

터렛 서보시스템의 강인한 제어기 설계연구
A Study of Robust Controller Design for Turret Servo System

김인환* 김중화* 이만형** 배종일***

부산대학교 대학원 기계공학과*
부산 공업대학 전기공학과***

부산대학교 정밀공학과**

Abstract

In this paper influences of disturbances and Modeling errors are qualitatively for the linear approximation model of turret servo system, and then LQG / LTR Control theory is applied to linear approximation model in order to design a controller which satisfies robustness/stability for the modeling errors. Finally the performance and robustness of designed controller for the given plant are verified through the simulation.

1. 서 론

제어시스템의 설계에서 고려되어야 할 사항중 특히 강인성 문제는 날로 그 중요성이 인식되고 있다.

시스템의 작동속도가 빨라짐에 따라 고주파영역에서 에너지를 갖는 모델링 오차에 대한 강인성 문제가 중요시 되고 있다. SISO (Single-Input, Single-Output) 제어시스템의 강인성 (Robustness) 문제는 이득여유(Gain Margin)와 위상여유 (Phase Margin)를 이용하여 경험적으로 어느정도 고려되었으나 설계단계에서 직접 고려할 수 없는 단점을 갖고 있다.

1970년대 후반 Safonov[1]로부터 강인성문제의 중요성이 강조되기 시작한 이후 지난 10여년 동안 강인한 제어기 설계에 관한 많은 연구결과들 [2,4,5,7] 이 제시 되었다. 대표적인것으로 1980년대초 Doyle 과 Stein [2]은 특이값 (Singular Value) 개념을 이용하여 LQG/LTR (Linear Quadratic Gaussin Control with Loop Transfer Recovery) 방법을 제시 하였다. 이 방법을 이용하여 SISO 및 MIMO (Multi-Input, Multi-Output) 제어시스템에 대하여 설계단계에서 모델링오차에 대한 강인성문제를 직접 고려할 수 있게 되었다.

본 논문에서는 동특성이 크고 작동속도가 빠른 포탑포 서보 시스템을 선형 근사 시스템으로 모델링 하였으며, 이 모델에 대한 외란과 모델링 오차의 영향 및 시스템내에 포함되어 있는 비선형항의 영향을 파수응답과 시간응답을 구해 봄으로써 정성적으로 분석하였고, 이를 토대로 하여 포탑포 서보시스템의 목적을 달성하기 위해 요구되는 성능 및 강인성에 대한 설계사양을 설정하였다. 설정된 설계사양을 만족 시키기 위한 제어이론 으로서는 성능 및 강인성에 대한 설계사양을 제어시스템 설계시 직접 고려할 수 있는 LQG/LTR 제어이론을 사용 하였으며 포탑포시스템의 개루우프 시스템에 대한 제어기의 구성에 관하여 논 하였다. 구성된 포탑포 제어시스템에 대하여 주파수 응답 및 시간응답을 분석함으로써 성능과 강인성을 평가하였으며 그 효능을 검토하였다.

2. 포탑포 서보시스템의 모델링

피 제어시스템인 포탑포 서보시스템의 기능적 선도는 그림 1과 같다.

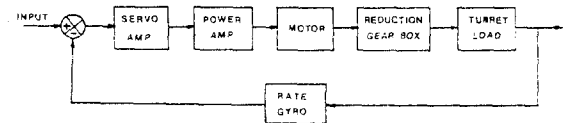


Fig.1 Functional diagram for turret servo system

그림 1의 각 요소에 대한 수학적 모델링을 거쳐서 비선형 요소를 무시할 경우 선형 시스템으로 표현한 포탑포 서보시스템의 블록선도는 그림 2와 같으며 관련계수들은 다음과 같다.

서보 증폭기의 증폭계인	$K_a = 23$
파워 증폭기의 증폭계인	$K_p = 100$
입력저항	$R_g = 0.8 \text{ (ohm)}$
입력 인덕턴스/저항	$T_g = 0.0045 \text{ (sec)}$
모터의 토크 상수	$K_T = 0.25 \text{ (Nm/A)}$
관 성	$J_m = 0.007 \text{ (Kg m)}$
점성 마찰계수	$D_m = 0.003 \text{ (Nm s/rad)}$
emf 상수	$K_E = 0.3 \text{ (V s/rad)}$
전기자 인덕턴스	$L_m = 0.0015 \text{ (H)}$
전기자 저항	$R_m = 0.2 \text{ (ohm)}$
포탑포 부하의 관성	$J_L = 5600 \text{ (Kg m)}$
점성 마찰계수	$D_L = 400 \text{ (Nm s/rad)}$
감속 기어비	$N = 160$
자이로의 자이로 상수	$K_g = 10$

그림 2에서 J와 D는 기어비를 사용하여 모터와 포탑포 부하를 동시에 고려한 전체 관성과 점성마찰 계수로서 $J = J_L + J_m/N^2$, $D = D_L + D_m/N^2$ 이며, 증폭기의 증폭계인 K_A 는 선형 증폭기로 가정된 서보 증폭기의 증폭계인 K_a 와 파워증폭기의 증폭계인 K_p 의 곱 즉, $K = K_s K_p$ 이다.

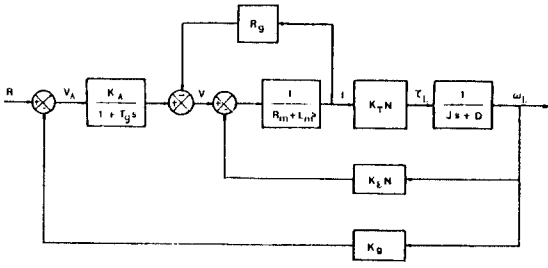


Fig.2 Linear approximation model for turret servo system

그림 2에서 기준입력 R에 대한 포탑부하의 각속도 ω_L 사이의 페루프 전달함수는 다음과 같다.

$$G_{cl}(s) = \frac{\omega_L(s)}{R(s)} = \frac{b_1}{s^3 + a_1 s^2 + a_2 s + a_3} \quad (1)$$

여기서

$$a_1 = 8.89 \times 10^2, \quad a_2 = 1.4848 \times 10^3, \\ a_3 = 2.3651 \times 10^7, \quad b_1 = 2.3589 \times 10^6$$

이다.

그림 3은 식 (1)로 표현되는 페루프 전달함수의 크기 Bode 선도이다. DC 게인은 약 -0.014 로서 단위 스텝입력에 대해 1.4% 정도의 정상상태 오차를 가지고 있음을 알 수 있고, 교차주파수는 약 160 rad/sec 이며 공진 최대값은 3.323 dB 로 큰 오버슈터가 예상된다. 분리도 (cutoff rate)가 약 -60 dB/dec 이므로 센서잡음의 저감도 면에서는 어느정도 양호하지만 교차주파수 이상의 주파수 영역에서는 위상여유가 작아짐으로 상대안정도에 문제가 있음을 알 수 있다. 그림 4는 식 (1)로 표현되는 시스템의 감도 (sensitivity) 전달함수의 크기 Bode 선도이다. 이 그림으로부터 0.3 rad/sec 이하의 주파수 영역에서는 감도 전달함수의 크기가 일정하므로 기준입력에 대한 추종성능이 나빠지고 외란의 영향을 많이 받을 것으로 추측된다. 그림 5는 단위스텝 입력에 대한 시간 응답을 나타낸 것으로서 최대 오버슈터량은 약 28% 로서 그다지 만족스럽지 못하고 $\pm 2\%$ 내의 정착시간은 약 0.055초 이다.

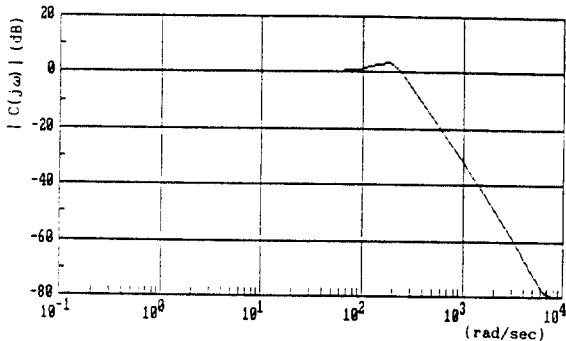


Fig.3 Bode plot for closed loop transfer function of turret servo system

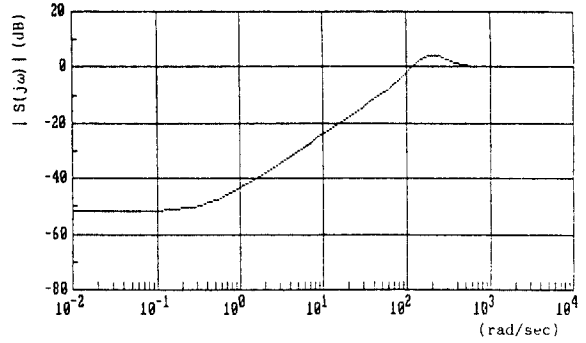


Fig.4 Bode plot for sensitivity transfer function of turret servo system

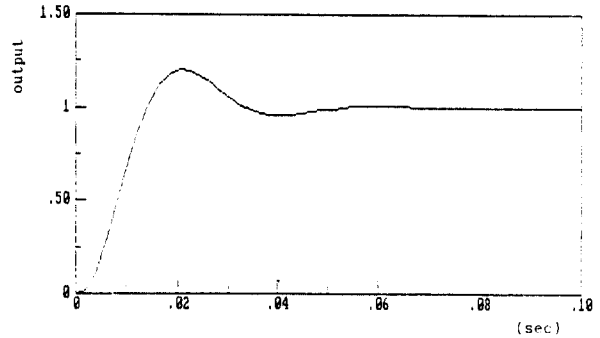


Fig.5 Indicial response of turret servo system

3. 포탑부하 서보 시스템의 선형모델에 대한 모델링 오차의 영향 및 설계사양의 설정

포탑부하 서보시스템과 같이 동특성이 큰 시스템은 작동속도가 빠를 때에는 모델화 되지 않은 모델링 오차와 외란의 영향을 상대적으로 크게 받을 것으로 추측된다. 이러한 관점에서 포탑부하 서보시스템의 선형모델에 대해 모델화되지 않은 출력축의 축강성 (shaft stiffness)을 대표적인 모델링 오차로 간주하여 분석함으로써 포탑부하 서보시스템에 미치는 영향을 조사하였으며 제어기의 구성에 필요한 설계사양을 설정하였다.

3.1 축강성 (shaft stiffness)의 영향

그림 3에서 모터의 출력방정식은 전기자회로에서 모터를 구동시키기 위하여 전개된 토오크를 τ_m 이라 할 때 다음과 같이 표현된다.

$$\tau_m = J_n \frac{d\omega_n}{dt} + D_n \omega_n \quad (2)$$

여기서 τ_m 은 모터축의 회전 각속도이다. 모터와 포탑부하를 연결하는 감속기어가 백래쉬를 받고 있지 않다고 가정할 때, 기어박스 입력축의 축강성을 고려한다면 식 (2)는

$$\tau_m = J_n \frac{d\omega_n}{dt} + D_n \omega_n + K_1 \int (\omega_n - \omega_1) dt \quad (3)$$

으로 표현되고, 여기서 K_1 은 기어박스 입력축의 축강성이며 ω_1 은 입력축의 회전각속도이다. 기어박스에 대해서는

$$\omega_2 = \omega_1 / N, \quad \tau_2 = N \tau_1 \quad (4)$$

로 표현되고, 여기서 ω_2 는 기어박스 출력축의 회전 각속도, τ_1 은 기어박스 입력축의 축강성에 의한 토모르, τ_2 는 출력축의 축강성에 의 토모르이다. 또한

$$N \tau_1 = N K_1 \int (\omega_2 - \omega_1) dt = K_2 \int (\omega_2 - \omega_1) dt = \tau_2 \quad (5)$$

의 관계가 성립하며, K_2 는 출력축의 축강성이다. 포탑포 부하에 대한 방정식은 출력축의 축강성을 고려할 경우

$$K_2 \int (\omega_2 - \omega_1) dt = J_L \frac{d\omega_1}{dt} + D_L \omega_1 \quad (6)$$

으로 표현되며 ω_1 은 포탑포 부하의 회전 각속도이다. 식 (6)을 다시 고쳐 쓰면 다음과 같다.

$$0 = J_L \frac{d\omega_1}{dt} + D_L \omega_1 + K_2 \int (\omega_1 - \omega_2) dt \quad (7)$$

실제의 경우 입력축의 축강성 K_1 의 영향은 작고, 포탑포 부하가 크기 때문에 출력축의 축강성 K_2 의 영향이 크다. 따라서 입력축의 축강성 K_1 을 무시하면 모터 및 포탑포 부하에 대한 출력방정식은 식 (3), (5), (7) 에 의해 각각

$$\tau_s = J_s \frac{d\omega_s}{dt} + D_s \omega_s + \frac{K_2}{N} \int (\omega_2 - \omega_1) dt \quad (8)$$

$$0 = J_L \frac{d\omega_L}{dt} + D_L \omega_L + K_2 \int (\omega_1 - \omega_2) dt \quad (9)$$

와 같이 수정된다. 그림 6은 백래쉬를 무시하고 기어박스 출력축의 축강성 K 를 고려할 경우 수정된 포탑포 서보시스템의 블록선도이다. 그림 7은 $K_2 = 1.0 \times 10^7$ 일때의 페루우프 전달함수에 대한 크기 Bode 선도이다. 그림 8은 출력축의 축강성 K_2 의 크기에 따른 단위시스템 응답을 도시한 것이다. 기어박스 출력축의 축강성이 고려되지 않은 경우는 그 영향이 심각

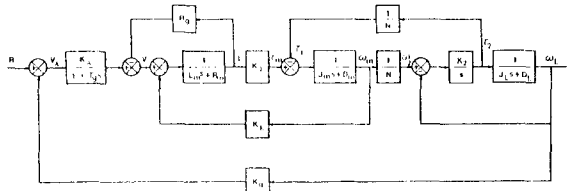


Fig.6 Turret servo model considering output shaft stiffness K_2

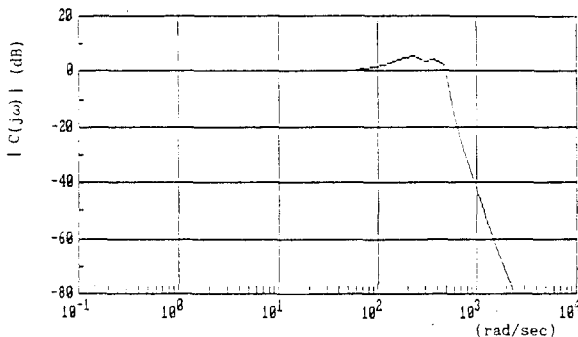


Fig.7 Bode plot of turret servo system considering shaft stiffness as modeling error

함을 일 수 있고, 시스템의 설계시 고려되어야 하는 설계 파라미터임을 추측할 수 있으며, $K_2 > 4.0 \times 10^7$ 이라면 축강성은 거의 무시되어 그림 2의 선형 근사모델에 접근함을 알 수 있고, 제어를 구성할 경우 이러한 모델링 오차를 제어시스템의 설계시 직접 고려해 줄 수 있는 강인한 제어기의 구성이 요구됨을 일 수 있다.

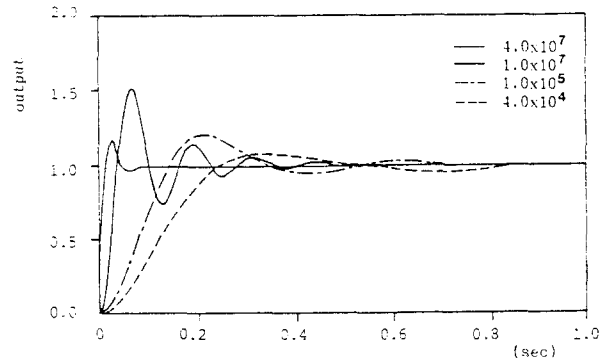


Fig.8 Indicial response of turret servo system according to shaft stiffness K_2

3.2 제어시스템 구성을 위한 설계사양의 설정

포탑포 서보시스템에 대한 제어를 구성하기 위해서 앞에서 논의된 선형모델과 모델링 오차로서 기어박스 출력축의 축강성을 고려한 모델에 대해 주파수 응답과 시간응답을 분석함으로써 정성적으로 설계사양을 설정할 수 있다.

그림 3과 5로부터 선형모델은 일정한 입력에 대하여 정상상태 오차를 가지고 있음을 알 수 있다. 따라서 기준입력에 대한 출력을 정확히 얻기 위해서는 정상상태오차를 제거시켜야 한다. 그림 3과 7을 살펴보면 교차주파수 $\omega = 160$ rad/sec 이상의 주파수 영역에서는 공진 및 모델링 오차에 의한 영향과 센서잡음에 의한 영향을 크게 받음으로써 상대 안정도가 떨어짐을 알 수 있다. 저주파 영역에서는 감도(sensitivity) 전달함수의 크기가 작을수록 외란의 영향을 작게 받고 좋은 명령추종 성능을 가지는데, 그림 4에서 보는 바와 같이 0.3 rad/sec 이하의 주파수 영역에서는 감도 전달함수의 크기가 일정하므로 명령추종 성능과 외란제거 성능에 문제가 있음을 알 수 있다. 따라서 제어기의 구성에 대한 설계사양을 다음과 같이 설정하였다.

- 1) 일정한 명령입력과 외란에 대한 0-정상상태오차
- 2) 명령추종 성능 및 센서잡음에 대한 저감도 향상
- 3) 출력축으로 반영된 모델링 오차 $E(j\omega)$ 에 대하여 다음의 안정도-강인성을 만족시키는 최대 교차주파수를 갖는 시스템

4. LQG/LTR 제어이론

그림 4와 같이 주어지는 모델기준 보상기를 이용한 다변수 제어시스템을 고려할때 개루우프 시스템의 동적 방정식은 다음과 같고

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) + Ld(t), \quad x(t) \in \mathbb{R}^n, \quad u(t) \in \mathbb{R}^m \\ y(t) &= Cx(t), \quad y(t) \in \mathbb{R}^p \end{aligned} \quad (10)$$

여기서 $x(t)$ 는 상태벡터, $u(t)$ 는 제어입력벡터, $d(t)$ 는 외란벡터, $y(t)$ 는 출력벡터, $n(t)$ 는 센서잡음 벡터이고 $E[d(t)d^T(t)] = Q_0 = LL^T$, $E[n(t)n^T(t)] = \mu I$ 로서 서로 독립인 가우시안 잡음이라고 가정한다.

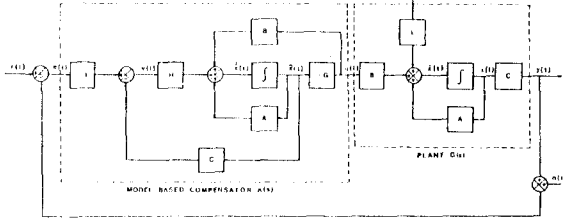


Fig.9 Model-based LQG/LTR compensator

LQG/LTR 보상기는 성능-강인성 특성을 만족시키는 바람직한 루우프 형상을 얻기 위하여 칼만필터의 주파수영역 특성을 이용함으로써 먼저 목표필터 루우프(target filter loop)를 설계하고, 저가제어(cheap control) LQR(linear quadratic regulator)를 이용하여 루우프전달회복(loop transfer recovery)을 이룩하는 단계로 이루어져 있다.

그림 9에서 모델기준 보상기의 상태방정식은

$$\dot{\hat{x}}(t) = (A - BG - HC)\hat{x}(t) - He(t) \quad (11)$$

$$u(t) = -G\hat{x}(t)$$

이고, 보상기의 출력 $u(s)$ 와 전달행렬 $K(s)$ 는

$$u(s) = K(s)e(s) \quad (12)$$

$$K(s) = G(sI - A + BG + HC)^{-1} H$$

로 표현된다. 식(12)를 살펴보면 필터 게인행렬 H 와 제어 게인행렬 G 는 모델기준 보상기의 설계 파라미터임을 알 수 있다. LQG/LTR 설계방법은 고유값의 분리 특성(separation property)을 이용함으로써 필터 게인행렬 G 를 분리시켜 선정할 수 있는 조직적인 방법이다. 필터게인행렬 H 는 설계사양에 맞는 성능 및 강인성을 만족시키도록 목표필터 루우프 설계하는 단계에서 선정된다.

$$H = \frac{1}{\mu} PC^T \quad (13)$$

$$AP + PA^T + LL^T - \frac{1}{\mu} PC^T CP = 0$$

여기서 μ 는 설계플랜트 모델의 가상적인 센서 백색잡음의 상호분산 크기이다. 따라서 H 의 선정은 필터의 설계 파라미터 μ 와 L 를 선정하는 문제이며 칼만필터의 주파수영역 등가를 이용함으로써 선정된다.

$$G_r(s) \approx \frac{1}{\mu} C (sI - A)^{-1} L \quad (14)$$

L 은 바람직한 루우프 형상이 되도록 선정하고 μ 는 요구되는 대역폭 혹은 교차주파수를 만족 하도록 선정하며, 고주파수 및 저주파수에서 동시에 특이값을 일치 시키기 위해서는 L 을 다음과 같이 선정한다.

$$L = \begin{bmatrix} -(CA^{-1}B)^{-1} \\ C^T(CC^T)^{-1} \end{bmatrix} \quad (15)$$

제어게인행렬 G 는 루우프 전달회복 단계에서 선정되며, 루우프 전달회복 단계는 보상된 플랜트의 루우

프 전달행렬 $G(s)K(s)$ 를 목표필터루우프의 전달행렬 $G_r(s)$ 로 회복 시키는 단계이다. 이때 플랜트는 최소 위상 플랜트라고 가정한다. 저가제어 LQR 문제에서 목적함수의 가중행렬을 $Q_1 = C^T C$ 라고 가정하면, 제어가 중변수 $\rho \rightarrow 0$ 일때 제어 게인행렬 G 는 다음식의 해를 선정된다.

$$G = \frac{1}{\rho} B^T K \quad (16)$$

$$KA + A^T K + C^T C - \frac{1}{\rho} KBB^T K = 0$$

5. 제어기 구성

앞 장에서 서술된 LQG/LTR 제어이론을 그림 2로 모델링된 단일 입출력 선형 모델링 포탑포 서보시스템의 제어에 적용하고자 한다. 제어기를 구성하기 위하여 그림 2를 단위 피드백을 갖는 개루우프 형태로 변환하면 그림 10과 같다.

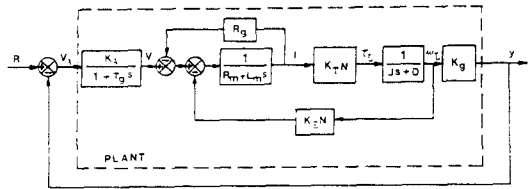


Fig.10 Open loop of turret servo model for application of LQG/LTR control method

이 때 개루프 시스템의 상태방정식은 다음과 같다.

$$\dot{x}_p(t) = A_p x_p(t) + B_p u_p(t), \quad x_p(t) \in R^3, \quad (17)$$

$$u_p(t) \in R^1$$

$$y(t) = C_p x_p(t), \quad y(t) \in R^1$$

여기서

$$x_p(t) = \begin{bmatrix} V(t) \\ I(t) \\ \omega(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{증폭기의 출력전압} \\ \text{전기자 전류} \\ \text{포탑포 부하의 각속도} \end{bmatrix},$$

$u_p(t) = V_A = \text{증폭기의 입력전압}$,

$$A_p = \begin{bmatrix} -222.2 & 0 & 0 \\ 666.6 & -666.6 & -3.2 \times 10^4 \\ 0 & 0.007 & -0.08 \end{bmatrix}, \quad B_p = \begin{bmatrix} 5.1 \times 10^5 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C_p = [0 \quad 0 \quad 10]$$

이다. 이 때 개루프 전달행렬(전달함수) $G_p(s)$ 는

$$G_p(s) = C_p \Phi_p(s) B_p, \quad \Phi_p(s) = (sI - A_p)^{-1} \quad (18)$$

이며, A_p^{-1} 가 존재한다.

플랜트 $G_p(s)$ 는 적분 요소를 포함하고 있지 않으므로 설계사양 1)을 만족시키기 위해서는 적분요소를 첨가한 설계플랜트 모델을 고려 해야 한다. 이때 설

계 플랜트 모델의 상태 방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \quad (19)$$

여기서

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ B_p & A_p \end{bmatrix}_{4 \times 4} \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C = [0 \ 0 \ 0 \ 10]$$

와 같이 표현된다.

6. 결과 및 고찰

그림 11은 목표필터 루우프 전달함수 $G_e(s)$ 의 크기 Bode 선도이다.

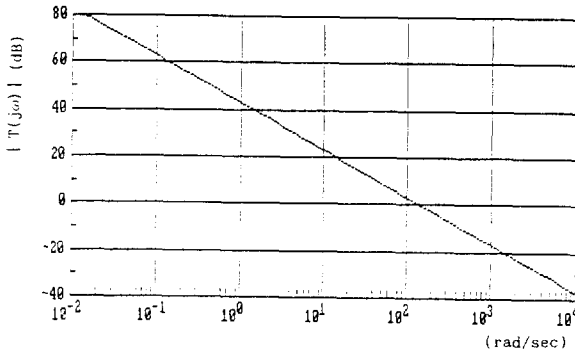


Fig.11 Bode plot of target filter loop

제어가중 변수 $\rho \rightarrow 0$ 일때 목표필터 루우프로의 루우프 회복이 기대되며 시뮬레이션 결과 ρ 값이 10^{-12} (교차주파수로 부터 1 decade 위까지 회복하는데 필요한 값) 일때 그림 12와 같이 만족스러운 LTR이 수행되었다.

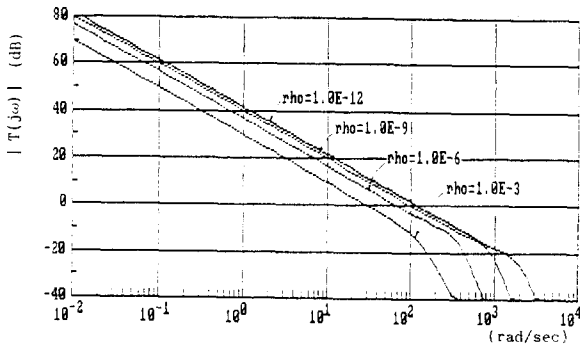


Fig.12 Bode plot of loop transfer function according to ρ

그림 13은 이상과 같이 설계된 LQG/LTR 제어시스템의 안정도-강인성 및 성능을 조사하기 위하여 폐루우프 전달함수의 크기 Bode 선도를 나타낸 것이다.

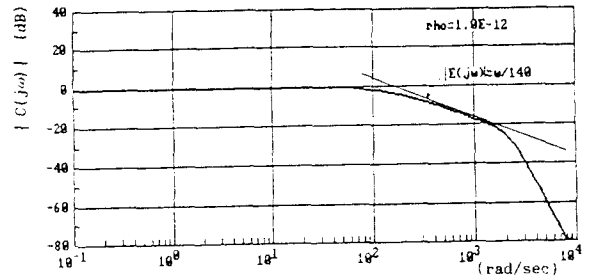


Fig.13 Bode plot of closed loop transfer function for control system

윗 그림으로 부터 $\omega \rightarrow 0$ 즉 정상상태에서 폐루우프 전달함수의 크기가 1 이므로 명령입력 및 외란에 대한 정상상태 오차가 0 이됨을 알 수 있으며, 이 제어 시스템은 $\omega=140$ rad/sec 보다 1 decade 위까지의 주파수 영역에서 센서잡음 제거 성능을 갖는 것을 알 수 있다. 또한 설계 사양 3) 을 만족 시킴으로 출력측의 강성등 고려되지 않은 불 확실한 모델링 오차에 대하여 강한 안정성을 충분적으로 유지함을 알 수 있다. 그림 14는 설계된 제어시스템의 감도 전달함수의 크기 Bode 선도를 나타낸 그림인데 그림 5와 비교 할때 0.3rad/sec 이하의 주파수 영역에서 감도 전달함수의 크기가 계속 작아짐으로 명령추종 성능 및 외란 제거 성능이 월진 향상되었음을 알 수 있다. 그림 15는 단위 스텝입력에 대한 제어 시스템의 시간 응답을 나타낸 것이다.

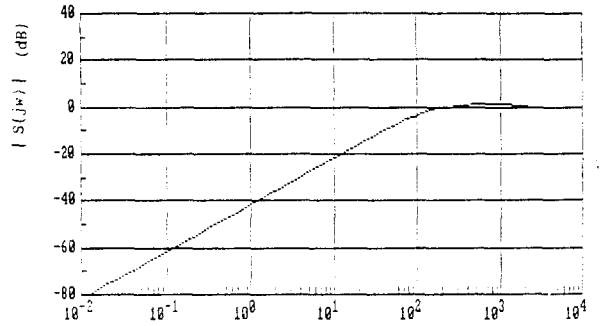


Fig.14 Bode plot of sensitivity transfer function for control system

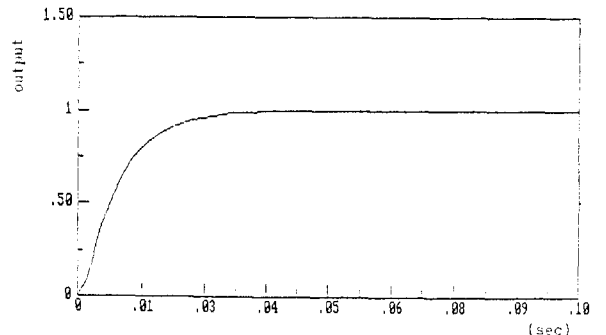


Fig.15 Indicial response of control system

7. 결 론

터렛 서보시스템과 같이 부하가 크고 고속으로 작동하는 서보 시스템은 외란과 모델링오차에 대한 영향을 크게 받는다. 따라서 일반적으로 잘 고려되지 않는 기어박스 출력속 속강성을 지배적인 모델링 오차로 생각하여 시스템의 성능에 미치는 영향을 조사하였다. 그 결과 선형근사모델에 미치는 영향이 매우 크다는 것을 제시하였고, 터렛 서보시스템의 제어를 위해서는 반드시 이러한 모델링 오차를 고려한 강인한 제어를 구성해야 함을 확인 하였다.

LQG/LTR제어 이론은 다변수 시스템의 강인한 제어에 적합한 이론이며, 본 논문에서는 모델링된 터렛 서보시스템에 대하여 주어진 명령 추종 및 모델링 오차에 대한 설계사양을 만족시키는 LQG/LTR 설계 파라미터를 조직적으로 산정함으로써 원하는 주파수 및 시간영역 성능을 얻을 수 있음을 고찰하였고 모델링 오차에 대한 강인한 안정성을 충분히 얻을 수 있는 제어기 구성을 제시하였다.

Reference

1. M.G.Safonov, "Stability and Robustness of Multi variable Feedback systems," Cambridge, MIT Press, 1980
2. J.C.Doyle and G.Stein, "Multivariable Feedback Design : Concepts for a Classical/Modern Synthesis," IEEE Trans. on Automatic Control, Vol.AC-26, pp.4-16, Feb. 1981
3. G.Strang, Linear Algebra and its Application, 2nd ed., Academic Press, 1980
4. N.A.Lehtomaki, N.R.Sandell, Jr., and M.Athans, " Robustness Results in Linear Quadratic Gaussian Based Multivariable Control Design," IEEE Trans. on Automatic Control, Vol.AC-26, pp. 75-92, Feb. 1981
5. J.M.Martin, " A Note on the Fundamental Robustness Theorem of Lehtomaki," IEEE Trans. on Automatic Control, Vol.AC-31, pp.255-258, March 1986
6. M.G.Safonov and M.Athans, " Gain and Phase Margins for Multivariable LQG Regulators," IEEE Trans. on Automatic Control, Vol.AC-22, pp.173-179. 1977
7. M.G.Safonov and M.Athans, " Robustness and Computational Aspects of Nonlinear Stochastic Estimations and Regulators," IEEE Trans. on Automatic Control, Vol.AC-23, pp.717-725. 1978
- 8.G.Stein and M.Athans, "The LQG/LTR Procedure for Multivariable Feedback Control Design," IEEE Trans. Automatic Control, vol.AC-32, pp. 105-114, Feb. 1987
- 9.U.Shaked, "Guaranteed Stability Margines for the Discrete-Time Linear Quadratic Optimal Regulator," IEEE Trans. Automatic Control, vol.AC-31, pp.162-165, Feb. 1986
10. C.E.M.Pearce, "On the Solution of a Class of Algebraic Matrix Riccati Equation," IEEE Trans. Automatic Control, vol.AC-31, pp.252-255, March 1986