

**스트랩다운 비행자세(롤, 피치) 측정장치의
가속도계 보조 혼합알고리즘**
(An accelerometer Aided Mixing Algorithm for Strapdown
Attitude (Roll, Pitch) Reference System)

* 유 계 종* 이 장 규**
(J. J. You J. G. Lee)

* 대전기계창
** 서울대학교 공과대학 제어계측공학과

The purpose of this paper is to develop a more accurate attitude algorithm with low grade gyro output. The proposed algorithm estimates attitudes by combining accelerometer and gyro output. For performance improvement of the algorithm, a method of velocity compensation is proposed for a better attitude estimation which is calculated from the accelerometer output. Velocity compensation is done by using Kalman Filter to estimate another velocity component.

1. 서 론

스트랩다운(strap down) 시스템은 어느 기준좌표계(reference frame)에 대한 항체의 위치 및 속도에 대한 정보를 관성센서인 자이로스코프(gyroscope)와 가속도계(accelerometer)를 동체에 직접 부착시켜서 얻은 출력을 컴퓨터를 사용하여 계산하는 시스템이다[1][2]. 따라서, 시스템의 구성은 크게 측정장치와 모든 계산을 수행하는 컴퓨터로 구성된다. 측정장치에서 자이로스코프는 짧은 시간내에서는 정확한 자세에 대한 정보를 제공하지만 이를 장시간 이용하게 되면, 센서의 오차특성에 의한 오차의 누적으로 자세계산에 많은 영향을 준다. 이와같은 단점을 보완하기 위하여 여러 가지 알고리즘이 개발되고 있다. 비관성센서인 보조센서를 이용한 필터링 기법이 이러한 대표적인 예가 되며, 특히 이 방법은 컴퓨터 하드웨어의 기술발전과 더불어 실시간에의 가능성이 높아짐에 따라 더욱 많은 연구가 진행되고 있다[2][3].

본 논문에서는 저급의 자이로스코프를 사용하여 보다 정확한 자세를 추정할수있는 알고리즘의 개발에 그목적이 있다. 이를 위해서 사용한 알고리즘은 가속도계 혼합알고리즘으로 이 방법은 비행체가 비행하는 도중에 동체좌표계로 나타낸 속도에 대한 정보를 충분히 알수있다면, 가속도계 출력으로부터 롤(roll)각과 피치(pitch)각을 계산할수있다는 성질을 이용하는 것이다.

현재까지는 속도성분중에서 가장 큰 값인 전진방향 속도만 보상한 다음 가속도계 출력으로부터 자세각을 계산하고, 이 값을 자이로스코프에서 얻은 자세각의 정보와 결합하여 사용하여 왔다[4]. 이와같은 방법은 비행체가 수평비행을 할 때는 비교적 좋은 성능을 갖지만, 동요를 하는 경우는 수평 및 수직방향 속도성분이 비교적 크게 나타나기 때문에 가속도계 출력으로부터 얻은 자세각의 신뢰도가 급격하게 떨어

지게 된다.

본 논문에서는 이러한 문제점을 해결하는 방법으로 속도를 필터를 사용하여 추정하는 방법을 제안하였다.

2. 혼합알고리즘의 구성

롤각과 피치각에 대한 추정을 위하여 사용되는 가속도계 혼합알고리즘은 자이로스코프에서 얻은 자세각에 대한 변화율과 가속도계 출력에서 계산한 자세각을 적절하게 결합하여야 한다.

그림 1은 혼합알고리즘의 구성도를 나타낸 것이며, 그림 2는 이를 좀더 구체적으로 나타낸 롤, 피치각에 대한 혼합알고리즘의 블록선도이다. 혼합알고리즘을 사용하여 자세각을 계산하려면 첫째는 자이로스코프출력에서 자세각의 정보를 계산하여야 하고, 둘째는 가속도계 출력을 사용하여 자세각을 계산하여야 한다.

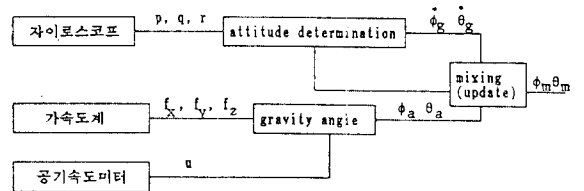


그림 1. 가속도계 혼합알고리즘의 구성도

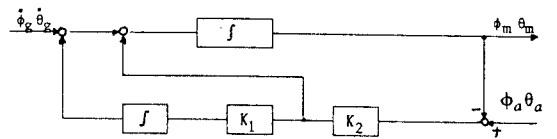


그림 2. 롤각과 피치각에 대한 혼합알고리즘

그림 2에서 $\dot{\phi}_g, \dot{\theta}_g$ 은 자이로스코프 출력을 이용하여 얻은 자세각 변화율이고, ϕ_a, θ_a 는 가속도계출력을 사용하여 얻은 자세각을 나타내고 있다. 또한, ϕ_m, θ_m 은 최종적으로 얻고자하는 자세각에 대한 추정치를 나타낸다. 블록선도에서 ϕ_m, θ_m 에 대한 $\dot{\phi}_g, \dot{\theta}_g$ 과 ϕ_a, θ_a 의 관계를 수식으로 표현하면 다음과 같다. 피치각의 경우도 마찬가지로 표현할수있다.

$$\begin{aligned} \phi_m &= \frac{1}{s}\dot{\phi}_g + \frac{K_1}{s}(\phi_a - \phi_m) + \frac{K_1K_2}{s^2}(\phi_a - \phi_m) \\ &= \frac{s\dot{\phi}_g + (K_1s + K_1K_2)\phi_a}{s^2 + K_1s + K_1K_2} \end{aligned} \quad (1)$$

식 (1)에서, K_1, K_2 는 이득값을 나타내며, 식 (1)를 보면, 비례적분제어의 특성을 갖고있다는 것을 알 수 있다.

블록선도에서 $\dot{\phi}_g, \dot{\theta}_g$ 는 오일러변환 방법을 이용하면 얻을 수 있는데, 이를 다시 블록선도에 나타낸 기호를 써서 표현하면 식 (2)와 같다.

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi}_g \\ \dot{\theta}_g \\ \dot{\psi}_g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \tan\theta_m \sin\phi_m & \tan\theta_m \cos\phi_m \\ 0 & \cos\phi_m & -\sin\phi_m \\ 0 & \sec\theta_m \cos\phi_m & \sec\theta_m \sin\phi_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (2)$$

여기서, 점차 g 는 자이로스코프에서 구한 각변화율임을 나타내며, p, q, r 은 자이로스코프의 출력을 표시하고 있다. 식 (2)을 수치적분하여 자세각을 얻는 경우에는, 오차가 시간의 증가에 따라 거의 직선적으로 증가하게 된다. 이와같이 오차가 증가하는 것을 억제하기 위하여, 가속도계 출력에서 구한 ϕ_a, θ_a 를 사용하여 혼합알고리즘을 구성한다.

ϕ_a, θ_a 는 가속도계의 출력식인 코리올리(coriollis)식을 이용하여 얻을 수 있다. 속도벡터 V 에 대한 미분치를 코리올리이론을 사용하여 표현한다면 다음과 같다 [3] [5].

$$[F_1]^b = [\dot{V}]^b + \omega_{bb}^b \times V^b \quad (3)$$

가속도계는 이 힘 뿐만 아니라 동체좌표계로 표현된 중력 성분도 함께 측정하여 출력하는데 기준좌표계에서는 중력성분이 수직아래축에만 있으므로 중력성분을 동체좌표계로 변환된 형태로 나타낸다고 할수있다. 동체좌표계에서의 중력성분을 g_x, g_y, g_z 라하면 아래와 같은 식을 얻을수있다 [6].

$$\begin{bmatrix} g_x \\ g_y \\ g_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin\theta \\ 0 & \cos\phi & \sin\phi\cos\theta \\ 0 & -\sin\phi & \cos\phi\cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g_m \end{bmatrix} \quad (4)$$

따라서, 이를 다시 단위벡터 형태로 표현하면 다음과 같다.

$$g_m \hat{k}_1 = -g_m \sin\theta \hat{i}_b + g_m \sin\phi\cos\theta \hat{j}_b + g_m \cos\phi\cos\theta \hat{k}_b \quad (5)$$

여기서, \hat{k}_1 은 항법좌표계의 수직아래축에 대한 단위벡터이며, g_m 은 중력의 크기를 표시한다.

가속도계를 무게중심에 위치시켰다고 가정하고, 식 (3)을 동체좌표계로 표시된 각 성분들을 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} f_x &= \dot{u} - rv + qw + g_m \sin\theta \\ f_y &= \dot{v} + ru - pw - g_m \sin\phi\cos\theta \\ f_z &= \dot{w} - qu + pv - g_m \cos\theta\cos\phi \end{aligned} \quad (6)$$

여기서, $f_{i(i=x,y,z)}$ 는 가속도계의 출력, u, v, w 는 동체좌표계에서의 속도, p, q, r 은 각속도출력, ϕ, θ 는 자세각을 각각 나타낸다. 따라서 톨각과 피치각은 식 (6)에서 보듯이 가속도계 출력과 동체좌표계에서의 속도성분 및 그 미분치, 그리고 자이로스코프 출력인 p, q, r 을 이용하여 얻을수있다. 이와 같이 얻은 자세각을 ϕ_a, θ_a 라하면, 이것과 식 (2)에서 얻은 자세각과 결합하여 자세각을 추정하는 것이 혼합알고리즘이다.

이와같은 혼합알고리즘의 오차특성을 살펴보면 위하여, 식 (1)를 이용하여 오차에 대한 전달함수를 구하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\delta\phi_m = \frac{s\delta\dot{\phi}_g + (K_1s + K_1K_2)\delta\phi_a}{s^2 + K_1s + K_1K_2} \quad (7)$$

식 (7)에서 모든 입력이 계단입력이라고 가정을 하고서, 최종치 정리(final value theorem)를 사용하면 식 (8)과 같이 쓸 수 있다.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \delta\phi_m = \delta\phi_a \quad (8)$$

피치각의 경우도 마찬가지로 설명할 수 있다. 따라서, 최종적인 자세각 ϕ_m, θ_m 에 대한 자세오차는 가속도계 출력으로부터 구한 자세각 ϕ_a, θ_a 의 오차와 같게 된다.

3. 자세오차 보상

자세오차 보상 혼합알고리즘에서 톨과 피치각을 계산하기 위한 가속도계혼합알고리즘은 가속도계 출력에서 톨과 피치각을 신뢰도가 높게 구하는 문제와 구한 자세각을 자이로스코프의 출력을 이용하여 얻은 자세각에 대한 정보와 어떻게 적절히 결합하여야할 것인가의 문제를 해결해야 한다. 여기서는 이러한 문제를 정의하고 이들을 해결하기 위한 방법을 제시한다.

(1) 공기속도 미터를 사용한 속도보상

가속도계 출력을 이용하여 톨과 피치각을 구하기 위하여 식 (6)를 θ 와 ϕ 로 정리하면 식 (9)과 같이 나타낼수있다.

$$\begin{aligned} \theta &= \sin^{-1}\{(f_x - \dot{u} + rv - qw) / g_m\} \\ \phi &= \sin^{-1}\{(-f_y + \dot{v} + ru - pw) / g_m \cos\theta\} \end{aligned} \quad (9)$$

식 (9)에서 가장 큰 속도성분인 전진방향속도(u)만을 보상하고서, 나머지항들은 무시하고 자세각을 계산하면 식 (10)으로 나타낼수있다. 이와같이 하여 가속도계에서 자세각을 구하여 자세오차를 보상할 수 있다.

$$\begin{aligned} \theta_a &= \sin^{-1}\{f_x / g_m\} \\ \phi_a &= \sin^{-1}\{(-f_y + ru) / g_m \cos \theta_a\} \end{aligned} \quad (10)$$

여기서 각속도 r 은 자이로스코프의 각속도 출력을 나타내며, 아래첨자 a 는 가속도계출력으로 부터 얻은 값을 나타낸다. 이 방법은 비행체가 수평비행을 하는 경우에는 무시한 항들의 크기가 비교적 작기 때문에 오차보상이 가능하지만 비행체가 동요를 하면, 무시했던 항들의 값이 커지게 되어서 ϕ_a, θ_a 에 많은 오차가 있게된다. 이같은 단점을 보완하기 위하여 칼만필터를 이용한 속도추정 방법을 사용하였다[8].

(2) 필터에 의한 속도추정

비행체의 속도를 추정하기 위하여 칼만필터를 사용하는 방법은 필터를 이용하여 동체좌표계에서의 속도성분 u, v, w 를 추정한다. 다음, 이를 사용하여 가속도계출력으로 부터 자세각을 계산할 때에 속도를 보상하는 데 그 목적이 있다.

필터를 구성하기 위한 시스템식은 가속도계출력을 나타내는 식 (6)를 이용하고 측정치는 공기속도미터로 부터 측정된 전진방향속도(u)로 한다. 식 (6)를 속도들 상태변수로 하는 상태방정식 형태로 표현하면 다음 식 (11)와 같은 일반적인 선형 시변 불규칙 모델로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & r & -q \\ -r & 0 & p \\ q & -p & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_x - g_m \sin \theta \\ f_y + g_m \sin \phi \cos \theta \\ f_z + g_m \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix} + w \quad (11) \\ z(t) &= [1 \ 0 \ 0] \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} + v \quad (12) \end{aligned}$$

식 (12)은 측정식을 나타낸다.

식 (11)와 식 (12)의 필터에 대한 식을 보면 속도성분이 상태변수가 되며 자이로스코프 출력을 사용하여 시스템행렬을 구성한다. 또한, 입력벡터는 가속도계출력과 중력성분의 차이로 구성된다. 이때 중력성분에 포함된 자세각의 성분은 필터가 k 번째를 계산하고 있으면 $k-1$ 번째의 자세각 즉, 전 단계의 자세각을 사용한다. 만일, 자세각의 크기가 급격하게 변화하지 않는다면 $k-1$ 번째 자세각을 사용함으로써 생기는 오차는 거의 무시할 수 있을 것이다. 이는 시스템의 잡음을 나타내는데, 자이로스코프의 출력과 가속도계 출력에 포함된 모든 잡음을 나타낸다. 따라서, 식 (12)에서의 v 는 백색잡음이 아니며, 실제 시스템에서는 이잡음에 대한 오차모델 설정하기가 어려울 수도 있다. v 는 측정잡음을 나타내며, 공기속도미터의 오차모델은 백색잡음으로 가정한다.

속도를 추정하기 위하여 측정치와 상태변수사이의 가관측성(observability)을 조사하기 위해서, 식 (11)와 식 (12)을 이용하여 시변(time varying) 시스템의 관측행렬(observability matrix) V 를 구하면[7] 다음과 같다.

$$V = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & r & -q \\ -r^2 - q^2 & pq + r & pr - \dot{q} \end{bmatrix} \quad (13)$$

식 (13)에서, $p, q, r \neq 0$ 이면 $\rho(V)=3$ 이기때문에 관측가능하지만 $p=0$ 이면 상태변수에 대한 관측이 불가능하게 된다. 그런데, 비행체가 수평비행을 하면 p, q, r 이 거의 영(zero)이 되어서 상태변수에 대한 추정이 불가능하게 된다. 따라서 수평비행을 할때는 이방법을 사용할 수가 없게 된다. 그러나, 비행체가 동요하는 경우에 한하여 가속도계출력을 이용하여 구한 ϕ_a, θ_a 에 대한 정확도가 없다는 사실에 주목한다면, p, q, r 이 영(zero)이 아닌 경우, 즉 비행체가 동요하는 경우에 한하여 이방법을 사용하면 아주 효과적일 것이다. 이와 같은 방법을 사용하여 가속도계출력에서 롤, 피치각을 계산하면 식 (14)와 같이 속도가 보상이 된 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \theta_a &= \sin^{-1}\{f_x + rv - qw / g_m\} \\ \phi_a &= \sin^{-1}\{(-f_y + ru - pw) / g_m \cos \theta_a\} \end{aligned} \quad (14)$$

(3) 이득값 결정

혼합알고리즘의 블록선도에서 적당한 K_1, K_2 를 결정하는 것은 알고리즘의 성능에 큰 영향을 미친다. 본 논문에서는 이득값의 결정을 위하여 혼합알고리즘 블록선도의 특성방정식을 이용하였다.

$$\begin{aligned} s^2 + K_1 s + K_1 K_2 &= (s + \frac{1}{\tau})^2 \\ &= s^2 + \frac{2}{\tau} s + \frac{1}{\tau^2} \end{aligned} \quad (15)$$

식 (15)에서, 시상수 τ 를 임의의 값으로 정하면, 이때 K_1, K_2 는 어느 일정한 값으로 결정된다. 본 논문에서는 τ 를 변화시키면서 오차가 가장 작은값으로 결정하였다.

4. 시뮬레이션 및 오차해석

2장에서 설명한 혼합알고리즘의 성능을 향상시키기 위해서 3장에서 설명한 오차보상방법에 대하여 각각 시뮬레이션을 수행하였다. 본 논문의 연구목적은 저급 자이로스코프를 사용해서 얻은 자세각을 가속도계출력으로부터 얻은 자세각으로 보상하는데 있으므로, 자이로스코프오차는 가속도계의 오차와 비교하여 상대적으로 크게 모델링하여 시뮬레이션을 수행하였다. 시뮬레이션 시간은 자이로스코프 부유오차 특성을 확실히 알수있도록하기 위하여 300초동안 수행하였다. 사용한 비행체의 궤적은 처음 300초에서 550초까지는 수평비행을하고, 그 이후 50초 동안은 요방향으로 약 90° 회전

하기 위해서 뱅크턴하는 궤적을 사용하였다.

자이로스코프와 가속도계는 랜덤 워크로 모델링했으며, 보조센서로 사용되는 공기속도미터 오차모델은 백색잡음으로 하였다. 센서모델링을 위하여 사용한 데이터는 표 1과 같으며, 센서의 샘플링은 100 Hz로 가정하였다.

표 1 센서의 오차 모델

o 랜덤 워크

센서	초기치 1σ값	스펙트럼 크기
자이로스코프	50 deg/h	(10 deg/h) ² /h
가속도계	140 μg	(35 μg) ² /h

o 백색 잡음

센서	1σ값
공기속도미터	1 ft

(1) 전진방향의 속도보상

가속도계 혼합알고리즘의 성능평가를 위해서 먼저 자이로스코프만을 이용하여 오일러방법으로 자세각을 계산하였다. 그림 3은 그 결과를 나타낸 것인데(◇:롤각의 오차, △:피치

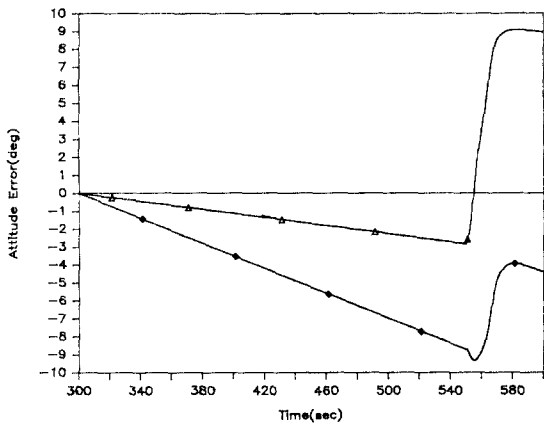


그림 3. 자이로스코프에 의한 자세오차

각의 오차), 수평비행구간에서는 자세오차가 거의 선형적으로 증가함을 알 수 있다.

다음은 현재까지 알려진 방법인 전진방향 속도를 보상하여 가속도계 출력에서 롤과 피치각을 계산하여 자세각을 보상하는 경우에 대하여 시뮬레이션을 하였다. 결과는 그림 4와 같으며(◇:롤각의 오차, △:피치각의 오차), 이때 혼합알고리즘 블록선도에서 이득값은 $K_1=0.08$, $K_2=0.0125$ 를 사용하였다. 비행체가 수평비행하는 경우는 자세각의 오차가 크지 않지만 뱅크 턴을 하면 매우 커지게 됨을 알 수 있다. 이와 같은 이유는 뱅크턴을 하는 경우에 가속도계로부터 구한 자세각의 신뢰도가 매우 떨어지기 때문이다.

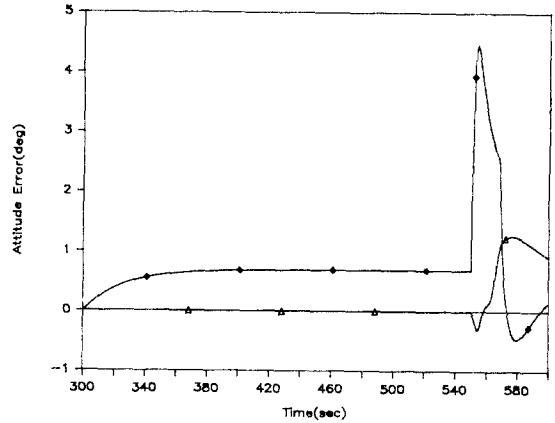


그림 4. 전진방향 속도만을 보상한 자세오차

(2) 필터에 의한 속도보상

가속계출력에서 롤과 피치각을 계산할 때, 속도보상을 위하여 칼만필터를 이용한 속도추정방법에 대한 시뮬레이션을 수행하였다. 비행체가 수평비행을 하면 속도성분에 대한 관측성이 파괴되어 속도의 추정이 불가능하므로, 비행체가 동요를 하는 경우에 한하여 칼만필터로 속도를 추정하는 방법을 사용하였다. 본 시뮬레이션에서는 뱅크턴 여부를 판별하기 위하여 자이로스코프 출력단에 어떤 한계치(limiter)를 가정하여, 출력이 한계치보다 작으면 값을 그대로 유지하고, 출력이 한계치 값보다 크면 칼만필터를 사용하여 속도를 추정하였다. 시뮬레이션에서 한계치는 $2.5E-3$ rad/초로 하였다. 이 방법을 이용하여 속도를 추정하려면 시스템 잡음에 대한 오차 분산값 Q_k 를 결정하기가 어렵다는 단점이 있다. 시스템식 (11)를 보면, 시스템잡음으로는 가속도계 출력잡음뿐만 아니라 자이로스코프 잡음도 포함하고 있으며, 특히 자이로스코프 잡음은 비선형적으로 더해지기 때문이다. 논문에서는 Q_k 값을 몇가지 경우에 대하여 시뮬레이션을 수행한 다음 대략적으로 다음과 같이 결정하였다. $Q_k = 2.0E-9$,

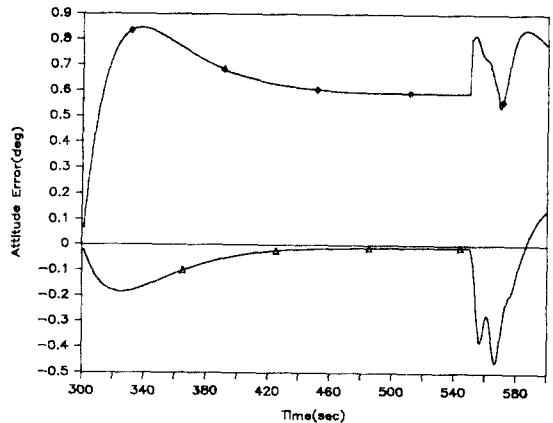


그림 5. 속도보상 후 자세오차

$R_k = 100$. 여기서, Q_k 와 R_k 는 이산시스템에서의 분산값을 표시한 것이다. 이와같은 방법을 사용하여 속도보상한 다음 가속도계 출력에서 자세각을 구하여, 오차를 보상한 결과는 그림 5에 나타냈다(△:롤각 오차, △:피치각 오차). 그림 4와 그림 5를 비교하여 보면, 비행체가 뱅크턴을 하는 경우에 자세오차가 매우 감소했음을 알 수 있다. 따라서, 비행체가 뱅크턴을 하는 경우에 속도에 대한 보상을 충분히 한 다음 가속도계에서 자세각을 얻으면, 가속도계 혼합알고리즘의 성능이 매우 향상 될 수 있다.

5. 결론

비행체의 자세계산을 위하여 자이로스코프 출력만을 사용하면, 센서 오차특성에 의하여 자세오차가 매우 커지게 되는데, 본 논문에서는 이러한 오차 누적현상을 보상하기 위하여 가속도계 혼합알고리즘을 사용하였다. 이것은 속도에 대한 정보와 동체의 각변화율을 알면 가속도계출력에서 자세각을 계산할 수 있으며, 이렇게 계산한 자세각은 순간의 오차는 크지만 누적되는 오차는 거의 없는 특징을 이용하는 것이다. 가속도계출력에서 자세각 계산을 위하여, 속도성분 중에서 가장 큰 전진방향만을 보상한 경우는 비행체가 수평 비행을 하는 경우는 1° 를 넘지 않았지만 뱅크턴을하면 급격하게 증가함을 알 수 있었다. 이와같은 이유는 뱅크턴을 하는 경우는 전진방향 이외의 속도성분도 커지기 때문인데, 이들 속도에 대한 보상을 위하여 필터를 사용하여 추정하였다. 이때, 속도에 대한 가관측성을 고려하여 비행체가 동요하는 경우에 한해서 필터를 사용하였으며, 시뮬레이션 결과에 의하면, 비행체가 뱅크턴을 하는 경우에는 충분히 효과적임을 알 수 있었다.

이와같이 가속도계 혼합알고리즘을 사용하면 저급 자이로스코프를 사용하여도 상당히 정확한 자세각을 추정할 수 있음을 알 수 있었다.

참 고 문 헌

- [1] S. C. Crag, L. D. Morrow, R. Mamen, "Strapdown Navigation Technology: A Literature Survey," J. Guidance and Control, Vol. 1, May-June pp 161-172, 1978.
- [2] 박찬국, "스트랩다운 시스템 Alignment 성능비교," 서울대학교 대학원 석사학위논문, 1987.
- [3] R. B Miller, "Strapdown Inertial Navigation System : An Algorithm for Attitude and Navigation," AR-002-265, System Report 23, 1982.
- [4] J. R. Catford B.Sc, "Application of Strapdown Inertial System with Particular Reference to Underwater Vehicles".
- [5] Walter Wrigley, Walter M. Hollister, and William G. Denhard, Gyroscopic Theory, Design, and Instrumentation, The M. I. T. press, 1969.
- [6] Jan Roskam, Airplane Flight Dynamics and Automatic Flight Controls, The university of Kansas Lawrence, Kansas, 1979.
- [7] Chi-Tsong Chen, Linear System Theory and Design, Holt, Rinehart and Winston, 1984.
- [8] Gelb, Applied Optimal Estimation, The M. I. T. press 1974.