

궤환 선형화 기법을 응용한 새로운 시선 지령 유도 법칙의 개발  
 (Design of a New Command to Line-of-Sight Guidance Law  
 via Feedback Linearization Technique)

정 송\*, 하 인중\*, 허 종성\*, 고 명삼\*,  
 송 태렬\*\*, 안 조영\*\*, 이 장규\*  
 (Song Chong, In-Joong Ha, Jong-Sung Hur, Myoung-Sam Ko,  
 Taek-Lyul Song, Jo-Young Ahn, Jang-Gyu Lee)

- \* 서울대학교 제어계측공학과
- \*\* 국방과학연구소

This paper describes the application of the recently developed feedback linearization technique to designing a new Command to Line-of-Sight (CLOS) guidance law. We show that the CLOS guidance problem can be formulated as a tracking problem. Then, using the feedback input-output linearization technique, we find a new 3-dimensional CLOS guidance law that can assure zero miss distance for a randomly maneuvering target. It sheds light on the feedforward acceleration compensation terms used in the conventional CLOS guidance laws to improve the performance. To illustrate further the significance of our result, simulation results are given.

기호 설명

- $\psi_m$  : 미사일 동체좌표계의 요각(yaw angle)
- $\theta_m$  : 미사일 동체좌표계의 피치각(pitch angle)
- $\phi_t$  : 목표물을 향하는 LOS의 방위각(azimuth angle)
- $\gamma_t$  : 목표물을 향하는 LOS의 고각(elevation angle)
- $\phi_m$  : 미사일을 향하는 LOS의 방위각
- $\gamma_m$  : 미사일을 향하는 LOS의 고각
- $\Delta\phi$  :  $\phi_m - \phi_t$
- $\Delta\gamma$  :  $\gamma_m - \gamma_t$
- T : 미사일 추력 (thrust force)
- D : 미사일 항력 (drag force)
- M : 미사일 질량
- g : 중력가속도
- $n_y$  : 미사일 요(yaw)채널 지시가속도
- $n_p$  : 미사일 피치(pitch)채널 지시가속도
- $v_m$  : 미사일 속도
- $s\theta$  :  $\sin\theta$
- $c\theta$  :  $\cos\theta$
- $[x_m, y_m, z_m]^T$  : 관성좌표계상의 미사일 위치
- $[\Delta x, \Delta y, \Delta z]^T$  : LOS좌표계상의 미사일 위치
- $[a_x, a_y, a_z]^T$  : 미사일 동체좌표계상의 미사일의 선형가속도

둘째는, 지상으로 부터 미사일까지의 거리가 미사일을 LOS상 에 투사한 점까지의 거리와 같다는 가정하에 투사점의 가속도 중에서 LOS에 수직인 성분만을 구하여 피이드포워드 가속도로 맥하는 방식이다[4]. 그러나 이 두 방식 모두 가정을 포함하고 있으며 그 접근 방법이 엄밀하지 못하고 경험적(heuristic)이기 때문에 완전한 피이드포워드 가속도를 구함에 있어서 문제점을 지닌다.

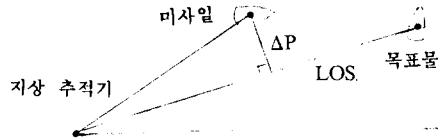


그림1. 시선 지령 유도의 원리

본 논문에서는 3차원 공간의 시선 지령 유도 문제를 일종의 추적 문제(tracking problem)로 변환하고 여기에 최근에 활발히 연구되고 있는 궤환 선형화 기법(feedback linearization technique)[6-11]을 응용함으로써 기존 법칙들이 피이드포워드 가속도를 구하기 위하여 지니는 가정들을 필요로 하지 않는 새로운 시선 지령 유도 법칙을 설계하며 그 유도 성능을 이론적으로 명확히 규명한다. 본 논문에서 설계되는 새로운 시선 지령 유도 법칙은 기존 법칙들 처럼 피이드포워드 가속도를 별도로 구하지는 않지만 공간상에서 어떠한 운동을 하는 목표물도 명중시킬수 있는 완전한 피이드포워드 가속도를 그 자체에 포함하며 실제로 쉽게 측정 또는 추정 가능한 유도 정보들로부터 계산될수 있다. 한편, 궤환 선형화 기법은 적절한 비선형 궤환(nonlinear feedback)과 비선형 상태변환(nonlinear state transformation)을 통하여 비선형 시스템을 선 동작 범위에서 선형 시스템처럼 동작하게 하는 기법으로 최근 여러 분야에서 그 응용 사례[6,11-14]를 찾아볼수 있는데, 이 기법을 시선 지령 유도 문제에 응용하는 것은 본 논문이 처음이다.

1. 서 론

지난 40여년간 미사일의 유도 및 제어에 관한 많은 연구가 진행되어 여러 가지 유도 법칙들이 개발되었다. 그중 가장 널리 쓰이고 있는 유도 법칙의 하나가 시선 지령(Command to Line-of-Sight, CLOS) 유도 법칙[1-5]이다. 시선 지령 유도 법칙은 성능과 비용면에서의 유효성이 이미 널리 알려져 있으며 단거리 대공 방어 및 대전차 시스템에 많이 이용되고 있다 [1,4,5]. 시선 지령 유도의 원리는 그림1에서 보는 바와 같이 미사일을 지상의 추적기(tracker)와 목표물(target)을 잇는 시선(line-of-sight, LOS)상으로 계속 유도함으로써 목표물을 명중시키는 것이다. 이를 위하여, 기존의 시선 지령 유도 법칙에서는 미사일이 LOS로 부터 벗어난 거리 ΔP를 영점화하기 위한 오차보상(error compensation) 가속도와 목표물 운동에 따라 변하는 LOS의 움직임을 추적하기 위한 피이드포워드(feedforward) 가속도를 각각 구한 후에 이들 두 가속도의 합으로 미사일의 지시가속도를 구성하였다. 그리고 이중 피이드포워드 가속도를 구함에 있어서 크게 두 가지 방식이 채택되어 왔는데 첫째는, flyplane이란 개념을 도입하는 방식으로 미사일이 LOS상에 존재하고 미사일 속도벡터가 flyplane상에 존재한다는 가정하에 피이드포워드 가속도를 구하는 것이다[1-3].

2. 시선 지령 유도 문제의 설정

새로운 시선 지령 유도 법칙의 개발을 위하여, 3차원 공간에서 미사일과 목표물의 운동을 모델링하고 이를 바탕으로 시선 지령 유도 문제를 추적 문제로 변환한다. 이를 위하여 다음과 같이 가정한다.

(가정1) 미사일은 점질량이다.

(가정2) 미사일 자동조종장치(autopilot)와 지상의 추적기의 다이나믹스는 전체 유도루우프에 비해서 무시할수 있을 만큼 충분히 빠르다.

(가정3) 미사일의 롤(roll)각은 작다.

(가정4) 미사일의 공격각(angle of attack)은 작다.

이상과 같은 가정하에서 미사일과 목표물간의 추적 상황을 그림2에 도시하였다. 먼저, 그림2에 나타난 좌표계를 설명하면 관성좌표계  $(X_I, Y_I, Z_I)$ 는 원점을 지상의 추적기로,  $X_I$ - $Y_I$ 평면은 지표면으로,  $Z_I$ 축은 지표면의 수직 상방향으로 설정하였으며, 미사일 동체좌표계  $(X_M, Y_M, Z_M)$ 의  $X_M$ 축은 미사일 중심선의 앞방향으로,  $Y_M$ 축은 지표면에 수평한  $X_M$ 축의 왼쪽 수직방향으로, 그리고  $Z_M$ 축은 오른손 법칙에 따라  $X_M$ 축과  $Y_M$ 축에 수직인 방향으로 설정하였다. 미사일은  $X_M$ ,  $Y_M$ ,  $Z_M$ 축 방향으로 각각  $a_x$ ,  $a_y$ ,  $a_z$ 의 가속도를 가지고 비행하며,  $\psi_m$ 과  $\theta_m$ 은 미사일 동체좌표계의 오일러각(Euler angle)으로 각각 요각과 피치각을 나타낸다. 그림2의 추적 상황과 (가정1)-(가정4)로부터 관성좌표계상에서의 미사일의 운동은 다음과 같은 식으로 표시될수 있다.

$$\ddot{x}_m = c\theta_m c\psi_m a_x - s\psi_m a_y - s\theta_m c\psi_m a_z, \quad (1)$$

$$\ddot{y}_m = c\theta_m s\psi_m a_x + c\psi_m a_y - s\theta_m s\psi_m a_z, \quad (2)$$

$$\ddot{z}_m = s\theta_m a_x + c\theta_m a_z - g, \quad (3)$$

$$\dot{\psi}_m = a_y / (v_m c\theta_m), \quad (4)$$

$$\dot{\theta}_m = (a_z - g c\theta_m) / v_m, \quad (5)$$

$$v_m = (\dot{x}_m^2 + \dot{y}_m^2 + \dot{z}_m^2)^{1/2}, \quad (6)$$

$$a_x = (T-D)/M, \quad a_y = n_y, \quad a_z = n_p. \quad (7)$$

한편, 목표물의 운동은 LOS의 고각  $\gamma_t$ 와 방위각  $\phi_t$ 의 변화를 시간에 관한 함수로 표시함으로써 나타낼수 있다. 이는 지상의 추적기에서 볼때 목표물의 임의의 비행 경로가 시간에 관한 함수  $\gamma_t(\cdot)$ 와  $\phi_t(\cdot)$ 로 주어지는 것으로 간주할수 있기 때문이다.

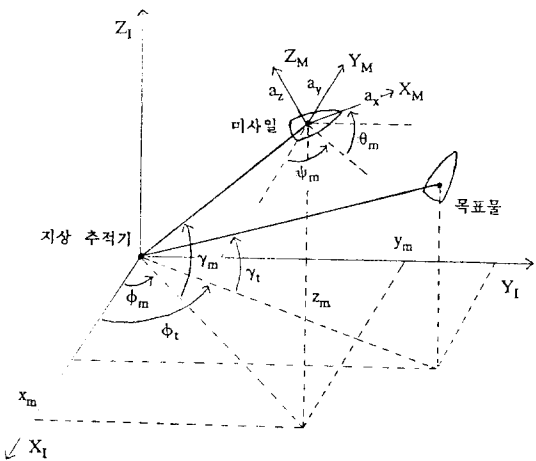


그림2. 3차원 추적 상황

이제 시선 지령 유도 문제를 추적 문제로 바꾸기 위하여 추적 오차(tracking error)를 정의한다. 서론에서 언급한 바와 같이 시선 지령 유도는 미사일을 목표물 LOS상으로 계속 유도하여 미사일 LOS를 목표물 LOS에 일치시키려는 것이므로, 주어진 목표물 비행경로  $\phi_t(\cdot)$ 와  $\gamma_t(\cdot)$ 에 대하여 다음과 같이 추적 오차를 정의할수 있다.

$$c = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix} \triangleq \begin{bmatrix} \phi_t \\ \gamma_t \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \phi_m \\ \gamma_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_t - \tan^{-1}(y_m/x_m) \\ \gamma_t - \tan^{-1}\{z_m/(x_m^2 + y_m^2)^{1/2}\} \end{bmatrix} \quad (8)$$

이와 같은 추적 오차의 정의는 미사일 LOS가 직접 목표물 LOS의 움직임을 추적하도록 미사일을 유도함으로써 미사일 LOS와 목표물 LOS의 사이각을 영접화하려는 것이다. 그러나 이 방식은, 추적 오차가 작아져도 미사일이 지상으로부터 멀리 떨어져있으면 미사일과 LOS사이의 거리가 커져서 최종적으로 큰 명중오차(miss distance)를 유발할 가능성이 있다. 그러므로 그림3과 같이 LOS좌표계( $X_L, Y_L, Z_L$ )를 설정한 후 그 좌표계상에서 추적 오차를 다음과 같이 정의함으로써 이러한 문제점을 해결할수 있다.

$$e = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix} \triangleq \begin{bmatrix} \Delta y \\ \Delta z \end{bmatrix} \triangleq \begin{bmatrix} -s\phi_t x_m + c\phi_t y_m \\ -s\gamma_t c\phi_t x_m - s\gamma_t s\phi_t y_m + c\gamma_t z_m \end{bmatrix} \quad (9)$$

여기서  $\Delta y$ 와  $\Delta z$ 는 LOS좌표계상에서의 미사일의  $Y_L$ 축 방향의 위치와  $Z_L$ 축방향의 위치를 나타내는데 LOS좌표계는 지상추적기를 원점으로, 목표물 LOS방향을  $X_L$ 축, 이에 수직하고 지표면에 수평한 방향을  $Y_L$ 축 그리고 오른손 법칙에 의한  $X_L$ 축과  $Y_L$ 축의 수직방향을  $Z_L$ 축으로 하는 직교좌표계이다. (9)의 정의는 미사일로 하여금 LOS상의 자신의 투사점 P를 추적하도록 미사일을 유도함으로써 미사일과 LOS사이의 거리를 영접화하려는 것이다. 이 방식은 미사일과 LOS사이의 거리를 직접 영접화하기 때문에 (8)의 정의와는 달리 미사일이 지상으로 부터 떨어진 거리와 관계없이 유도 목적을 달성할수 있다.

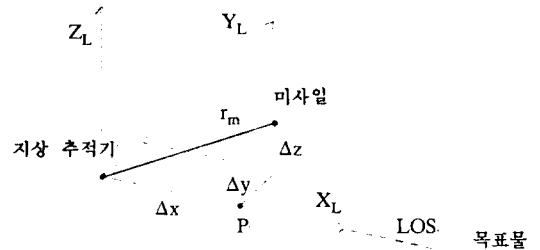


그림3. 추적 오차의 정의

다음으로 시선 지령 유도 문제를 상태 공간(state space)에서 표현하기 위하여 입력, 출력 그리고 상태변수를 다음과 같이 정의한다. 그리고 미사일의  $X_M$ 축 방향의 가속도  $(T-D)/M$ 은 시간에 관한 임의의 함수로 본다.

$$x = [x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8]^T \triangleq [x_m, y_m, z_m, \dot{x}_m, \dot{y}_m, \dot{z}_m, \psi_m, \theta_m]^T, \quad (10)$$

$$u = [u_1, u_2]^T \triangleq [n_y, n_p]^T, \quad (11)$$

$$y_d = [y_{d1}, y_{d2}]^T \triangleq [\phi_t, \gamma_t]^T, \quad (12)$$

$$v(t) \triangleq (T-D)/M. \quad (13)$$

그러면, (1)-(7)과 (9)로부터 시선 지령 유도 문제는 다음과 같은 상태 방정식을 갖는 추적 문제로 변환될수 있다.

$$\dot{x} = F(x,t) + G(x)u, \quad c = E(x, y_d). \quad (14)$$

여기서

$$F(x,t) = \begin{bmatrix} x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ v(t)cx_7cx_8 \\ v(t)sx_7cx_8 \\ v(t)sx_8-g \\ 0 \\ -gcx_8/(x_4^2+x_5^2+x_6^2)^{-1/2} \end{bmatrix}, \quad (15)$$

$$G(x) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -sx_7 & -sx_8cx_7 \\ cx_7 & -sx_8sx_7 \\ 0 & cx_8 \\ \{(x_4^2+x_5^2+x_6^2)^{1/2}cx_8\}^{-1} & 0 \\ 0 & (x_4^2+x_5^2+x_6^2)^{-1/2} \end{bmatrix}, \quad (16)$$

$$E(x,y_d) = \begin{bmatrix} -s\phi_1x_1 + c\phi_1x_2 \\ -s\gamma_1c\phi_1x_1 - s\gamma_1s\phi_1x_2 + c\gamma_1x_3 \end{bmatrix}. \quad (17)$$

### 3. 새로운 시선 지령 유도 법칙의 개발

본 장에서는 (14)와 같이 추적 문제로 변환된 시선 지령 유도 문제에 최근 활발히 연구되고 있는 궤환 선형화 기법 중 입력-출력 선형화(input-output linearization)기법[6,7-11]을 응용하여 새로운 시선지령 유도 법칙을 개발한다. 입력-출력 선형화 기법은 적절한 비선형 궤환과 비선형 상태변환을 통하여 입력을 미리 보상하고 상태 변수를 변환함으로써, 주어진 비선형 시스템의 상태 방정식과 출력 방정식을 선 동적 범위에서 선형화하여 선형 시스템과 같은 입력-출력 관계를 가지도록 하는 기법이다. 이 기법은 1980년대에 들어와 활발한 연구가 진행되어 왔으며 그 응용 사례로는 로봇트 제어[6,11], 자동차엔진 제어[12] 그리고 전동기 제어[13,14]등이 있다. 특히, [6]에서는 입력-출력 선형화 기법이 추적 문제에도 응용될수 있도록 일반화되었는데 이를 2장에서 설정한 추적 문제 (14)에 응용하기 위해서는 (14)를 선형 시스템으로 변환시키기 위한 함수  $\alpha$ ,  $\beta$  그리고  $T$ 가 필요하다. 따라서 적절한 방법에 의해 함수  $\alpha$ ,  $\beta$  그리고  $T$ 를 구한 후 다음과 같이 입력을 딱하고 상태변환을 하면

$$u = \alpha(x,t,Y_d^2) + \beta(x,y_d)\tilde{u}, \quad (18)$$

$$\tilde{x} = T(x,Y_d^1), \quad (19)$$

비선형 시스템 (14)는 선형 시스템

$$\dot{\tilde{x}} = A\tilde{x} + B\tilde{u}, \quad c = C\tilde{x} \quad (20)$$

로 변환된다. 여기서  $y_d(\cdot)$ 는 이차 미분가능한 함수이고  $Y_d^2 = [y_d, y_d^{(1)}, y_d^{(2)}]^T \in R^6$ ,  $Y_d^1 = [y_d, y_d^{(1)}]^T \in R^4$  인데  $y_d^{(0)}$ 는

$y_d$ 의  $j$ 차 도함수를 나타낸다. 주어진 비선형 시스템으로 부터 함수  $\alpha$ ,  $\beta$  그리고  $T$ 를 구하기 위해서는 일반적으로 여러개의 편미분 방정식을 풀어야하는데 편미분 방정식의 closed form solution을 구하는 것은 매우 어려운 일이다. 그러나, 특수한 비선형 시스템의 경우 편미분 방정식을 풀지 않고 단순히 직관에 의하여 출력이나 추적 오차를 시간에 관하여 연속적으로 미분함으로써 함수  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $T$ 를 구할수 있다. 이러한 방법으로 구하여진 궤환 선형화 제어기의 예로는 [11]의 로봇트 매니퓰레이터의 제어기를 들수있는데 이 방법은 (14)와 같은 시변(time varying) 시스템에도 쉽게 확장하여 적용할수 있다.

이제 (14)의 오차식을 시간에 관하여 이차 미분함으로써 (14)를 (20)과 같은 선형 시스템으로 변환시킬수 있는 함수  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $T$ 를 구한다. 일반적으로 목표물의 운동은 공간상에서 연속적이므로 다음의 가정이 성립함을 알수 있다.

(가정5) 함수  $y_d : R^+ \rightarrow R^2$  는 이차 미분가능한 함수이다.

(17)을 시간에 관하여 미분한 후 정리하면

$$\dot{c} = \begin{bmatrix} -\dot{\phi}_1c\gamma_1\Delta x + \dot{\phi}_1s\gamma_1\Delta z - s\phi_1x_4 + c\phi_1x_5 \\ -\dot{\gamma}_1\Delta x - \dot{\phi}_1s\gamma_1\Delta y - s\gamma_1c\phi_1x_4 - s\gamma_1s\phi_1x_5 \end{bmatrix} \quad (21)$$

이 된다. 여기서  $\Delta y$ 와  $\Delta z$ 는 (9)에서 정의되었으며

$$\Delta x = c\gamma_1c\phi_1x_1 + c\gamma_1s\phi_1x_2 + s\gamma_1x_3 \quad (22)$$

이다. (21)을 다시 한번 미분한 후 (1)-(3) 그리고 (7)을 대입하고 정리하면

$$\ddot{c} = A^*(x,t,Y_d^2) + D^*(x,y_d)u \quad (23)$$

이 되고 여기서

$$A^*(x,t,Y_d^2) \triangleq$$

$$\begin{bmatrix} (2\dot{\phi}_1\dot{s}\gamma_1c\phi_1 - \ddot{\phi}_1c\gamma_1)\Delta x + \dot{\phi}_1^2\Delta y + (2\dot{\phi}_1\dot{\gamma}_1c\gamma_1 + \ddot{\phi}_1s\gamma_1)\Delta z \\ -2\dot{\phi}_1\dot{c}\gamma_1\Delta x + 2\dot{\phi}_1s\gamma_1\Delta z + cx_8s(x_7 - \phi_1)v(t) \\ -(\ddot{\gamma}_1 + \dot{\phi}_1^2s\gamma_1c\gamma_1)\Delta x - \ddot{\phi}_1s\gamma_1\Delta y + (\dot{\phi}_1^2s^2\gamma_1 + \dot{\gamma}_1^2)\Delta z \\ -2\dot{\gamma}_1\Delta x - 2\dot{\phi}_1s\gamma_1\Delta y + \{c\gamma_1x_8 - cx_8s\gamma_1c(x_7 - \phi_1)\}v(t) \end{bmatrix}, \quad (24)$$

$$D^*(x,y_d) \triangleq$$

$$\begin{bmatrix} c(x_7 - \phi_1) & -sx_8s(x_7 - \phi_1) \\ s\gamma_1s(x_7 - \phi_1) & s\gamma_1sx_8c(x_7 - \phi_1) + c\gamma_1cx_8 \end{bmatrix} \quad (25)$$

이며,

$$\Delta \dot{x} \triangleq -(\dot{\phi}_1c\gamma_1s\phi_1 + \dot{\gamma}_1s\gamma_1c\phi_1)x_1 + (\dot{\phi}_1c\gamma_1c\phi_1 - \dot{\gamma}_1s\gamma_1s\phi_1)x_2 + \dot{\gamma}_1c\gamma_1x_3 + c\gamma_1c\phi_1x_4 + c\gamma_1s\phi_1x_5 + s\gamma_1x_6, \quad (26)$$

$$\Delta \dot{y} \triangleq -\dot{\phi}_1c\phi_1x_1 - \dot{\phi}_1s\phi_1x_2 - s\phi_1x_4 + c\phi_1x_5, \quad (27)$$

$$\Delta \dot{z} \triangleq (\dot{\phi}_1s\phi_1s\gamma_1 - \dot{\gamma}_1c\gamma_1c\phi_1)x_1 - (\dot{\gamma}_1c\gamma_1s\phi_1 + \dot{\phi}_1c\phi_1s\gamma_1)x_2 - \dot{\gamma}_1s\gamma_1x_3 - c\phi_1s\gamma_1x_4 - s\phi_1s\gamma_1x_5 + c\gamma_1x_6 \quad (28)$$

이다.

연급1.  $D^*(x,y_d)$ 의 행렬식(determinant)은

$$\det[D^*(x,y_d)] = s\gamma_1sx_8 + c\gamma_1cx_8c(x_7 - \phi_1) \quad (29)$$

이며, 이것은 미사일 자세의 오일러각, 목표물 LOS의 고각과 방위각으로 이루어진 양이다. 임의로 주어진  $\phi_1$ ,  $\gamma_1$ ,  $x_7$ 에 대하여,  $\det[D^*(x,y_d)] = 0$  을 만족하는  $x_8$ 은

$$x_8 = \pm \sin^{-1} \{ [K_2^2(K_2^2 - K_1^2)^{-1}]^{1/2} \} \quad (30)$$

이고 여기서  $K_1 \triangleq s\gamma_t$ ,  $K_2 \triangleq c\gamma_t(cx_t - \phi_t)$ 인데, (30)에서  $x_0$ 이 존재하기 위해서는  $K_1=0$  이어야 한다. 그러나 목표물이 지표면에서 이동하지 않고 공중을 비행하는 한 항상  $K_1 \neq 0$  이다. 따라서 다음과 같은 가정이 성립함을 알수 있다.

(가정6) 임의의  $x$ 와  $y_d$ 에 대하여  $D^*(x, y_d)$ 는 항상 nonsingular이다.

$D^*$ 의 역행렬이 존재하므로  $\alpha$ 와  $\beta$ 를 다음과 같이 정의하고

$$\alpha(x, t, Y_d^2) \triangleq -[D^*(x, y_d)]^{-1} A^*(x, t, Y_d^2), \quad (31)$$

$$\beta(x, y_d) \triangleq [D^*(x, y_d)]^{-1}, \quad (32)$$

입력  $u$ 를 (18)과 같이 택하면 (23)에 의해

$$\ddot{e} = \ddot{u} \quad (33)$$

가 된다. PD(proportional derivative) 제어를 사용하여 제어 입력  $\ddot{u}$ 를 구성하면

$$\ddot{u} = -K_P e - K_D \dot{e} \quad (34)$$

가 된다. 다음과 같이 함수  $T$ 를 택하여

$$T(x, Y_d^1) \triangleq \begin{bmatrix} e_1 & \Delta y \\ e_2 & \Delta z \\ \dot{e}_1 & \dot{\Delta y} \\ \dot{e}_2 & \dot{\Delta z} \end{bmatrix} \quad (35)$$

(33)을 상태변환하면, (20)과 같은 형태의 선형 시스템이 된다. 이때 (20)에서 행렬  $A, B$  그리고  $C$ 는

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (36)$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

으로서 (20)은 소위 "Brunovsky form"이라 불리우는 제어가능(complete controllable)한 선형 시스템이다. (34)는 (35)에 의해서

$$\ddot{u} = K \ddot{x} \quad (37)$$

여기서

$$K \triangleq \begin{bmatrix} -K_P & 0 & -K_D & 0 \\ 0 & -K_P & 0 & -K_D \end{bmatrix} \quad (38)$$

이며, (37)를 (20)에 가하면 페루우프 시스템은

$$\dot{\ddot{x}} = A_K \ddot{x}, \quad e = C \ddot{x} \quad (39)$$

가 되고 여기서

$$A_K \triangleq A + BK = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -K_P & 0 & -K_D & 0 \\ 0 & -K_P & 0 & -K_D \end{bmatrix} \quad (40)$$

이다. 제어 이득을

$$K_P > 0, \quad K_D > 0 \quad (41)$$

으로 택하면  $A_K$ 는 안정한 행렬이 되고 추적 오차  $e$ 는 0으로 수렴한다. 위의 결과를 종합하면, 비선형 시스템 (14)의 제어 입력  $u$ 를

$$u = \alpha(x, t, Y_d^2) + \beta(x, y_d) K T(x, Y_d^1) \\ = [D^*(x, y_d)]^{-1} (K T(x, Y_d^1) - A^*(x, t, Y_d^2)) \quad (42)$$

로 구성하면, 페루우프 시스템은 전 동작 범위에서 완전히 선형화되어 (39)와 같이 동작하게 되고, 추적 오차는 0으로 수렴하므로 유도 목표가 달성될수 있다. 새로이 설계된 시선 지령 유도 법칙 (42)는 (24), (25), (35) 그리고 (38)을 이용하여 풀어 쓰면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} n_y \\ n_p \end{bmatrix} = a \begin{bmatrix} b_1 & b_2 \\ b_3 & b_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \end{bmatrix} \quad (43)$$

여기서

$$d_1 = -K_P \Delta y - K_D \dot{\Delta y} - (2\dot{\phi}_t \dot{\gamma}_t \dot{\gamma}_t - \ddot{\phi}_t c \gamma_t) \Delta x \\ - \dot{\phi}_t^2 \Delta y - (2\dot{\phi}_t \dot{\gamma}_t c \gamma_t + \ddot{\phi}_t s \gamma_t) \Delta z + 2\dot{\phi}_t c \gamma_t \dot{\Delta x} \\ - 2\dot{\phi}_t s \gamma_t \dot{\Delta z} - c \theta_m s(\psi_m - \phi_t)(T-D)/M, \quad (44)$$

$$d_2 = -K_P \Delta z - K_D \dot{\Delta z} + (\dot{\gamma}_t + \dot{\phi}_t^2 s \gamma_t c \gamma_t) \Delta x \\ + \ddot{\phi}_t s \gamma_t \Delta y - (\dot{\phi}_t^2 s^2 \gamma_t + \dot{\gamma}_t^2) \Delta z + 2\dot{\gamma}_t \dot{\Delta x} \\ + 2\dot{\phi}_t s \gamma_t \dot{\Delta y} - \{c \gamma_t \theta_m - c \theta_m s \gamma_t c(\psi_m - \phi_t)\}(T-D)/M, \quad (45)$$

$$b_1 = s \gamma_t s \theta_m c(\psi_m - \phi_t) + c \gamma_t c \theta_m, \quad b_2 = s \theta_m s(\psi_m - \phi_t),$$

$$b_3 = -s \gamma_t s(\psi_m - \phi_t), \quad b_4 = c(\psi_m - \phi_t),$$

$$a = (b_1 b_4 - b_2 b_3)^{-1}. \quad (46)$$

(43)에서  $d_1$ 과  $d_2$ 는 오차보상 가속도와 피이드포워드 가속도를 포함하고 있으며,  $a, b_1, b_2, b_3, b_4$ 로 구성된  $2 \times 2$  행렬은 미사일 자세와 목표물 LOS가 이루는 각 즉, body-to-beam angle을 보상하는 부분으로 만약 미사일 자세와 목표물 LOS가 일치하면  $a=b_1=b_4=1, b_2=b_3=0$ 이 된다.

본 논문에서는 기존 법칙들과는 달리 시선 지령 유도 문제를 오차보상과 피이드포워드 가속도 보상의 문제로 구분하지 않고, 제한 입력-출력 선형화 기법을 통하여 이 둘을 통합적으로 다루었다. 따라서 본 논문에서 설계된 새로운 시선 지령 유도 법칙은 지금까지 기존의 법칙들이 오차보상 가속도와 피이드포워드 가속도를 독립적으로 구하기 위하여 지녔던 가정을 필요로 하지 않는다. 기존 시선 지령 유도 법칙들 중 [1-3]에서는 피이드포워드 가속도를 구함에 있어서, 목표물 속도벡터와 목표물 LOS가 이루는 평면 즉 flyplane을 설정하여 목표물의 운동을 flyplane상에서의 운동과 flyplane에 수직한 운동으로 구분한 후 그 각각에 대하여 피이드포워드 가속도를 구하였다. 그러나 이 방식은 미사일이 LOS상에 존재하고 미사일 속도벡터가 flyplane상에 존재한다는 가정을 필요로 하며 실제로 목표물의 3차원 운동을 flyplane상의 운동과 flyplane에 수직한 운동으로 나누어 비간섭적으로 보상하는 것이 불가능하며 유도 정보 중에 직접 측정하기 어려운 정보가 많고 flyplane에서 얻어진 피이드포워드 가속도를 미사일 동체좌표계로 변환하는 과정이 복잡하다. 또, [4]에서는 미사일 위치를 목표물 LOS상에 투사하여 한 점을 잡은 후 그 점의 가속도 중에서 LOS에 수직한 성분을 피이드포워드 가속도로 택하였는데 이 방식은 지상으로 부터 투사점까지의 거리와 미사일까지의 거리가 같다는 가정을 필요로 하며 이 방식에 의한 유도 법칙은 미사일 속도방향의 가속도에 의해서 생기는 피이드포워드 가속도를 포함하고 있지 않다. 반면, 본 논문에서는 피이드포워드 가속도를 따로 구하지는 않았지만, (44)와 (45)에서 알수 있듯이 새로운 유도 법칙도 그 자체에 오차보상 가속도와 피이드포워드 가속도를 포함하고 있으며, 이 피이드포워드 가속도는 기존 법칙들의 피이드포워드 가속도에 비해 공간상에서 어떠한 운동을 하

는 목표물도 정확히 명중시킬수 있는 완전한 피이드포워드 가속도이다. 본 논문의 새로운 유도 법칙 개발에서와 같이 제한 선형화 기법에 의한 제어가 피이드포워드항을 포함하는 또 다른 예를 로보트의 제한 선형화 제어에 관한 연구[6,11]에서도 찾아 볼수 있는데, 로보트의 제한 선형화 제어가 기존 로보트 제어방식인 computed torque technique의 피이드포워드항을 포함한다. 한편, 기존의 시선 지령 유도 법칙들은 앞에서 언급한 바와 같이 별다른 제어의 개념이 없이 경험적인 방법에 의해 구해졌기 때문에 그 유도 성능을 이론적으로 입증하는 것이 불가능하였다. 그러나, 본 논문에서는 시선 지령 유도 문제를 추적 문제로 변환하여 제어 문제화함으로써, 최신 비선형 제어 기법인 제한 선형화 기법을 응용하여 유도 법칙을 찾아냈고 그 유도 성능을 이론적으로 명확히 입증했다. 미사일이 새로운 유도 법칙에 의해 유도될 경우 (39)의 페루프프 시스템을 알수 있듯이 추적 오차 c의 두 성분  $c_1$ 과  $c_2$ 는 각각 2차 선형 시스템의 특성을 가지게 되는데 이것은 새로운 유도 법칙이 3차원 공간상의 목표물의 어떠한 운동에 대해서도  $c_1$ 과  $c_2$ 를 서로 비간섭(decoupling)적으로 제어할수 있음을 의미한다. 그리고 (39)에서  $K_p$ 와  $K_D$ 를 적절히 선택함으로써 임의로 유도 특성을 조절 할수 있다. 새로운 유도 법칙은 (가정2)에 의해 미사일 자동조종장치 다이내믹스와 추적기의 다이내믹스를 무시하고 설계되었기 때문에 실제 응용시에는 이 영향을 받게 되어 다소 유도 성능이 떨어질 것이나 이 영향을 보다 우수한 성능의 자동조종장치와 추적기의 개발에 의해 줄어들수 있다.

새로운 시선 지령 유도 법칙 (43)은 실제로 쉽게 측정 혹은 추정 가능한 유도 정보들로 구성되었으며 이를 구현하기 위해서는 지상 추적기, 지상 컴퓨터, 미사일 on-board 컴퓨터 그리고 on-board 자이로스코프가 필요하다. 유도 법칙 (43)을 구성하는 유도 정보중  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta z$ 는 LOS좌표계상의 미사일 위치를 나타내는 정보인데 직접 측정이 불가능하다. 그러나, 이 정보들은 다음과 같이 지상 추적기로 부터 측정 가능한 정보들을 이용하여 지상 컴퓨터에서 쉽게 계산해낼수 있다.

$$\begin{aligned} \Delta x &= r_m c(\Delta\gamma + \gamma_t) c_{\gamma_t} \Delta\phi + r_{ms}(\Delta\gamma + \gamma_t) s_{\gamma_t} \\ \Delta y &= r_m c(\Delta\gamma + \gamma_t) s \Delta\phi \\ \Delta z &= r_{ms}(\Delta\gamma + \gamma_t) c_{\gamma_t} - r_m c(\Delta\gamma + \gamma_t) s_{\gamma_t} \Delta\phi \end{aligned} \quad (47)$$

여기서  $r_m$ 은 지상 추적기로 부터 미사일까지의 거리 정보이며  $\Delta\gamma = \gamma_m - \gamma_t$ ,  $\Delta\phi = \phi_m - \phi_t$ 이다.  $r_m$ ,  $\phi_t$ ,  $\gamma_t$ ,  $\phi_t$ ,  $\gamma_t$ ,  $\Delta\phi$ ,  $\Delta\gamma$ 는 지상의 추적기로 부터 얻으며 (T-D)/M은 모델을 근거로 산출하고  $\theta_m$ 과  $\psi_m$ 은 자이로스코프에 의해 측정된다.  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta z$ ,  $\phi_t$ ,  $\gamma_t$ 는  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta z$ ,  $\phi_t$ ,  $\gamma_t$ 를 미분하여 얻는다. 먼저 지상 컴퓨터에서 유도 법칙의 연산 중  $\theta_m$ ,  $\psi_m$  정보를 포함하지 않는 연산을 수행한 후 그 데이터를 미사일에 보내고, 미사일에서는  $\theta_m$ 과  $\psi_m$  정보를 얻어 나머지 연산을 on-board 컴퓨터가 수행한다.

연급2. 새로운 시선 지령 유도 법칙을 설계하는데 있어서, 사실상 (가정1)과 (가정4)는 필요없는 가정이다. 이 두 가정은 시선 지령 유도 문제를 추적 문제로 변환하는 과정에서, 단지 복잡한  $\theta_m$ 과  $\psi_m$ 의 다이내믹스를 (4)와 (5)처럼 간단하고 명확한 형태로 모델링하기 위하여 설정하였는데, 유도 법칙 설계 과정에서 알수 있듯이  $\theta_m$ 과  $\psi_m$ 의 다이내믹스는 설계되는 유도 법칙과 아무런 관련이 없다. 따라서, (가정1)과 (가정4)는 필요 없는 가정이고 본 논문의 새로운 유도 법칙은 단지 (가정2)와 (가정3)으로부터 설계된 것으로 볼수 있다. 새로운 시선 지령 유도 법칙은 이와 같이 매우 일반적인 상황에 대해서 개발되어졌으므로 실제 응용에서 우수한 성능이 기대된다.

## 5. 시뮬레이션

단거리 저대공 미사일을 대상으로 컴퓨터 시뮬레이션을 수행하여 새로운 시선 지령 유도 법칙의 성능과 특성을 평가하였다. 그러나, 기존 시선 지령 유도 법칙에 관한 참고 문헌들이 완전한 형태의 미사일 피치 및 요새널 지시속도를 수록하고 있지 않으므로 기존 시선 지령 유도 법칙과의 성능 비교는 수행하지 않았다. 시뮬레이션을 위하여 미사일의 다이내믹스는 2차계로 모델링하였으며 지상 추적기의 다이내믹스는 1차계로 모델링하였다. 시뮬레이션에 사용된 데이터는 표1에 요약되었으며, 초기 상황은 미사일이 initial heading algorithm에 의해 방사되어 지상 추적기의 field of view에 진입한 순간으로 가정하였고, 목표물은 초기에는 피치 방향으로 -1g, 요 방향으로

로 5g의 가속도로 비행하다가  $t=2.5$  초에서 방향을 바꾸어 피치 방향으로 5g, 요 방향으로 -5g의 가속도로 비행한다고 보았다.

표1. 시뮬레이션 데이터

$x_m(0), y_m(0), z_m(0)$	2500, 5330, 1000 m
$x_t(0), y_t(0), z_t(0)$	14.57, 39.77, 3.43 m
$\psi_m(0), \theta_m(0)$	64.87, 9.64 deg
$\psi_t(0), \theta_t(0)$	-90, 0 deg
$v_m(0)$	170 m/s
$v_t$	340 m/s
(T-D)/M	$\begin{cases} 0 < t < 2, & 340 \text{ m/s}^2 \\ t > 2, & -44.1 \text{ m/s}^2 \end{cases}$
유도명령 주파수	50 Hz
미사일다이내믹스 감쇠비	0.6 -
미사일다이내믹스 고유주파수	$6\pi$ rad/s
추적기의 시정수	0.05 s

먼저, 새로운 유도 법칙은 시선 지령 유도 문제 (14)를 선형화하여 추적 오차의 두 성분  $c_1$ 과  $c_2$ 가 각각 2차 선형 시스템의 특성을 가지도록 하는데 이를 확인하기 위하여 미사일과 추적기의 다이내믹스와 측정잡음을 무시한 이상적인 시뮬레이션을 수행하였다. 제어 이득은 추적 오차가 critical damping한 추이를 가지도록  $K_p$ 는 3.1,  $K_D$ 는 3.5로 택하였다. 그 결과 추적 오차는 예상대로 완전히 critical damping한 추이를 나타냈으며 이 추이를 그림4에 실었다.

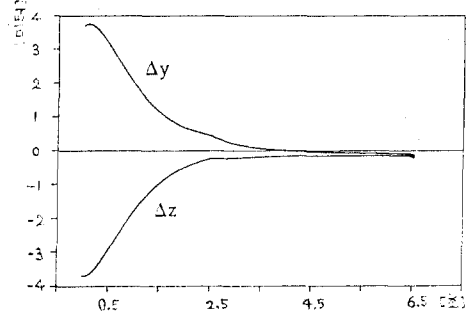


그림4. 추적 오차 추이-미사일과 추적기의 다이내믹스 무시

다음으로, 미사일과 추적기의 다이내믹스와 측정잡음을 포함하여 시뮬레이션을 수행하였다. 비례 이득  $K_p$ 는 5, 미분 이득  $K_D$ 는 4.14로 택하였다. 이 경우 비행 시간은 6.59초였고 명중 오차(miss distance)는 0.89미터였으며 추적오차 추이와 지시가 속도는 그림5와 그림6에 나타났다. 미사일과 추적기의 다이내믹스와 측정 잡음때문에 새로운 유도 법칙의 유도 성능은 위의 이상적인 시뮬레이션 경우에 비해 다소 떨어졌다. 그러나, 그림5에서 알수 있듯이 목표물이 심하게 방향 전환을 하여도 추적 오차의 두 성분  $c_1$ 과  $c_2$ 는 전반적으로 0으로 잘 수렴하였다. 따라서 새로운 시선 지령 유도 법칙이 미사일과 추적기의 다이내믹스에도 불구하고 임의로 방향전환을 하는 목표물에 대해서 매우 우수한 성능을 발휘함을 확인할수 있다.

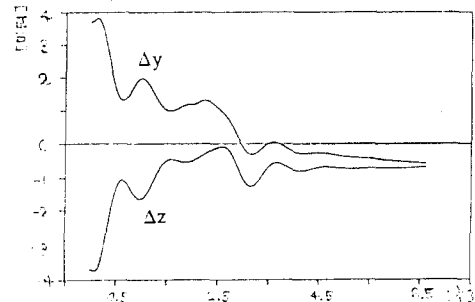


그림5. 추적 오차 추이

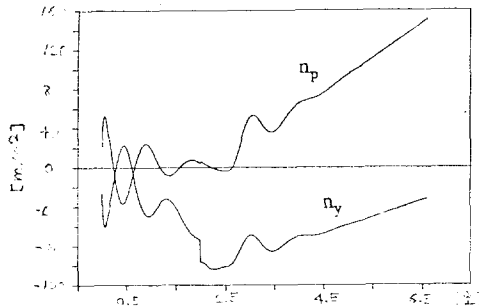


그림6. 지시속도 추이

## 6. 결론

본 논문에서는 3차원 공간의 시선 지령 유도 문제를 추적 문제로 변환하고, 여기에 대한 입력-출력 선형화 기법을 응용하여 새로운 시선 지령 유도 법칙을 설계하였으며, 설계된 새로운 유도 법칙이 공간상에서 어떠한 운동을 하는 목표물도 정확히 명중시킬수 있음을 증명하였다. 새로운 시선 지령 유도 법칙은 기존의 시선 지령 유도 법칙들이 지니지 못한 완전한 피이드포워드 속도 보상항을 지니고 있으며, 실제로 쉽게 측정 혹은 추정 가능한 정보들로부터 계산될수 있다. 또한, 새로운 유도 법칙은 가정이 많이 필요하지 않은 일반적인 상황에 대해서 개발되어졌기 때문에 실제 응용에서도 우수한 성능이 기대된다. 시뮬레이션을 통하여 새로운 유도 법칙이 미사일과 추적기의 다이내믹스의 영향에도 불구하고 우수한 성능을 발휘할수 있음을 확인하였다. 한편, 새로운 시선 지령 유도 법칙과 관련하여 보다 고성능의 미사일 자동조종장치를 개발하기 위한 연구가 계속 되어져야 할것으로 생각된다.

## 참고 문헌

- [1] Garnell, P. and East, D. J., Guided Weapon Control Systems, Pergamon Press, Oxford, 1977, Chap.7.
- [2] Shepherd, J. T., Stollery, J. L. and Lipscombe, J. M., "The Effect of Guidance and Control on Missile Design," AGARD Short Course, Rome, Oct. 1979, Chap.6.
- [3] East, D. J., "Some Aspects of Guidance Loop Design for SAM Systems," AGARD Lecture Series No.135, London, May 1984.
- [4] Siegel, J. and Lee, J. G., "Evaluation of Command to Line-of-Sight Guidance for Medium Range Missiles," The Analytic Sciences Corp., Final Rept. TR-1053-2, Jun. 1978.
- [5] Singh, M. G. et al., Systems and Control Encyclopedia : Theory, Technology, Applications, Pergamon Press, Oxford, 1987, Vol.5, pp.3006-3012.
- [6] Ha, I. J. and Gilbert, E. G., "Robust Tracking in Nonlinear Systems," IEEE Trans. Automat. Contr., Vol.AC-32, No.9, pp. 763-771, Sep. 1987.
- [7] Ha, I. J., "The Standard Decomposed System and Noninteracting Feedback Control of Nonlinear Systems," SIAM J. Contr. Optim., Vol.26, No.5, pp.1-15, Sep. 1988.
- [8] Hunt, L. R., Luksic, M. and Su, R., "Exact Linearization of Input-Output Systems," Int. J. Contr., Vol. 43, No.1, pp.247-255, 1986.
- [9] Isidori, A., Krener, A. J., Gori-Giorgi, C. and Monaco, S., "Nonlinear Decoupling via Feedback : A Differential Geometric Approach," IEEE Trans. Automat. Contr., Vol.AC-26, PP.331-345, 1981.
- [10] Lee, H. G., Arapostathis, A. and Marcus, S. I., "Linearization of Discrete Time Systems," Int. J. Contr., Vol. 45, pp.1803-1822, 1987.
- [11] Gilbert, E. G. and Ha, I. J., "An Approach to Nonlinear Feedback Control with Applications to Robotics," IEEE Trans. Syst. Man Cybern., Vol.SMC-14, No.6, pp. 879-884, Nov.-Dec. 1984.
- [12] Ha, I. J., Tugcu, A. K. and Bostany, N. M., "

Feedback Linearizing Control of Vehicle Longitudinal Acceleration," IEEE Trans. Automat. Contr., Vol.AC-34, No.7, pp.689-698, Jul. 1989.

[13] Kim, D. I., Ha, I. J. and Ko, M. S., "Linear Decoupling Control of Rotor Speed and Rotor Flux in Induction Motor for High Dynamic Performance and Maximal Power Efficiency," To Appear in Int. J. Contr..

[14] Ilic-Spong, M., Marino, R., Peresada, S. M. and Taylor, D. G., "Feedback Linearizing Control of Switched Reluctance Motors," IEEE Trans. Automat. Contr., Vol.AC-32, No.5, pp.371-379, May 1987.