모델링 함으로써 그림 1(b)와 같이 되어진다. 그림 1(b)에 보이듯이 원의상 평판 다이폴 안테나를 자유 공간의 x-y 평면의 원점에 위치 시켰다. 이런 경우 이상적 전원에 의해 표현된 전계는

$$E^i = f(x)f(y)y_0 \quad (1)$$

where

$$f(x) = 1, |x| \leq w/2$$

$$= 0, \text{ otherwise}$$

$$f(y) = 1, |y| \leq \Delta h/2$$

$$= 0, \text{ otherwise}$$

이며 E의 i 는 입사 전계를 의미 하고 w는 평판 다이폴 안테나의 폭이며  $\Delta h$ 는 공극의 y 축 방향 거리이다.

$K_s(x',y')e^{j\omega t}$ 가 안테나와 이상적 전원의 표면 전류 밀도 분포의 합이라면 임의의 점  $(x,y,z)$ 에서의 벡터 자위 (vector magnetic potential)는

$$A(x,y,z) = \int_S \frac{\mu_0 K_s(x',y')e^{-jkR}}{4\pi R} dS'$$

$$= \int_S \mu_0 K_s(x',y') G dS' \quad (2)$$

로 주어지며 여기에서 G는 자유공간 3차원 그린 함수이며  $R = [(x-x')^2 + (y-y')^2 + z^2]^{1/2}$  로서 전원점  $(x',y')$ 과 관측점  $(x,y,z)$ 사이의 거리이다.

자속 밀도 B는

$$B = \nabla \times A \quad (3)$$

이며 이 식의 양변에 회전(curl,  $\nabla \times$ )을 취하고 벡터 항등식과 Maxwell 방정식을 이용하면 다음과 같다.

$$\nabla \times B = \nabla(\nabla \cdot A) - \nabla^2 A = \mu_0 J + \frac{j\omega}{c^2} E \quad (4)$$

그리고 파동 방정식은 다음과 같이 주어진다.

$$(\nabla^2 + k^2) A = -\mu_0 J \quad (5)$$

여기서 k는 파수(wave number,  $\omega(\mu_0 \epsilon_0)^{1/2}$ )이다. 식(4)와 (5)에서 J를 소거하면

$$\nabla(\nabla \cdot A) + k^2 A = \frac{j\omega}{c^2} E \quad (6)$$

이 되고 식(2)를 적용하면 2차원 전류에 대한 Pocklington 방정식

$$(\nabla_F \nabla_F + k^2) \int_S K_s(x', y') G dS' = j\omega\epsilon_0 E^s \quad (7)$$

을 얻을 수 있다. 여기서  $\nabla_F$ 는 판축점 좌표에 대한 미분을 의미한다. 일반적으로 안테나의 날개는 완전도체로 가정하므로 날개 사이의 공극을 제외한 곳에서는  $E^s(x, y, z) = 0$ 이다. 따라서 공극내의  $E^s(x, y, z)$ 를 잘 표현함으로써 만족할만한  $K_s$ 를 얻을 수 있다. 이때 산란 전계는 안테나 날개의 두께를 무시하였으므로 단일 면전류에 의하여 얻어짐을 알 수 있다.

그림 1(b)의 안테나 영역 내에서  $E^s(x, y, z)$ 는

$$E^s(x, y, z) = -E^i(x, y, z) = -f(x)f(y)y_0 \quad (8)$$

라 놓을 수 있으며, 수치 해석을 위해 식(6)을 벡터 성분별로 나누어 정리하면 아래와 같다.

$$-j\omega\mu_0 \int_S K_{xx} G dS' - \frac{j}{\omega\epsilon_0} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \int_S K_{xx} G dS'$$

$$- \frac{j}{\omega\epsilon_0} \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \int_S K_{xy} G dS' = 0 \quad (9)$$

$$- \frac{j}{\omega\epsilon_0} \frac{\partial^2}{\partial y \partial x} \int_S K_{xx} G dS' - j\omega\mu_0 \int_S K_{xy} e G dS'$$

$$- \frac{j}{\omega\epsilon_0} \frac{\partial^2}{\partial y^2} \int_S K_{yy} G dS' = -f(x)f(y) \quad (10)$$

at  $z=0$ ,  $|x| \leq w/2$ ,  $|y| \leq h/2$   
 식(9,10)을 Collocation 방법을 이용한 모멘트 방법<sup>[6]</sup>으로 풀기 위하여

$$K_{xx} = \sum_n \alpha_n f_n = \sum_n \alpha_n P(x'-x'_n, y'-y'_n) \quad (11)$$

$$K_{yy} = \sum_n \beta_n f_n = \sum_n \beta_n P(x'-x'_n, y'-y'_n) \quad (12)$$

where  
 $P(x'-x'_n, y'-y'_n) = 1$ ,  $|x'| \leq \Delta w_n/2$ ,  $|y'| \leq \Delta h_n/2$   
 $= 0$ , otherwise

로 근사화 한다. 여기서  $P$ 는 사각형 면적 분할 펄스 기저 함수(rectangular subsectional basis function)를 나타내며  $\alpha_n$ ,  $\beta_n$ 이 우리가 구하고자 하는 각 분할 면적 내에서의 전류 밀도의 계수이다. 식(11,12)를 식(9,10)에 대입하면

$$-j\omega\mu_0 \sum_n \alpha_n \int_{\Delta S_n} G dS' - \frac{j}{\omega\epsilon_0} \sum_n \alpha_n \frac{\partial^2}{\partial x^2} \int_{\Delta S_n} G dS'$$

$$- \frac{j}{\omega\epsilon_0} \sum_n \beta_n \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \int_{\Delta S_n} G dS' = 0 \quad (13)$$

$$- \frac{j}{\omega\epsilon_0} \sum_n \alpha_n \frac{\partial^2}{\partial y \partial x} \int_{\Delta S_n} G dS' - j\omega\mu_0 \sum_n \beta_n \int_{\Delta S_n} G dS'$$

$$- \frac{j}{\omega\epsilon_0} \sum_n \beta_n \frac{\partial^2}{\partial y^2} \int_{\Delta S_n} G dS' = -f(x)f(y) \quad (14)$$

at  $z=0$ ,  $|x| \leq w/2$ ,  $|y| \leq h/2$   
 이 된다. 여기에서 미분과 적분변수들은 서로 독립적이며, 미분과 적분은 선형연산자이므로 순서를 바꾸어도 변함이 없다. 그리고 새로운 변수  $u = x'-x$ ,  $v = y'-y$ 를 도입하므로써 방정식의 미적분 관계를 간략화 할 수 있다.

각각의 분할 면적에 대한 적분에 있어서  $r=0$  인 경우에 나타날 수 있는 특이성 처리와 적분을 위해 피적분 함수의 지수 함수항을 Taylor전개하여 정칙 적분 공식<sup>[7]</sup>을 사용할 수 있도록 하자. 식(13,14)의 지수 함수항을 Taylor전개하면

$$\frac{e^{-jkr}}{r} = \sum_{p=0}^{\infty} \frac{1}{p!} (-jk)^p r^{p-1} \quad (15)$$

이 되며 여기에서  $r = [u^2 + v^2 + z^2]^{1/2}$  이다. 따라서 식(13,14)는

$$- \frac{j\omega\mu_0}{4\pi} \sum_n \alpha_n \int_{ey1(n)-y}^{ey2(n)-y} \int_{ex1(n)-x}^{ex2(n)-x} \sum_p \frac{1}{p!} (-jk)^p r^{p-1} dudv \Big|_{z=0}$$

$$- \frac{j}{4\pi\omega\epsilon_0} \sum_n \alpha_n \int_{ey1(n)-y}^{ey2(n)-y} dv \left[ \sum_p \frac{1}{p!} (-jk)^p (p-1)ur^{p-3} \Big]_{ex1(n)-x}^{ex2(n)-x} \Big|_{z=0}$$

$$- \frac{j}{4\pi\omega\epsilon_0} \sum_n \beta_n \left[ \left[ \frac{e^{-jkr}}{R} \right]_{z=0} \Big]_{ex1(n)-x}^{ex2(n)-x} \Big|_{ey1(n)-y}^{ey2(n)-y} = 0 \quad (16)$$

$$- \frac{j}{4\pi\omega\epsilon_0} \sum_n \alpha_n \left[ \left[ \frac{e^{-jkr}}{r} \right]_{z=0} \Big]_{ex1(n)-x}^{ex2(n)-x} \Big|_{ey1(n)-y}^{ey2(n)-y}$$

$$- \frac{j\omega\mu_0}{4\pi} \sum_n \beta_n \int_{ey1(n)-y}^{ey2(n)-y} \int_{ex1(n)-x}^{ex2(n)-x} \sum_p \frac{1}{p!} (-jk)^p r^{p-1} dudv \Big|_{z=0}$$

$$- \frac{j}{4\pi\omega\epsilon_0} \sum_n \beta_n \int_{ex1(n)-x}^{ex2(n)-x} du \left[ \sum_p \frac{1}{p!} (-jk)^p (p-3)vr^{p-3} \Big]_{ey1(n)-y}^{ey2(n)-y} \Big|_{z=0}$$

$$= -f(x)f(y) \quad (17)$$

at  $|x| \leq w/2$ ,  $|y| \leq h/2$

이 된다. 여기에서  $ey1(n)$ ,  $ey2(n)$ ,  $ex1(n)$ ,  $ex2(n)$ 은  $n$ 번째 분할 면적  $\Delta S_n$ 의 대각 위치의 꼭지점 좌표이다.

### 3. 수치 해석적 계산 결과

적용한 알고리즘과 개발된 simulator의 검증을 위해서는 simulator의 수렴성을 조사해 보는 방법<sup>[2]</sup>과 반경이 작은 원통형 다이폴 안테나(thin wire dipole antenna)와 전류 분포 및 구동점 임피던스를 비교해 보는 방법이 있다. 이를 위하여 폭이  $\frac{\lambda}{100}$ 이고 길이가  $\frac{\lambda}{2}$ 인 평판 다이폴 안테나에 대하여 계산하였다. 우선 수렴성을 시험하기 위해 매쉬 갯수에 따른 구동점 임피던스의 추이를 조사하였다(그림 2). 매쉬 갯수에 따라 수렴하고 있음을 알 수 있다.

다음으로 수렴되어진 상태에서 얻어진 전류와 임피던스를 알려진 결과들과 비교해보자. 폭이 좁은 다이폴 안테나에 유기되는 전류는 정현파 분포를 갖고 있음은 잘 알려진 사실이며 확인할 수 있었다(그림 3). 그리고 simulation에 의해 얻어진 임피던스를 널리 알고있는 임피던스와 비교하여 보았다(표 1).

일반적인 경우에 대해서는 알려진 자료가 없으므로 실험에 의해 얻어진 자료들과 비교하였다. 실험에 사용된 안테나에 대한 정보를 표 2에 나타내었다. 실험을 위해 제작된 안테나의 날개는 두께를 무시하고 형성된 모델링에 부합될 수 있도록 하기위해 두께가 0.1 mm인 구리( $\sigma = 5.80 \times 10^7$  mho/m)판을 사용하였다. 측정은 HP 8510A Network Analyzer를 이용하여 이루어 졌다.

그림 4에는 안테나 I 에 대한 simulation에서 얻은 임피던스를 실험적 결과와 함께 나타내었다. 그림 5에는 안테나 II 에 대한 임피던스의 simulation결과와 측정값을 나타내 보았다.

그림 4과 그림 5의 비교를 통해 안테나 II 에 대한 실험과 simulation 결과가 안테나 I 에 비해 좀더 잘 맞고 있음을 알 수 있다. 이와 같은 사실은 안테나 크기에 대한 표 2로부터 그 원인을 규명할 수 있다. 같은 길이의 공극이지만 주파수에 따라 상대적이므로 안테나 II 가 I 보다 짧게 느껴지게 된다. 따라서 이상적 전원의 조건에 II가 더 부합 되어지게 되는 것이다. 그러므로 안테나 II 의 실험과 simulation의 결과가 I 보다는 상대적으로 더 잘 일치하고 있는 것이다.

이상의 두 안테나에 대한 실험과 계산 결과로부터 평판 다이폴 안테나의 임피던스를 구하기위한 제안된 Pocklington 방정식의 formulation과 수치 해석적 simulation을 위해 만들어진 프로그램이 타당성을 갖고 있음을 확인할 수 있었다. 또한 공극을 좁힐 수록 즉, 이상적 전원의 조건에 접근한 안테나일수록 실험과 simulation 결과가 잘 일치하리라는 사실은 미루어 짐작할 수 있다.

4. 결론

자유 공간에 위치한 중앙 급전식 평판 다이폴 안테나의 구동점 임피던스를 Pocklington 방정식으로부터 출발하여 모멘트 방법으로 계산해 보았다. 폭이 좁은 다이폴 안테나에 대한 simulation 결과와 기존의 자료들과 비교를 통해 본 논문에서의 방법의 타당성이 입증 되었으며 일반적인 경우에는 실험적 결과와의 비교에 의해 확인되었다.

참고 문헌

- [1] R. S. Elliott, "Antenna theory and Design," Prentice-Hall, 1981, pp. 277-321.
- [2] R. Mittra, "Computer techniques for electromagnetics", Pergamon press,1973, pp. 7-95.
- [3] C. M. Butler, "The Equivalent Radius of a Narrow Conducting Strip," IEEE T-AP, vol. AP-30, No. 4, July, 1982, pp. 755-758.
- [4] D. R. Rhodes, "On a Fundamental Principle in the Theory of planar Antennas," Preceeding of the IEEE, 1964, pp. 1013-1021.
- [5] W. L. Stutzman, and G. A. Thiele, "Antenna Theory and Design," John Wiley and Sons, 1981, pp. 192-203
- [6] R. F. Harrington, "Field Computation by Moment Method," The Macmillan Company, 1968, pp. 62-81.
- [7] K. Mahadevan, H. A. Auda, "The electromagnetics field of a rectangular patch of uniform and linear distribution of current"

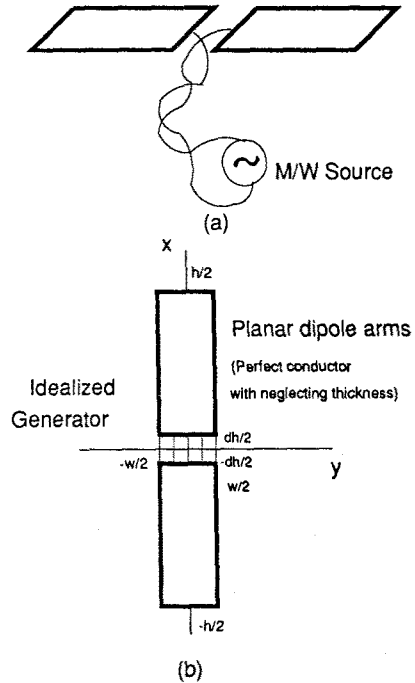


그림 1. 실제 안테나와 모델링된 안테나

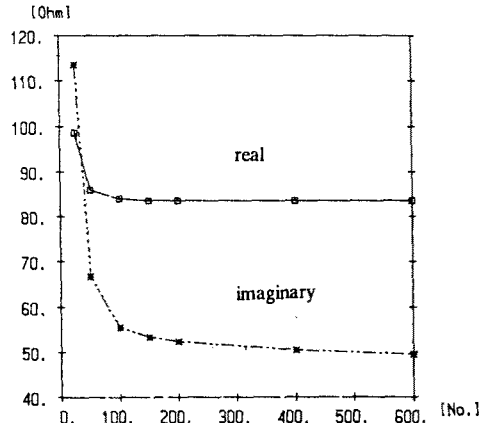


그림 2. 메쉬 갯수에 따른 구동점 임피던스의 수렴

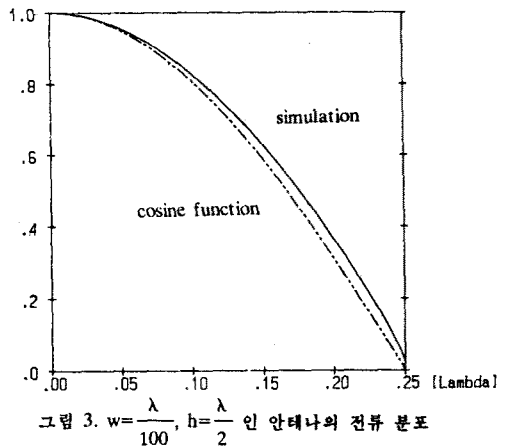


그림 3.  $w = \frac{\lambda}{100}$ ,  $h = \frac{\lambda}{2}$  인 안테나의 전류 분포

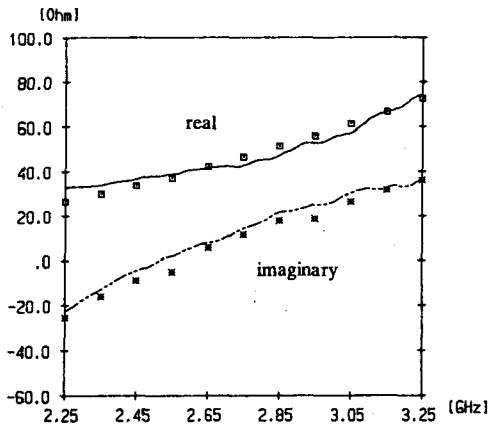


그림 4. 안테나 I 의 임피던스  
(squares and stars represent simulation)

	Antenna I	Antenna II
w (width)	1.5	2.0
h (height)	4.7	9.3
dh (air-gap length)	0.3	0.3

표 2. 실험과 simulation을 위한 안테나 (단위:cm)

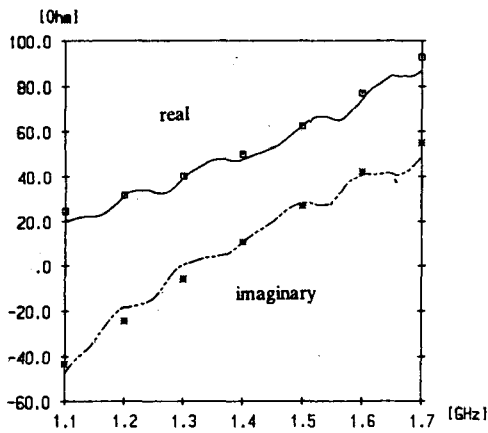


그림 5. 안테나 II 의 임피던스  
(squares and stars represent simulation)

	Real	Imaginary
Simulation	83	49
Improved King-Middleton Second-order Approximation	84	40
Rhodes' Inverse Method (planar)	75	45
Induced EMF Method	78	45

표 1.  $w = \frac{\lambda}{100}$ ,  $h = \frac{\lambda}{2}$  인 안테나의 여러 방법에 의한 임피던스